

Таблица значений синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов от 0° до 90°

Тригонометрия от 0° до 90°



Зачем нужна таблица тригонометрических значений

Она помогает быстро находить значения функций, понимать связь угла со сторонами прямоугольного треугольника и проверять решения без калькулятора.



Четыре тригонометрические функции и их смысл



Синус

$\sin \alpha$ показывает, как противолежащий катет относится к гипотенузе. Чем больше угол в прямоугольном треугольнике, тем выше значение синуса.



Котангенс

$\operatorname{ctg} \alpha$ равен отношению $\cos \alpha$ к $\sin \alpha$. Он ведёт себя противоположно тангенсу: убывает, когда угол увеличивается от 0° к 90° .



Косинус

$\cos \alpha$ выражает отношение прилежащего катета к гипотенузе. При увеличении угла это значение уменьшается, потому что прилежащий катет становится относительно короче.



Общий закон изменения

Для углов от 0° до 90° значения меняются закономерно: синус и тангенс растут, а косинус и котангенс уменьшаются.



Тангенс

$\operatorname{tg} \alpha$ равен отношению $\sin \alpha$ к $\cos \alpha$. Поэтому при росте угла тангенс увеличивается особенно быстро и может становиться очень большим.



Единичная окружность и наглядное объяснение значений

- **Координаты точки**
На единичной окружности координата x показывает $\cos \alpha$, а координата y — $\sin \alpha$. Так удобно видеть значения функций без длинных вычислений.
- **Начало отсчёта**
При 0° точка находится на правой стороне окружности, на оси Ox . В этот момент $\cos \alpha$ равен 1, а $\sin \alpha$ равен 0.
- **Поворот против часовой стрелки**
Когда точка движется против часовой стрелки, её положение меняется постепенно. Синус возрастает, а косинус уменьшается, что хорошо видно на рисунке.
- **Конец дуги**
При 90° точка оказывается в верхней части окружности, на оси Oy . Здесь $\sin \alpha$ равен 1, а $\cos \alpha$ равен 0.

Особые углы и их точные значения

Для пяти опорных углов удобно запомнить точные значения тригонометрических функций. Они часто используются как образец для проверки остальных значений.

Особые углы образуют основу таблицы: значения 30° и 60° дополняют друг друга, а 45° даёт равные $\sin$ и $\cos$.

Угол	$\sin$	$\cos$	tg
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

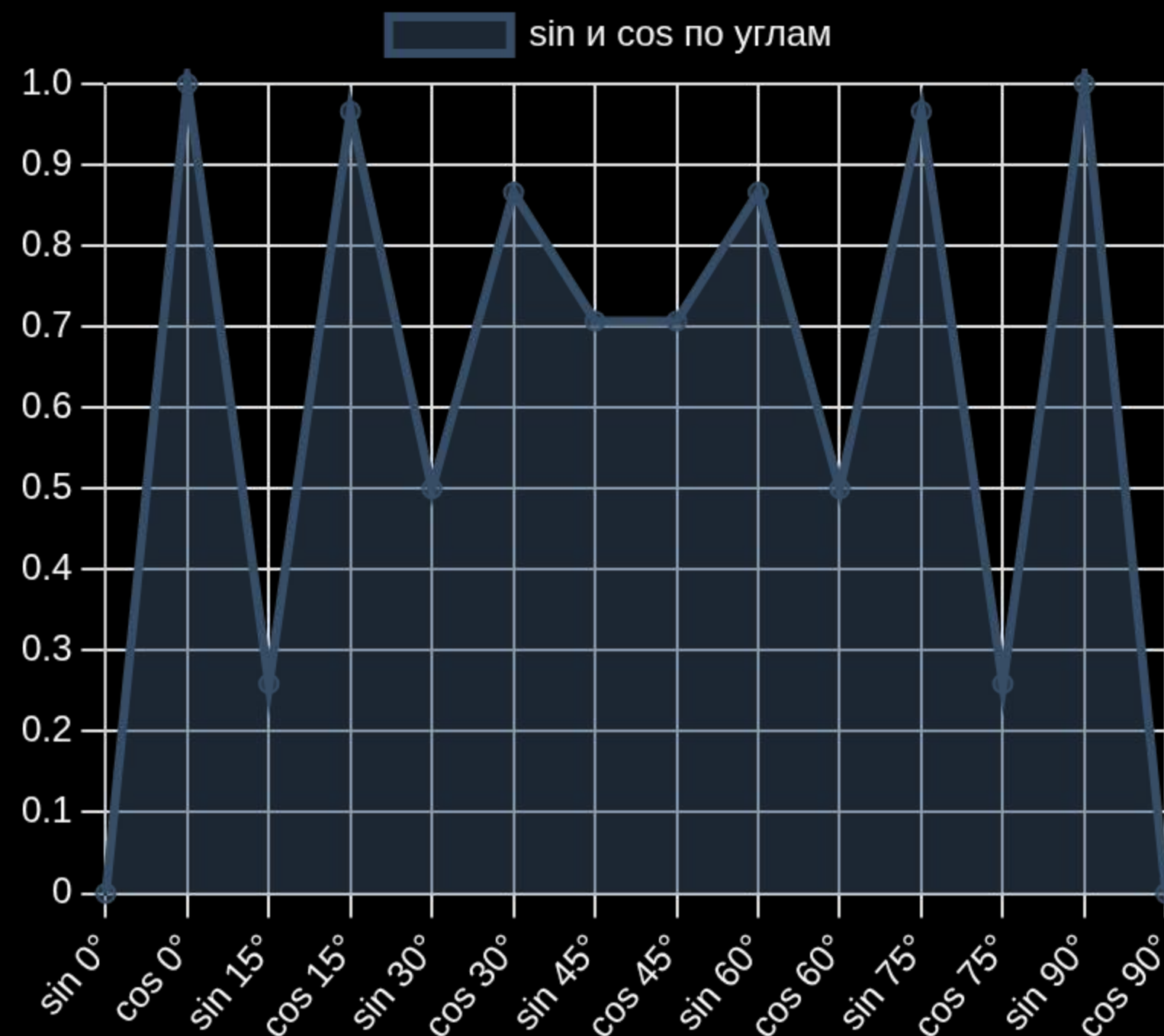
Школьная таблица значений тригонометрических функций для углов $0^\circ\text{--}90^\circ$

Как меняются синус и косинус от 0° до 90°

График показывает плавное изменение значений без скачков: к середине интервала кривые сближаются, а потом меняются местами по величине.

Синус непрерывно возрастает, косинус непрерывно убывает; точка 45° является их равенством и удобной опорой для сравнения.

Табличные значения $\sin$ и $\cos$ для углов 0° – 90° ; округление до 3 знаков



Синус и косинус для углов от 0° до 15°

▶ На малых углах синус растёт медленно, а косинус остаётся очень близким к 1. Это хорошо видно уже на первых строках таблицы.

▶ В начале диапазона изменения небольшие: при росте угла синус заметно увеличивается, а косинус убывает очень плавно.

Угол	sin	cos
1°	0,017	1,000
5°	0,087	0,996
10°	0,174	0,985
15°	0,259	0,966

Табличные значения sin и cos для углов 1°, 5°, 10° и 15°

Синус и косинус для углов от 16° до 30°

В этом промежутке изменения становятся заметнее: синус растёт быстрее, а косинус постепенно уменьшается. У 30° появляются точные значения.

Этот участок показывает переход от малых углов к средним: значения меняются уже отчётливо, но сохраняют плавный характер.

Угол	sin	cos
20°	0,342	0,940
25°	0,423	0,906
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Табличные значения sin и cos для углов 20°, 25° и 30°

Синус и косинус для углов от 31° до 45°

▶ Ближе к 45° значения $\sin$ и $\cos$ сближаются. На этом участке удобно заметить момент, когда обе функции становятся равными.

▶ До 45° синус меньше косинуса, а затем разница между ними становится всё меньше и исчезает в точке 45°.

Угол	$\sin$	$\cos$
35°	0,574	0,819
40°	0,643	0,766
45°	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$

Табличные значения $\sin$ и $\cos$ для углов 35°, 40° и 45°

Синус и косинус для углов от 46° до 60°

После 45° картина меняется: синус становится больше косинуса. Особенно удобно сравнивать этот участок с дополнительными углами 30° и 60°.

После 45° синус начинает превышать косинус; значения 60° и 30° связаны симметрией дополнительных углов.

Угол	sin	cos
50°	0,766	0,643
55°	0,819	0,574
60°	$\sqrt{3}/2$	$\frac{1}{2}$

Табличные значения sin и cos для углов 50°, 55° и 60°

Синус и косинус для углов от 61° до 75°

▶ В этом диапазоне синус уже близок к 1, а косинус заметно уменьшается. Значения показывают, как функции быстро меняются при приближении к прямому углу.

▶ Чем больше угол, тем выше синус и ниже косинус; к 75° разница между ними становится особенно заметной.

Угол	sin	cos
65°	0,906	0,423
70°	0,940	0,342
75°	0,966	0,259

Табличные значения тригонометрических функций для углов от 0° до 90°; приближенные значения для целых градусов.

Синус и косинус для углов от 76° до 90°

При приближении к 90° синус стремится к 1, а косинус — к 0. Эти крайние значения помогают увидеть границы таблицы и понять поведение функций.

На последнем участке таблицы синус почти достигает максимума, а косинус почти исчезает; это важно для дальнейшего изучения tg и ctg .

Угол	sin	cos
80°	0,985	0,174
85°	0,996	0,087
90°	1	0

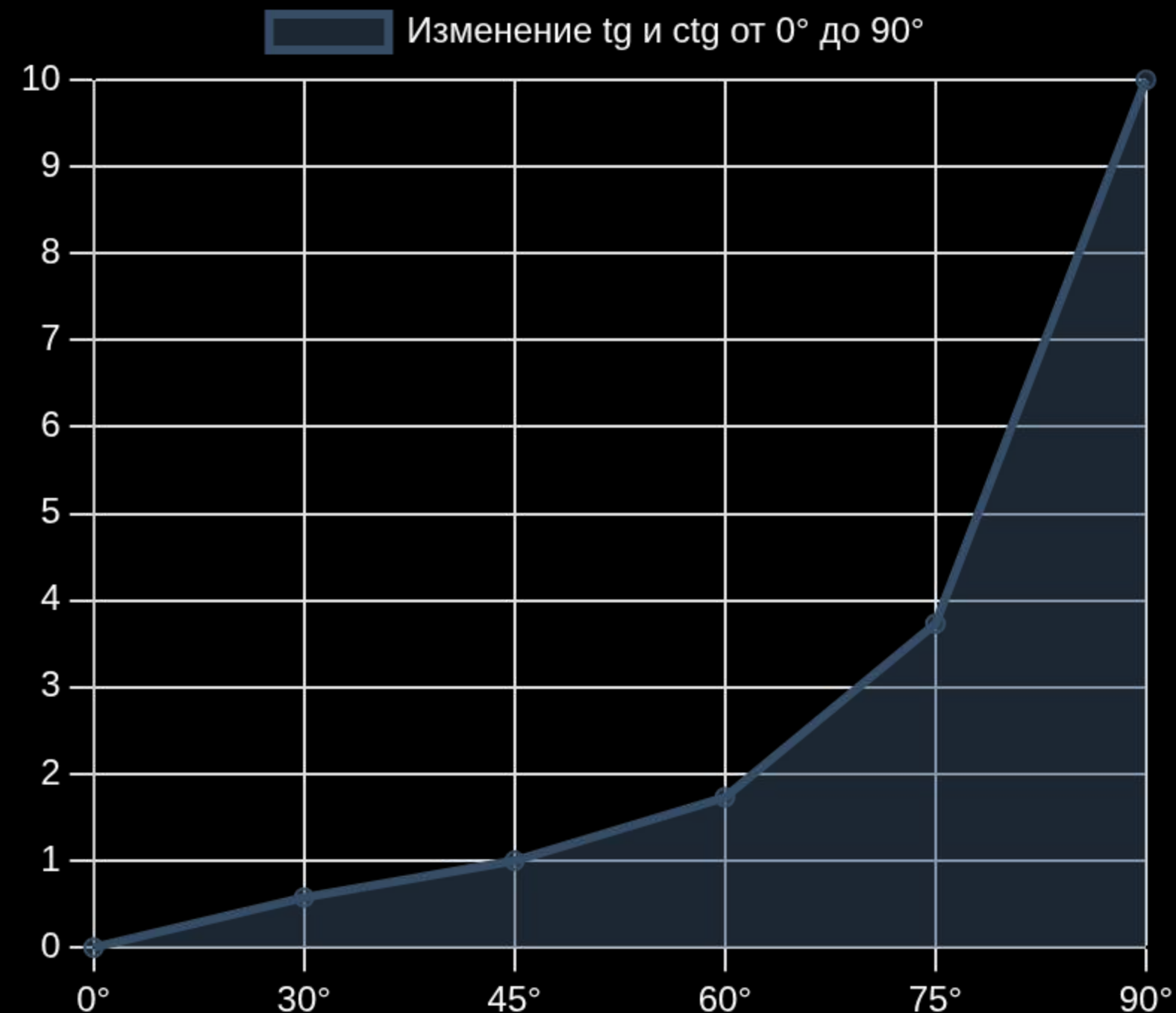
Табличные значения тригонометрических функций для углов от 0° до 90°; приближенные значения для целых градусов.

Поведение тангенса и котангенса на интервале 0° – 90°

График показывает противоположное движение функций: tg растёт, а ctg уменьшается. В районе 45° они равны, что удобно запомнить как опорную точку.

Тангенс быстро увеличивается к 90° , а котангенс стремится к нулю; это отражает их зависимость от $\sin$ и $\cos$.

Табличные значения tg и ctg для углов 0° – 90° ; для 90° значение tg не определено, на графике показан предельный рост.



Основные формулы связи между функциями

01

Отношения сторон

Тангенс и котангенс выражают отношение катетов в прямоугольном треугольнике. Поэтому через известные значения синуса и косинуса можно быстро находить обе функции без лишних вычислений.

02

Главное тождество

Равенство $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ помогает проверять ответы и восстанавливать неизвестное значение, если одна из функций уже известна для данного угла.

03

Дополнительные углы

Если угол и его дополнение в сумме дают 90° , то $\sin$ одного совпадает с $\cos$ другого. Это позволяет связывать пары 30° и 60° , 20° и 70° .

04

Связь tg и ctg

Для дополнительных углов тангенс и котангенс меняются местами. Такая симметрия делает таблицу логичной: достаточно знать одну часть значений, чтобы восстановить другую.

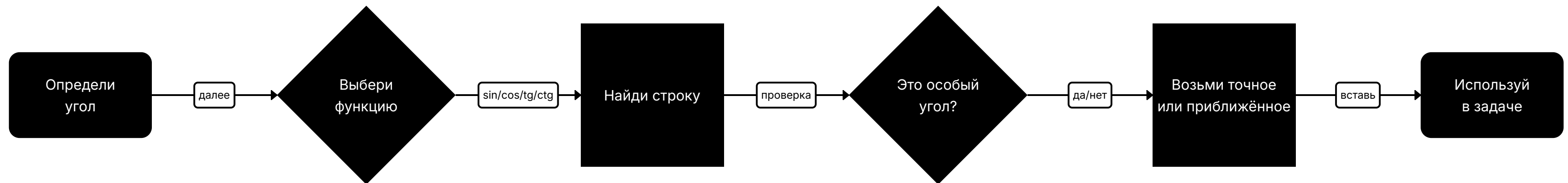
05

Проверка таблицы

Формулы полезны не только для решения задач, но и для самопроверки. Если значения не согласуются с тождествами, значит, допущена ошибка в чтении строки или столбца.

Алгоритм поиска значения в тригонометрической таблице

Последовательность действий при работе со значением угла в таблице.



Как устроена таблица на странице учебника или в справочнике



0°	1	0
3°	0,0523	0,9986
10	0,1736	0,9848
27	0,4536	0,8913
31	0,5145	0,8572
30	0,5000	0,8660
20	0,3420	0,9397

27	0,4536
17	0,2924
27	0,4536
15	0,2598
20	0,3420
20	0,3420

90	1

■ Структура строк

Строки обычно идут подряд от 0° до 90° . Такой порядок позволяет быстро находить нужный угол и сразу сравнивать соседние значения, не перелистывая страницы и не теряя ориентир.

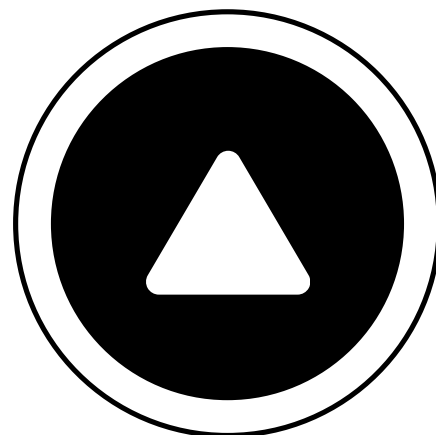
■ Четыре столбца

В таблице рядом с углом размещают $\sin$, $\cos$, tg и ctg . Это удобно: все значения для одного угла собраны в одной строке и легко сопоставляются между собой.

■ Точные и приближённые числа

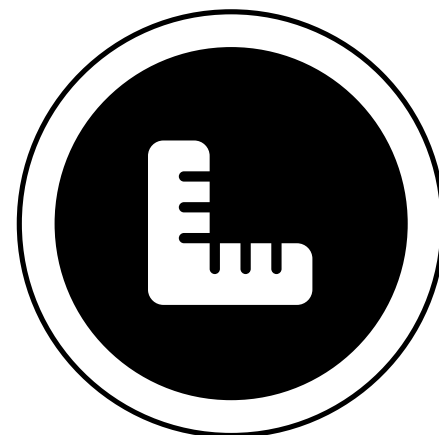
Для 0° , 30° , 45° , 60° и 90° обычно записывают точные значения, а для остальных углов — десятичные приближения. Это показывает, где возможен точный ответ, а где нужен округлённый.

Где используются табличные значения в школьных задачах



Геометрия треугольников

Таблица помогает находить стороны и углы прямоугольного треугольника, когда известна одна из сторон или угол. Это один из самых частых типов заданий в 7 классе.



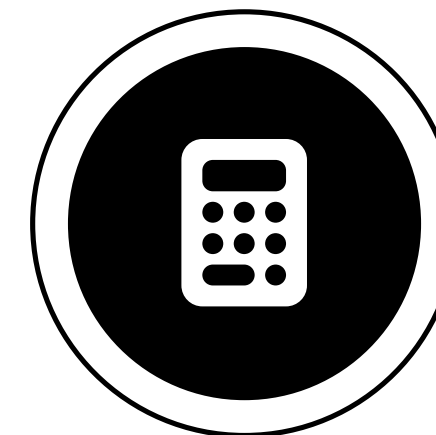
Измерение высоты и расстояния

С её помощью решают задачи о высоте дерева, здания или столба, а также о расстоянии до недоступной точки. Угол и одна длина позволяют восстановить



Чертёж и построения

В черчении табличные значения нужны для точных углов и аккуратных построений. Особенно полезны углы 30° , 45° и 60° , потому что они дают точные числа.



Проверка вычислений

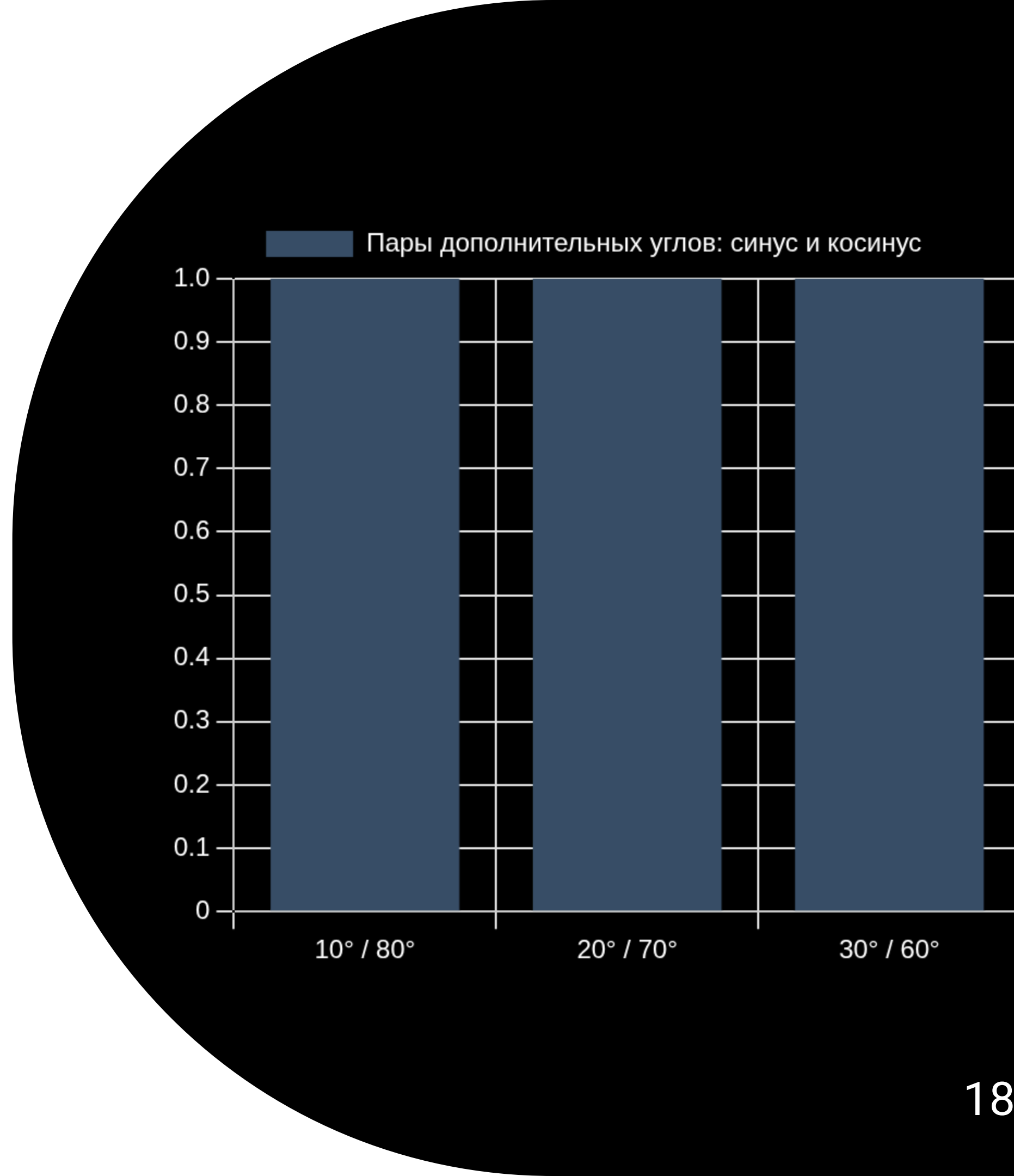
Таблица удобна для быстрой проверки ответа без калькулятора. Если значение выглядит необычно, можно сверить его с соседними строками и убедиться, что выбран правильный столбец.

Симметрия значений для дополнительных углов

Для дополнительных углов значения
меняются местами: синус одного угла
совпадает с косинусом другого. Это видно
на каждой паре из диаграммы.

Таблица построена по симметрии
дополнительных углов, поэтому известное
значение можно использовать для быстрого
нахождения связанного значения.

Табличные значения $\sin$ и $\cos$ для углов 10° , 20° ,
 30° , 60° , 70° и 80° ; свойства дополнительных углов.



Типичные ошибки при работе с таблицей

- **Путают $\sin$ и $\cos$**
Часто ученик смотрит не в тот столбец и берёт косинус вместо синуса. Чтобы избежать ошибки, нужно сначала назвать функцию, а потом уже искать значение в строке.
- **Неверно читают градусы**
Запись 45° и число 45 нельзя считать одинаковыми без проверки контекста. В таблице всегда важен именно угол, поэтому знак градуса нужно замечать сразу.
- **Смешивают точные и приближённые числа**
Особые углы дают точные значения, а большинство остальных — десятичные приближения. Если перепутать эти виды записи, ответ может оказаться неверным даже при правильной формуле.
- **Забывают про нули**
Для $\operatorname{tg} 0^\circ$ и $\operatorname{ctg} 90^\circ$ значение равно 0, и этот случай легко пропустить. Полезно помнить, что крайние строки таблицы имеют свои особые значения.
- **Используют несуществующие значения**
 $\operatorname{Tg} 90^\circ$ и $\operatorname{ctg} 0^\circ$ не определены, поэтому их нельзя искать как обычные числа. Если угол находится на границе, нужно думать о смысле функции, а не только о таблице.

Таблица, которая делает тригонометрию понятной

Таблица синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов помогает быстро находить нужные значения, видеть закономерности и уверенно решать задачи. Для 7 класса это надёжная опора в геометрии.

