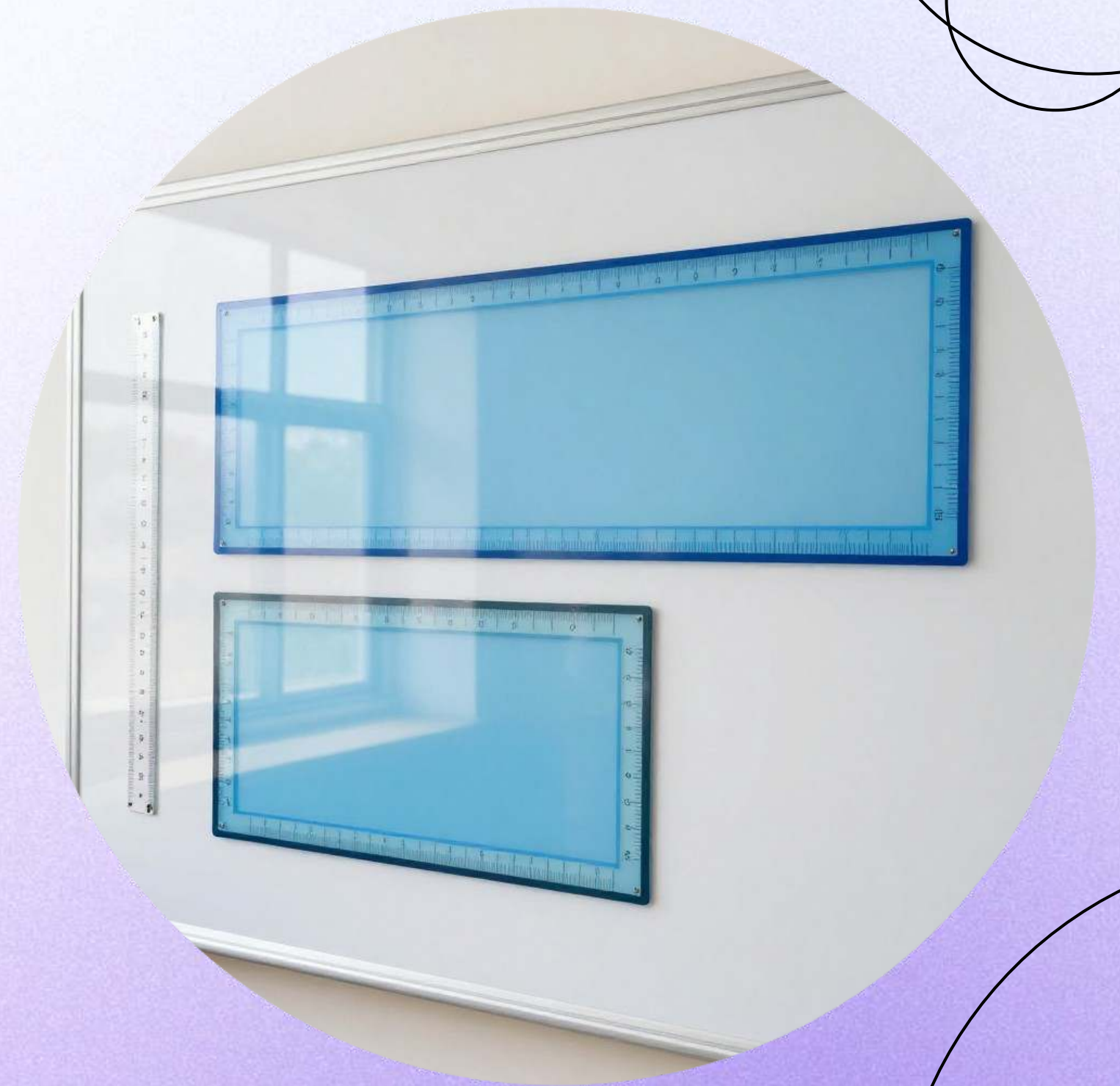


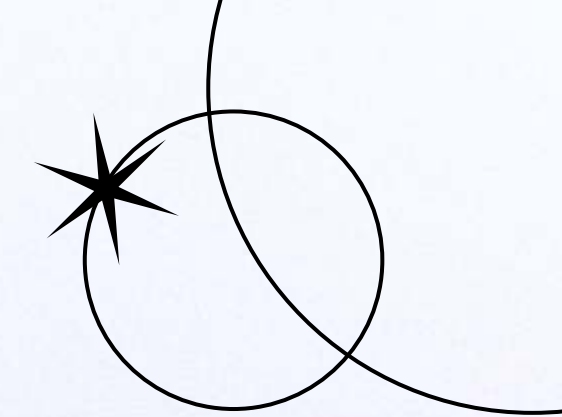
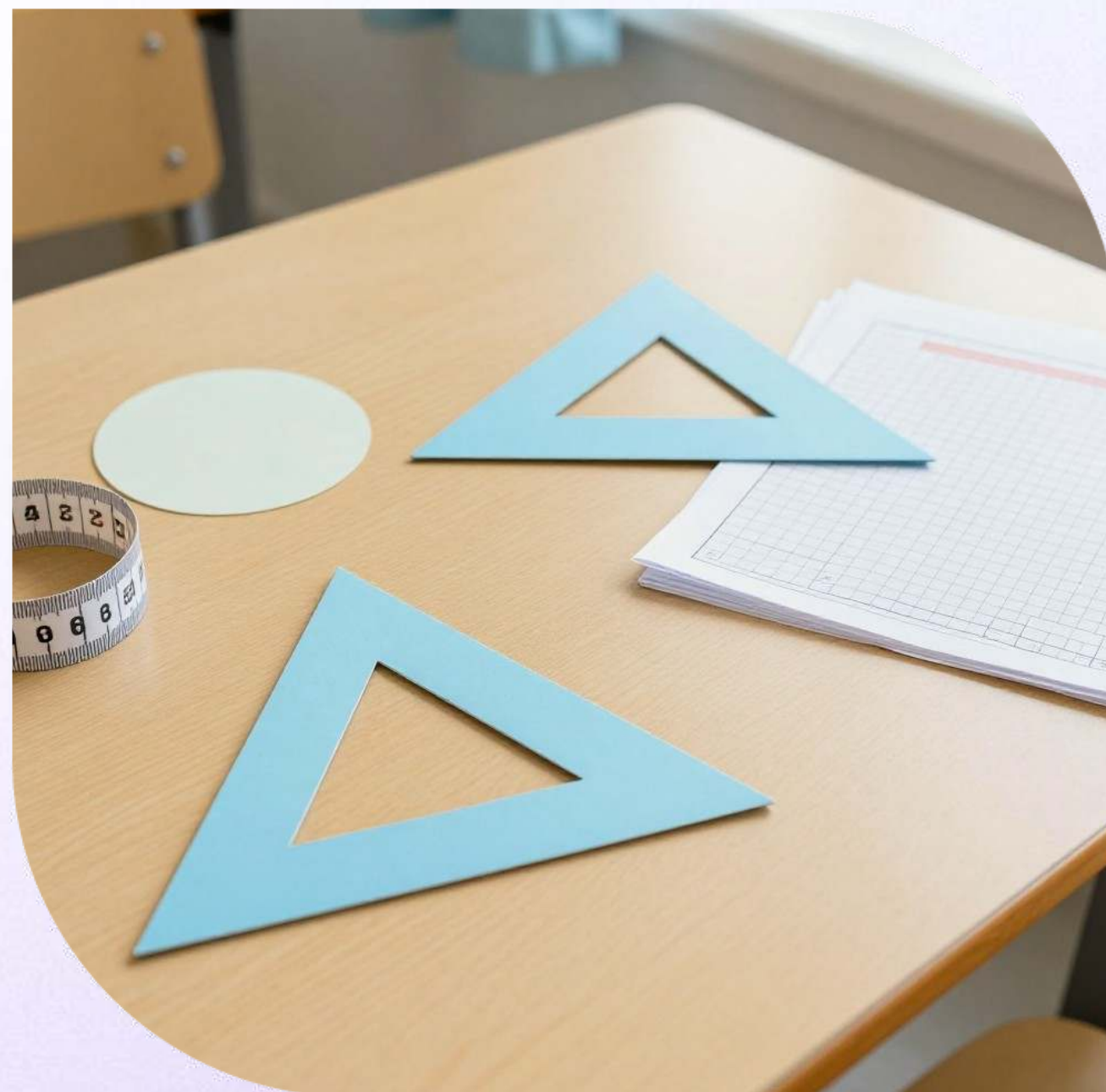
Площади подобных фигур: главный закон масштаба

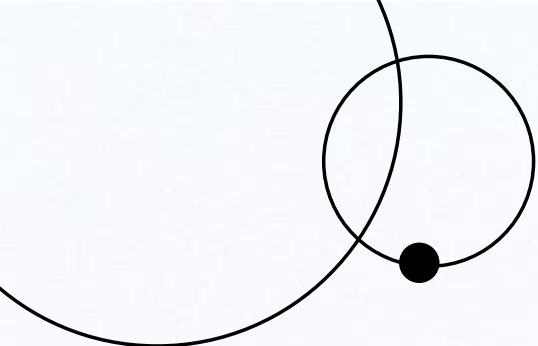
Как меняется площадь при изменении масштаба?



С чего начинается тема

Подобие сохраняет форму, но меняет размер. Чтобы не ошибаться в задачах, нужно уверенно находить коэффициент подобия и отличать изменение длин от изменения площади.





k

показывает,
во сколько раз одна
подобная фигура
больше или меньше
другой.

По одной паре
соответствующих сторон
можно определить масштаб
всей фигуры.

✱ Определение коэффициента подобия

Масштаб на рисунке

- **Соответствие сторон**

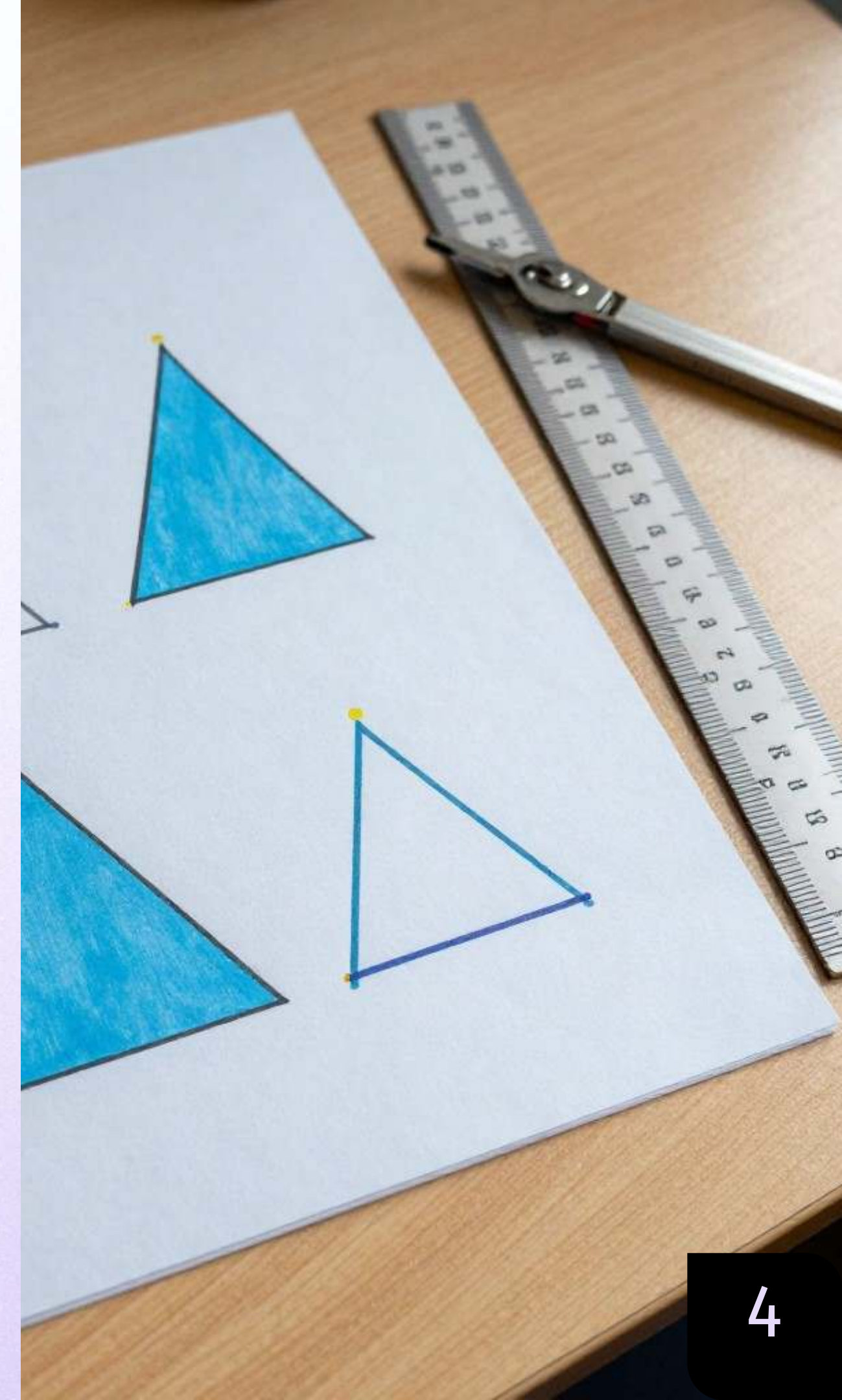
На чертеже удобно отметить соответствующие стороны и сравнить их длины. Если одна сторона обозначена как a , а другая как ak , сразу видно действие коэффициента подобия.

- **Линейный масштаб**

При увеличении в два раза каждая линейная величина тоже удваивается: стороны, высоты, диагонали и любые отрезки, связанные с фигурой.

- **Что сохраняется**

Такой рисунок помогает не путать форму и размер. Фигура остаётся той же по виду, но все измеряемые длины меняются одинаково.



Почему площадь растёт не как длина

1

Два измерения

Площадь зависит не от одного отрезка, а от двух взаимно перпендикулярных измерений. Поэтому простое умножение на k описывает только длины, но не площадь.

2

Рост по двум направлениям

Если каждую сторону увеличить в k раз, то по одной оси площадь растёт в k раз и по другой тоже в k раз.

3

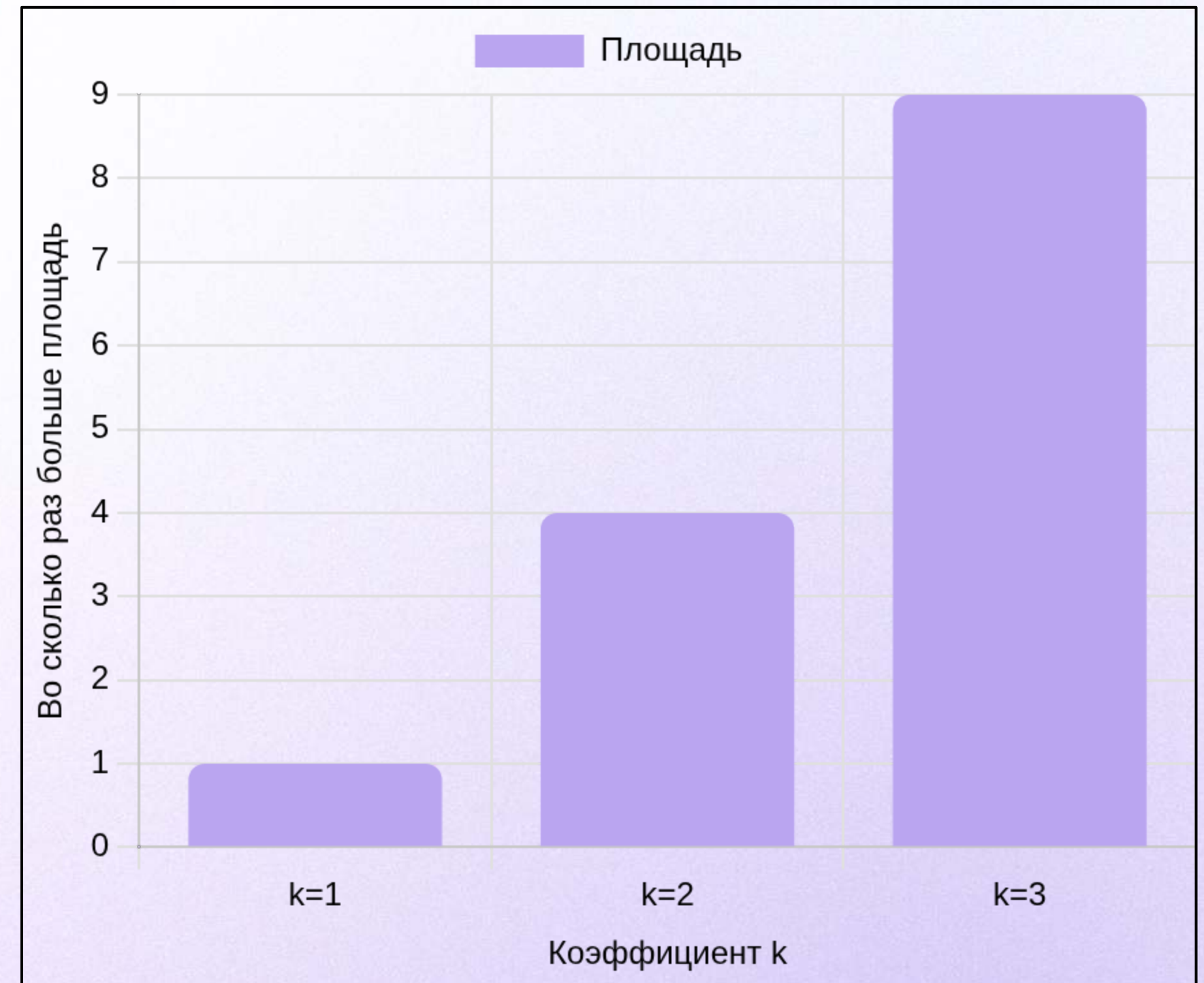
Почему появляется квадрат

Итоговый множитель получается перемножением этих изменений: $k \cdot k = k^2$. Именно поэтому площадь подобных фигур меняется по квадрату коэффициента подобия.

Квадрат коэффициента в числах

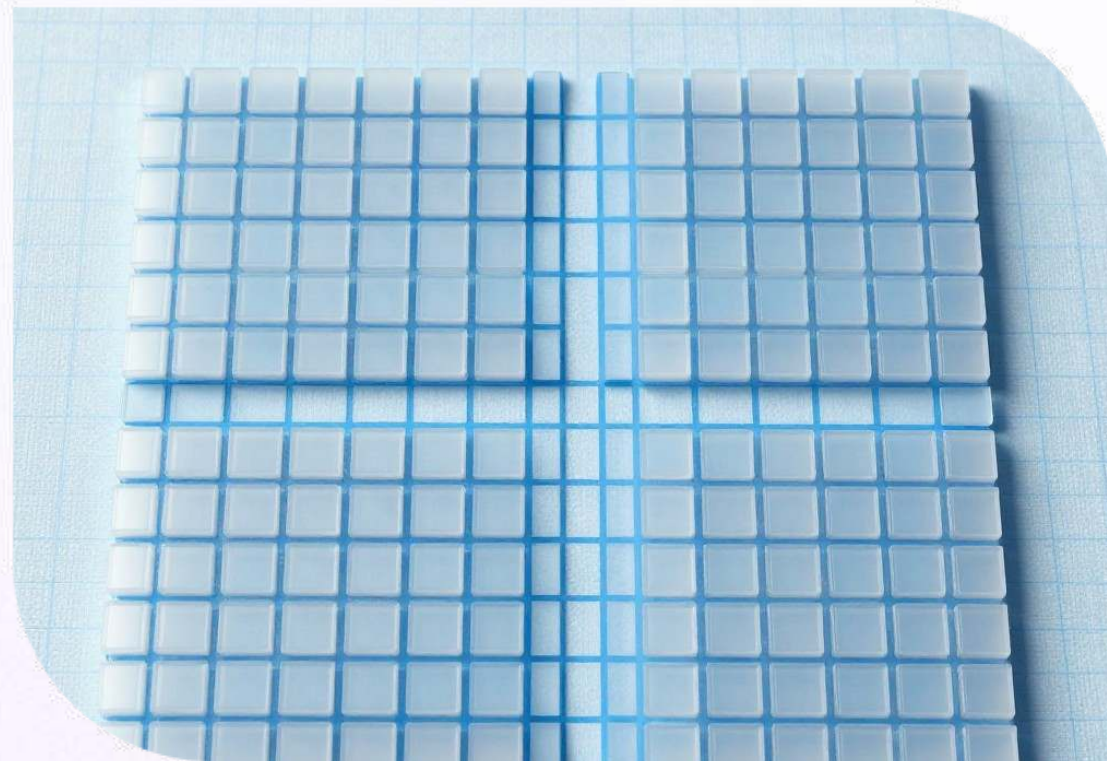
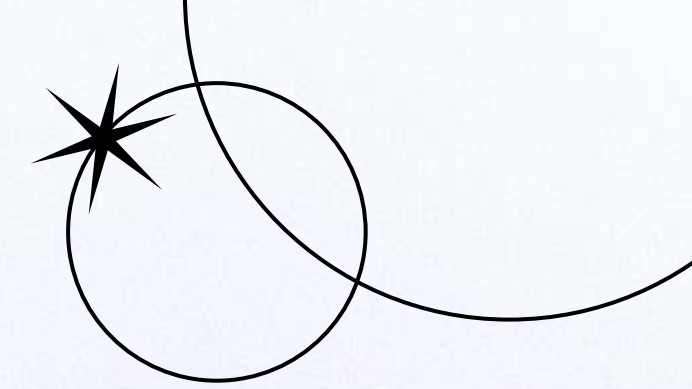
По этим значениям легко увидеть общий закон: чем больше масштаб, тем быстрее растёт площадь.

При росте коэффициента подобия вдвое площадь увеличивается в четыре раза, а при утроении — в девять раз.



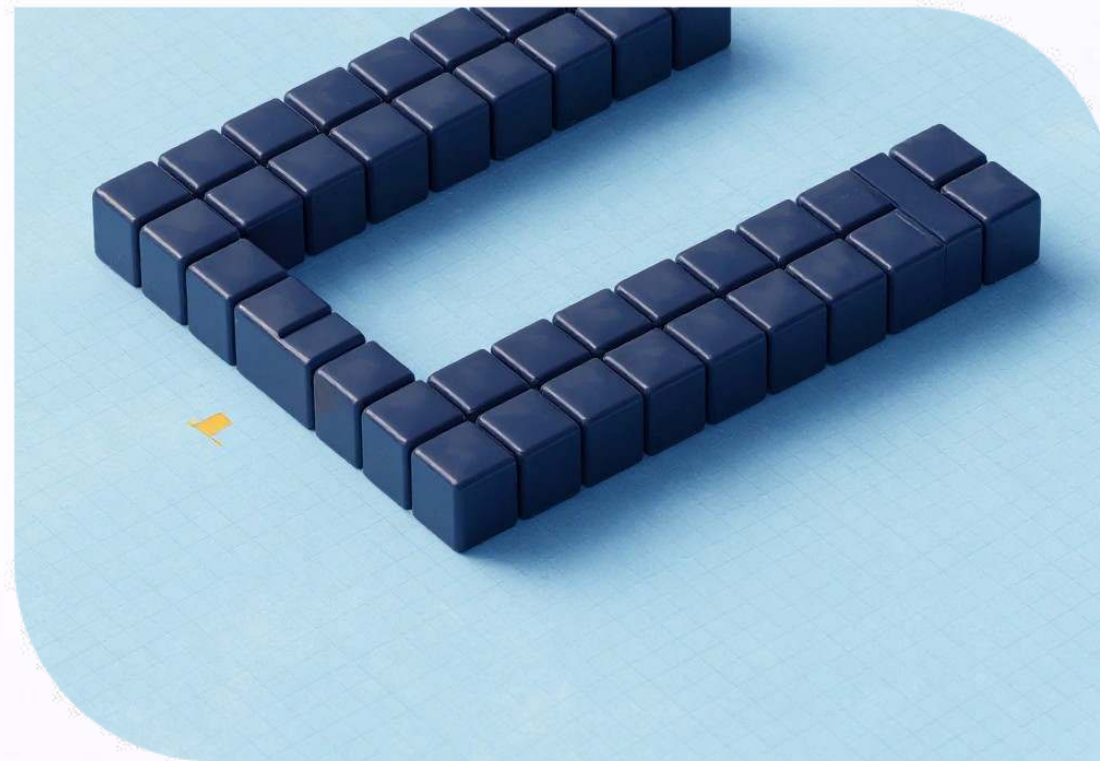
★ Следствие формулы $S_2 = S_1 \cdot k^2$

Как увидеть формулу на клетчатой бумаге



Сетка из клеток

Представьте фигуру, разбитую на маленькие одинаковые квадраты. Когда сторона увеличивается в k раз, на каждом отрезке помещается в k раз больше клеток, и общая сетка становится плотнее по двум направлениям.



Два шага роста

Сначала меняется число клеток вдоль одной стороны, затем — вдоль другой. Поэтому увеличение площади нельзя описать одним множителем: счёт идёт сразу по двум осям.



Что видно на примере

Если на старой фигуре было 6×4 клеток, то после увеличения в 2 раза получится 12×8 клеток. Видно, что число клеток стало не в 2, а в 4 раза больше.

Прямоугольники и квадраты

1 Формула для сторон

У прямоугольника площадь равна произведению длины на ширину. Если обе стороны умножить на k , то новая площадь станет в k^2 раз больше исходной.

2 Почему квадрат удобен

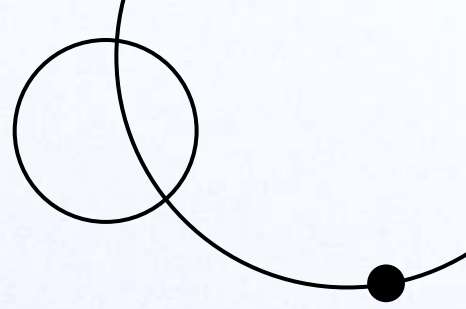
Квадрат — частный случай прямоугольника, поэтому правило работает так же. Изменение стороны в k раз сразу даёт изменение площади в k^2 раз.

3 Числовая проверка

Например, прямоугольник 3×4 имеет площадь 12, а 6×8 — 48. Каждая сторона стала в 2 раза больше, значит площадь выросла в 4 раза.



Длины, периметр и площадь

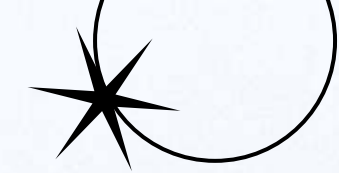


Сравнение разных величин помогает не перепутать формулы при решении задач.

Величина	Как меняется
Длина	в k раз
Периметр	в k раз
Площадь	в k^2 раз

Длины и периметр растут одинаково, а площадь — быстрее, потому что зависит от двух измерений.

Почему формула верна для треугольников



Общие свойства

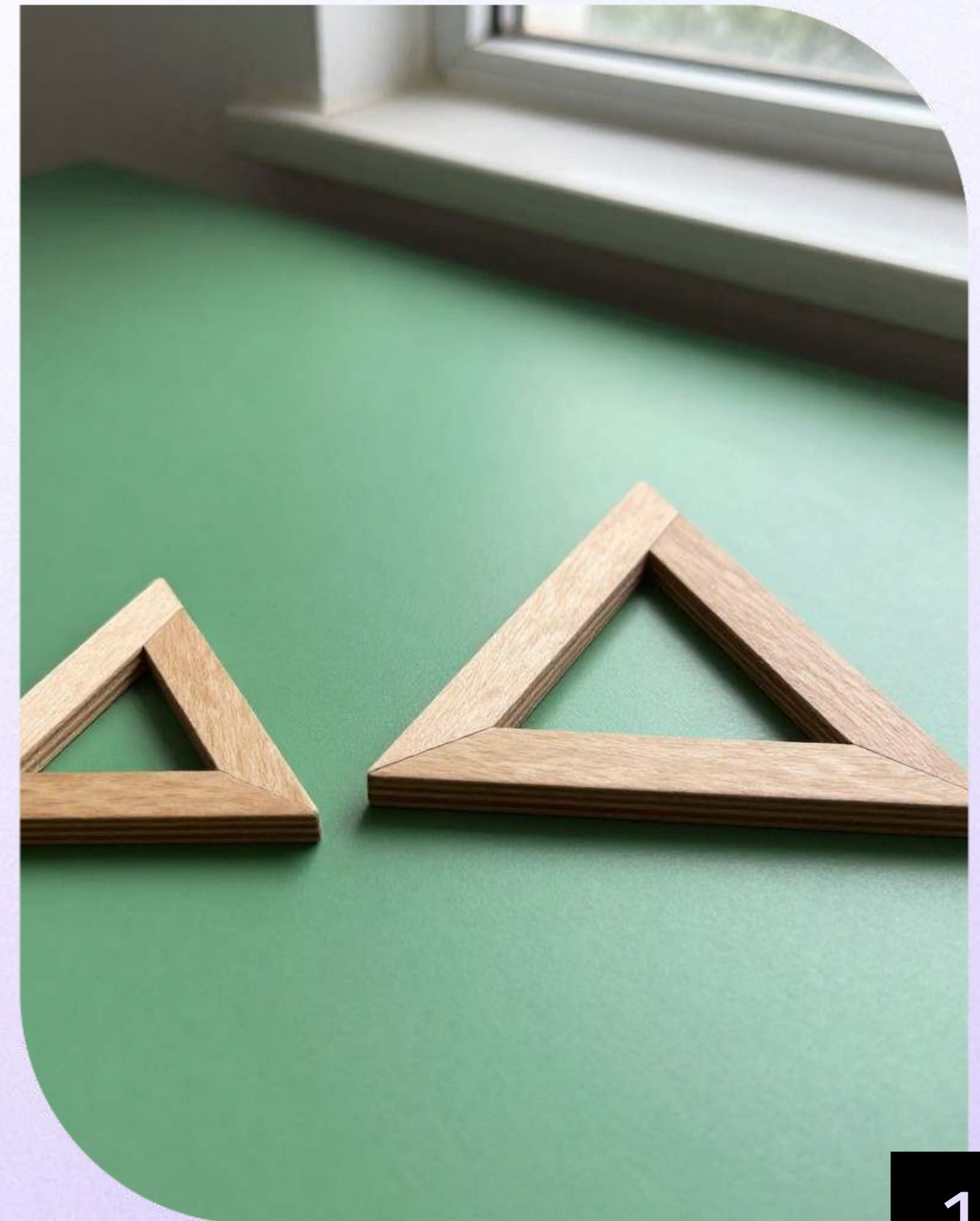
У подобных треугольников равны соответствующие углы, а стороны пропорциональны. Поэтому, как только найден коэффициент подобия, можно сразу применять правило площади через квадрат масштаба.

Любая пара размеров

Для площади не важно, берём ли основание с высотой или другую пару соответствующих размеров. При любом выборе результат изменится одинаково, потому что масштаб действует на две стороны сразу.

Главный вывод

Если треугольник увеличен в k раз, его площадь увеличится в k^2 раз. Это удобно проверять на простых примерах, чтобы не перепутать площадь с периметром.



Треугольники: наглядный пример

1

Одинаковая форма

У подобных треугольников совпадают углы, а стороны отличаются в одном и том же отношении. Поэтому достаточно сравнить любую пару соответствующих сторон, чтобы определить коэффициент подобия.

2

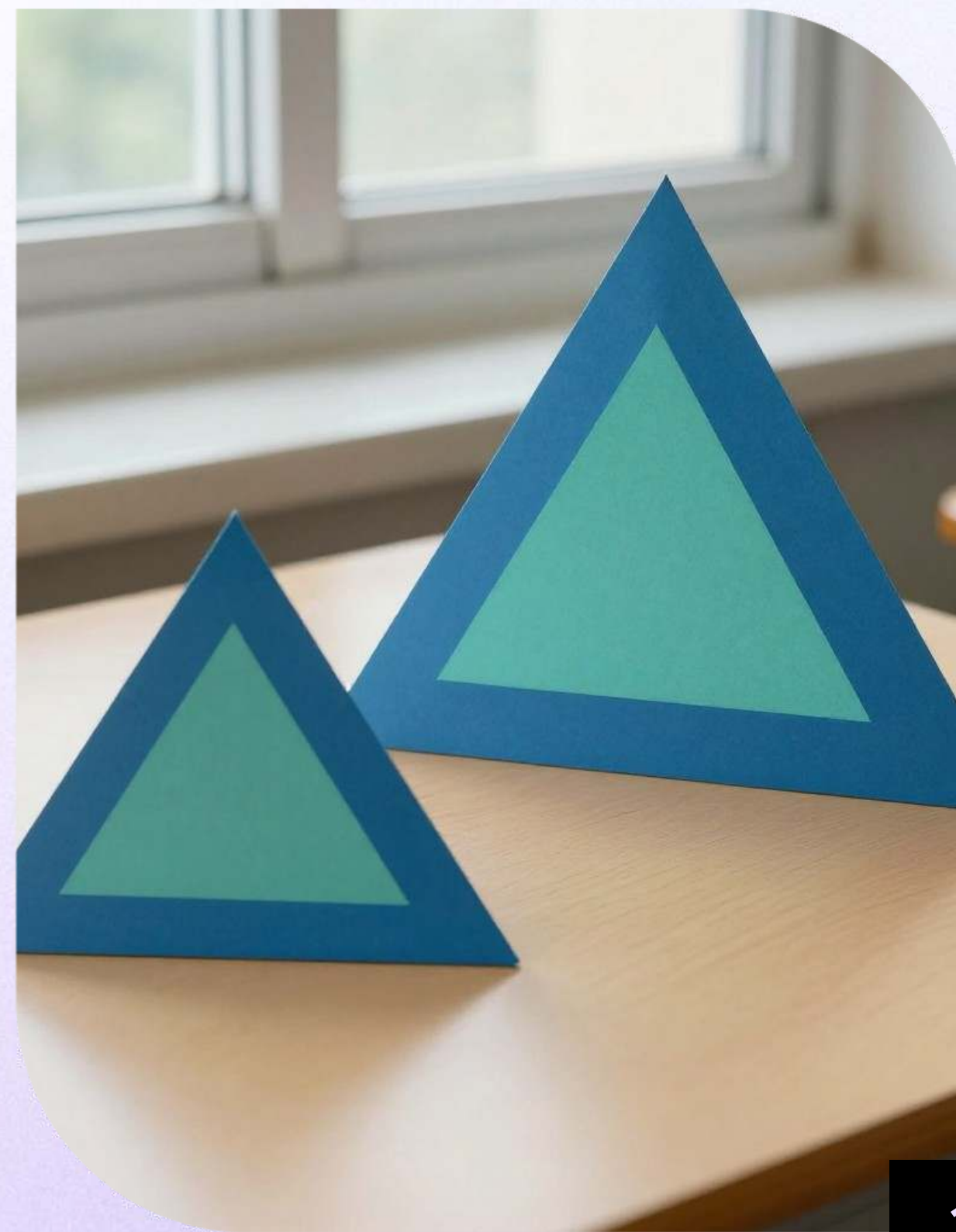
Изменение высоты

Если сторона одного треугольника стала в 1,5 раза больше, то и высота увеличилась в 1,5 раза. Все линейные размеры меняются одинаково, без исключений.

3

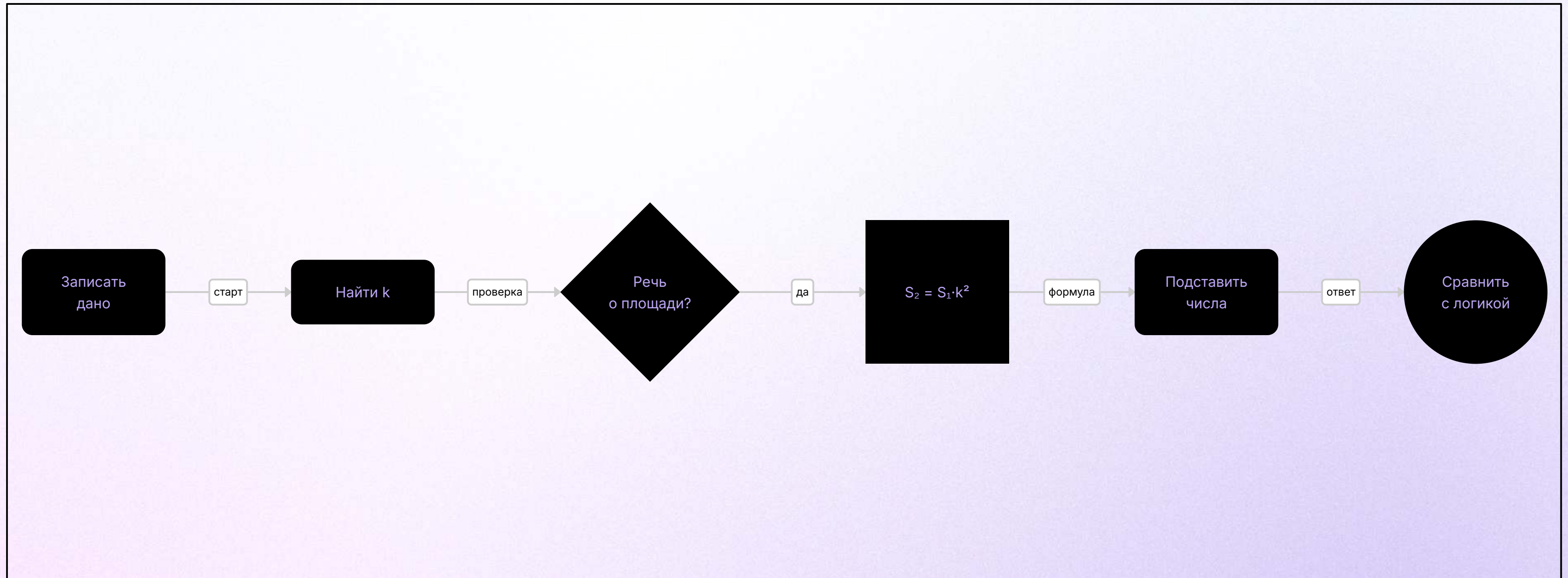
Площадь по квадрату

Площадь при таком увеличении растёт быстрее: вместо умножения на 1,5 нужно умножить на $1,5^2$. Поэтому новая площадь равна 2,25 от исходной.

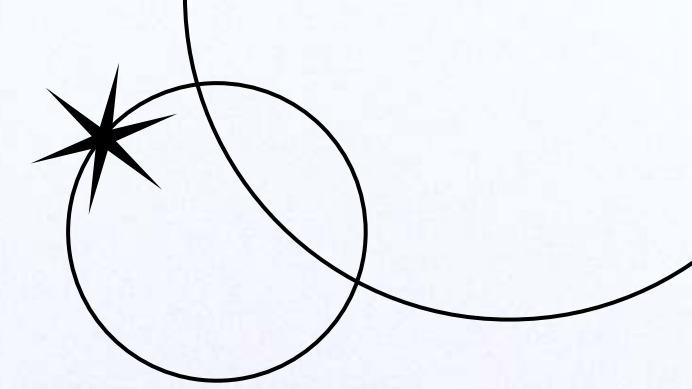


Алгоритм решения задач

Последовательность действий при решении задач на подобие и площади

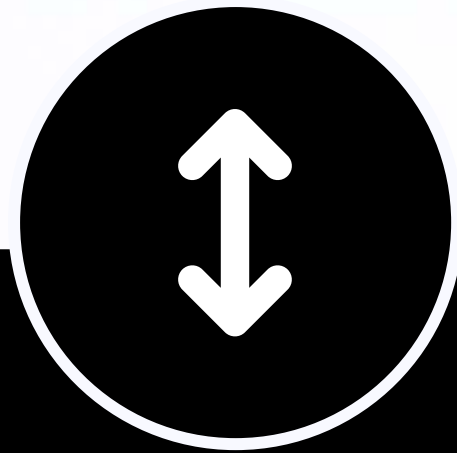


Типовые ошибки



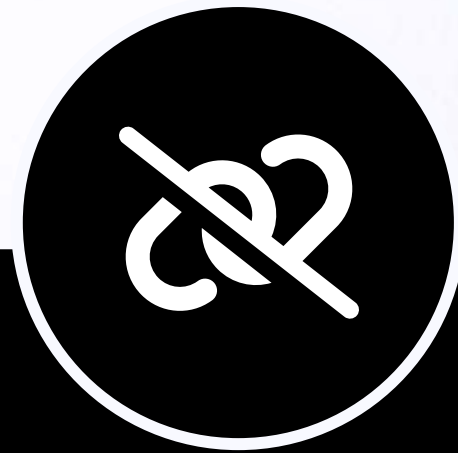
Путают k и k^2

Сначала определяют коэффициент подобия, а потом забывают, что площадь зависит от него по квадрату. Из-за этого ответ получается в два раза меньше или больше нужного.



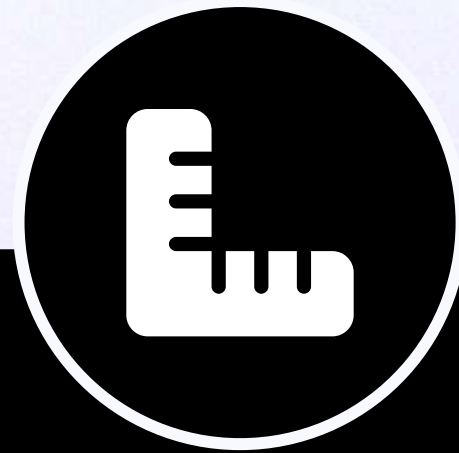
Неверный множитель

Если стороны увеличились в k раз, площадь нельзя умножать только на k . Она меняется сильнее, потому что охватывает сразу две измерения фигуры.



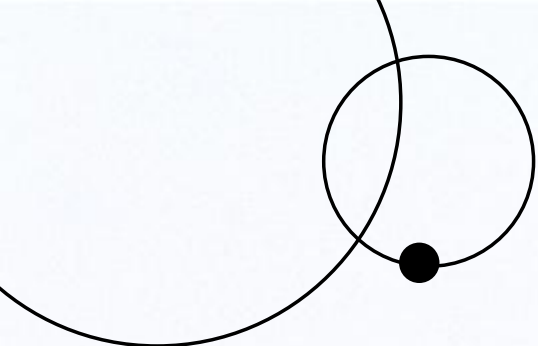
Несоответствующие стороны

Иногда берут стороны, которые не соответствуют друг другу. Тогда найденный коэффициент неверен, и вся дальнейшая цепочка вычислений приводит к ошибке даже при правильной формуле.



Путают величины

Периметр и площадь связаны с масштабом по-разному. Периметр растёт в k раз, а площадь — в k^2 , поэтому их нельзя подставлять друг вместо друга.



72 см²

— такая площадь
получится у второй
фигуры после
увеличения.

Коэффициент подобия
равен 2, значит площадь
увеличивается в четыре
раза. Для исходных 18 см²
получаем 72 см² — это
проверка правила k^2 .

✦ Расчёт по формуле $S_2 = S_1 \cdot k^2$.

Практика 2: найти коэффициент подобия

1 Отношение площадей

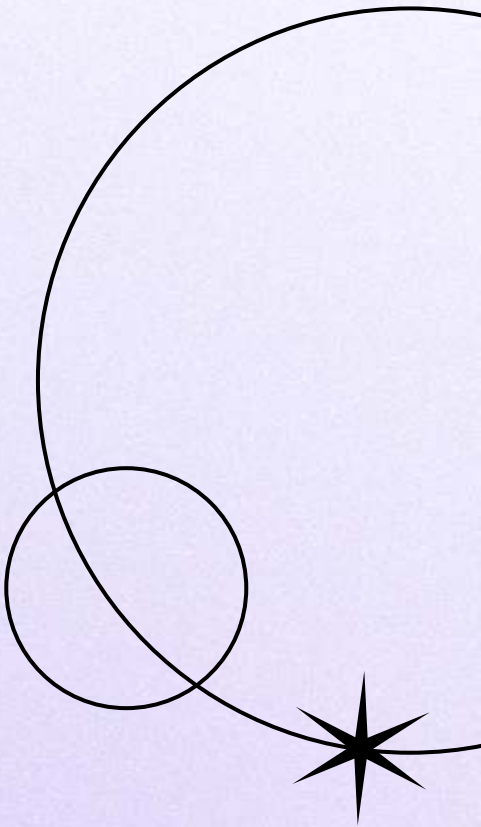
Сначала сравниваем площади: $180 \div 20 = 9$. Это означает, что новая фигура стала больше по площади в девять раз, а не в два или три.

2 Находим k

Теперь ищем коэффициент подобия. Нужно число, квадрат которого равен 9. Подходит 3, потому что $3^2 = 9$ и именно такой масштаб даёт нужный результат.

3 Проверяем ответ

Проверка помогает избежать ошибки: если стороны увеличились в 3 раза, площадь обязана вырасти в 9 раз. Значит, ответ согласуется с правилом подобия.



Практика 3: сначала масштаб, потом площадь

1

Находим масштаб

Для начала сравниваем соответствующие стороны: $12 \div 8 = 1,5$. Это коэффициент подобия, по которому дальше можно переходить от старой площади к новой.

2

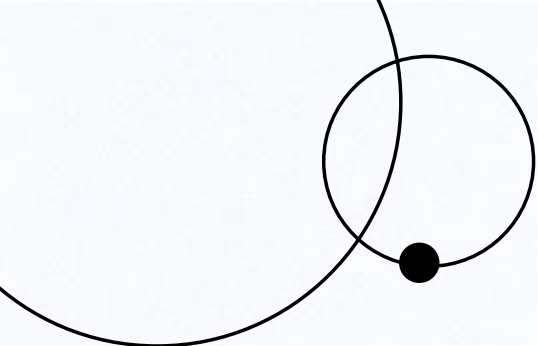
Применяем квадрат

Затем используем правило площади: она меняется по квадрату коэффициента. Значит, нужно умножить исходную площадь на $1,5^2$, а не просто на 1,5.

3

Не путаем шаги

Такой порядок действий важен: сначала длины, потом площадь. Если перепутать шаги, легко получить неверный ответ даже при правильных числах и единицах измерения.



4

— это коэффициент подобия в данной задаче.

Площадь увеличилась в 16 раз, значит нужно найти число, квадрат которого равен 16. Таким числом является 4, поэтому масштаб равен 4.

★ Связь между отношением площадей и квадратом коэффициента подобия.

Практика 5: недостающее число

- **Сравнение площадей**

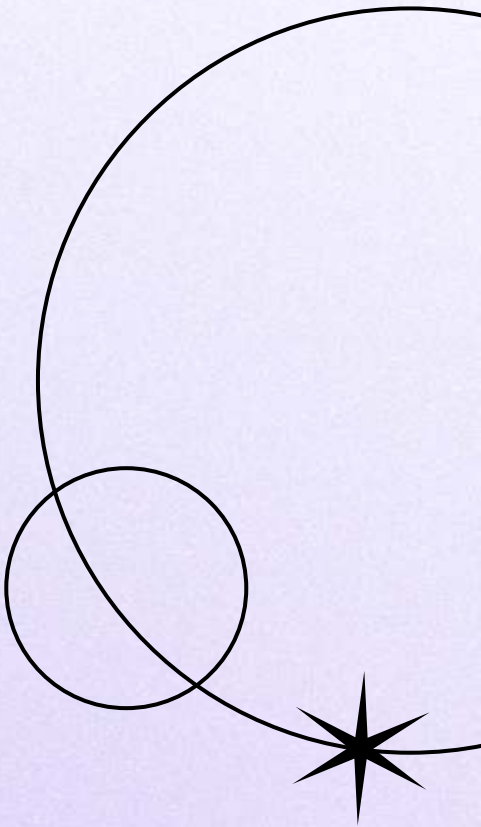
Сравниваем площади квадратов: $100 \div 25 = 4$. Значит, больший квадрат имеет коэффициент подобия 2, потому что $2^2 = 4$.

- **Нахождение стороны**

Чтобы найти сторону большего квадрата, берём корень из площади. Если площадь равна 100 см^2 , сторона составляет 10 см, а у меньшего квадрата — 5 см.

- **Проверка решения**

Такое задание удобно решать через связь площади и стороны квадрата. Сначала определяют масштаб, затем проверяют результат через квадратный корень и единицы измерения.



Практика 6: смешанные данные

1

Разделяем данные

Сначала выписывают все данные отдельно: сторону, периметр и площадь. Это помогает не смешать величины и сразу увидеть, какая из них нужна для коэффициента подобия.

2

Выбираем верную величину

Коэффициент подобия находят только по соответствующим сторонам. Периметр подходит как проверка, но не заменяет сторону, потому что он тоже меняется в k раз.

3

Проверяем по площади

Если известны площади, можно проверить найденный коэффициент по формуле $S_2 = S_1 \cdot k^2$. Так решение становится надёжнее и легче заметить ошибку в вычислениях.

4

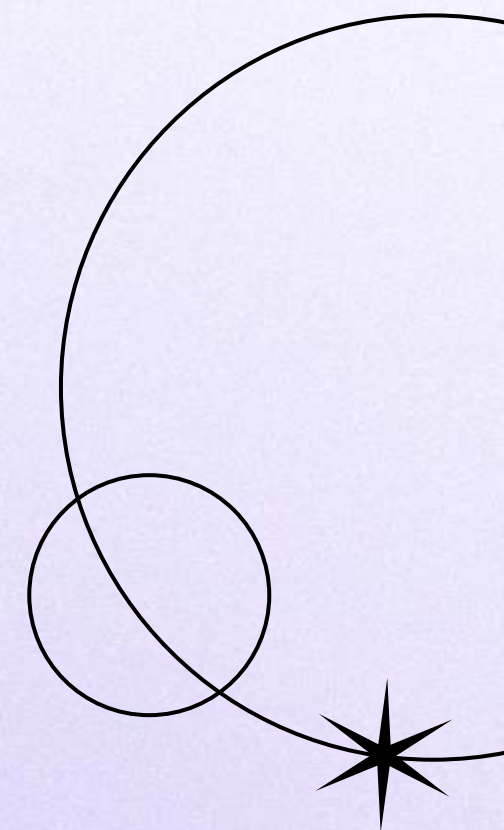
Записываем единицы

В ответе обязательно указывают единицы измерения: см, см² или другие. Это показывает, что длина, периметр и площадь не перепутаны между собой.

5

Оформляем ответ

В смешанных задачах полезно сделать короткую итоговую строку: найдено k , затем новая площадь, затем проверка. Такой порядок делает решение понятным и аккуратным.



Площади подобных фигур

Теперь главное правило легко запомнить: у подобных фигур совпадают углы, стороны меняются в k раз, периметр — тоже в k раз, а площадь — в k^2 . Проверь себя на примере и убедись в ответе обратным ходом.