



Отрицание высказываний о существовании

Как из «что-то есть» получить точное отрицание?

Где встречаются такие утверждения

В задачах по математике часто пишут: «существует число...», «найдётся пример», «есть фигура с таким свойством». Умение строить отрицание помогает проверять ответы, замечать ошибки и точно понимать условие задачи.



Что означает высказывание о существовании

Такое высказывание говорит, что в заданной группе есть хотя бы один объект, который подходит под условие. Не требуется, чтобы подходили все объекты.

Примеры: существует число, делящееся на 4; в классе есть ученик, который занимается спортом; найдётся треугольник с равными сторонами.

Главная мысль: достаточно одного подходящего примера. Если он найден, утверждение о существовании уже считается верным.

Как записывают существование в математике



Знак существования

Существование обозначают символом $\exists$. Он показывает, что речь идёт не обо всех объектах, а хотя бы об одном подходящем.



Запись $\exists x P(x)$

Читается так: «существует такой x , что верно свойство $P(x)$ ». Буква x обозначает выбранный объект из нужной области.



Условие $P(x)$

Свойство $P(x)$ указывает, какое именно условие должен выполнять объект: быть числом, фигурой, точкой или учеником с нужным признаком.

Как выглядит отрицание существования

Отрицание означает, что среди объектов данной области нет ни одного, который подходит под указанное условие.

В записи это пишут как $\neg \exists x P(x)$. Смысл сохраняется: меняется только утверждение о наличии на утверждение об отсутствии.

В обычной речи подходят фразы: «не существует», «нет ни одного», «ни один не подходит».

Важно не упростить смысл слишком сильно: отрицание должно относиться к той же области объектов и к тому же условию.

Как получить отрицание высказывания

Переход от утверждения о наличии к утверждению об отсутствии



Примеры отрицания в числах

Если сказано: «существует натуральное число меньше 0», то отрицание верно сразу: натуральных чисел меньше 0 не бывает, потому что они начинаются с 1.

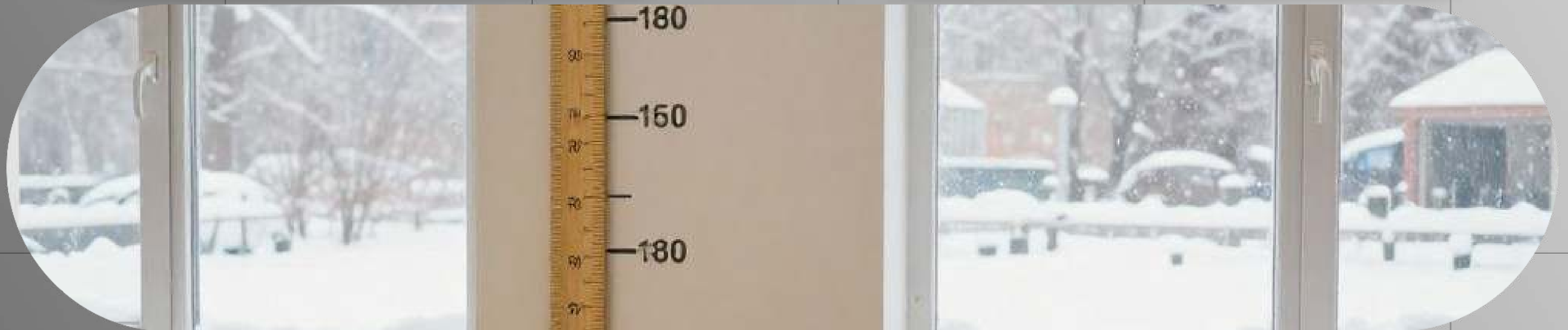
Если утверждают: «существует число, которое делится на 2 и на 5», отрицание не говорит, что чисел вообще нет. Оно только отрицает наличие подходящего числа.

Поэтому важно сохранять условие целиком. Одна ошибка в формулировке может изменить смысл с «нет такого числа» на «нет чисел вообще».

Пример с классом учеников

- Утверждение «в классе есть ученик выше 180 см» означает, что хотя бы один ученик в этом классе превышает указанную границу роста.

- Его отрицание звучит так: «в классе нет ученика выше 180 см». Речь по-прежнему идёт только об этом классе и только о росте выше 180 см.



Сравнение утверждения и его отрицания

Утверждение	Отрицание	Смысл
кратное 7	не кратное 7	нет ни одного
задача с решением	нет решения	решение отсутствует
найдётся ошибка	ошибка не найдётся	ошибок нет

Таблица показывает, как меняется смысл при отрицании.

Отрицание всегда сохраняет исходное условие, меняя только смысл наличия на отсутствие.

Почему «не все» — это не то же самое

Фраза «не все ученики опоздали» означает лишь то, что опоздали не все. Но это не говорит, что опоздал никто.

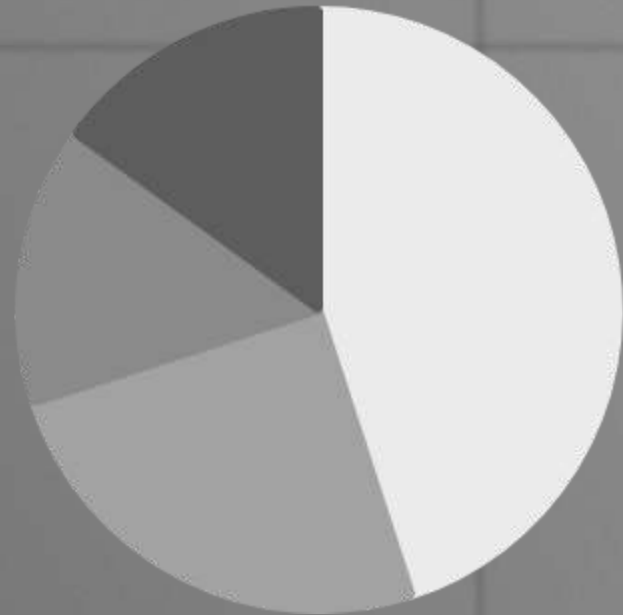
Если нужно отрицание высказывания «существует ученик, который опоздал», правильный вариант: «ни один ученик не опоздал».

Здесь важно различать два разных смысла: отсутствие хотя бы одного подходящего объекта и неполноту действия для всей группы.

В математике эта разница особенно важна, потому что неверная формулировка меняет вывод и может сделать рассуждение ошибочным.

Где чаще встречаются примеры отрицания

Числа Делимость Геометрия
Школьные ситуации



Иллюстративное распределение учебных примеров по теме урока

Числовые задачи чаще всего дают самый простой материал для проверки отрицания.

Логическая форма встречается в разных темах, но в 6 классе заметнее всего в числах и делимости.

Как появляется ошибка при отрицании

1. Сначала читают исходную фразу

Определяют, что именно утверждается:
существование объекта с заданным свойством.

3. Добавляют отрицание без проверки

Часто просто вставляют частицу «не», но при этом теряют условие или меняют смысл высказывания.

2. Находят область объектов

Уточняют, о чём идёт речь: о числах, фигурах, учениках, точках или других объектах.

4. Исправляют формулировку

Правильное отрицание говорит не о новом свойстве, а об отсутствии подходящих объектов в той же области.

2

основные записи выражают одну и ту же мысль.

Записи $\neg \exists x P(x)$ и $\forall x \neg P(x)$ показывают отсутствие объекта с нужным свойством с двух сторон одной логической идеи.

Логические обозначения существования и общности в математике

Как проверить отрицание существования

Логическая последовательность: от исходного утверждения к проверке результата.



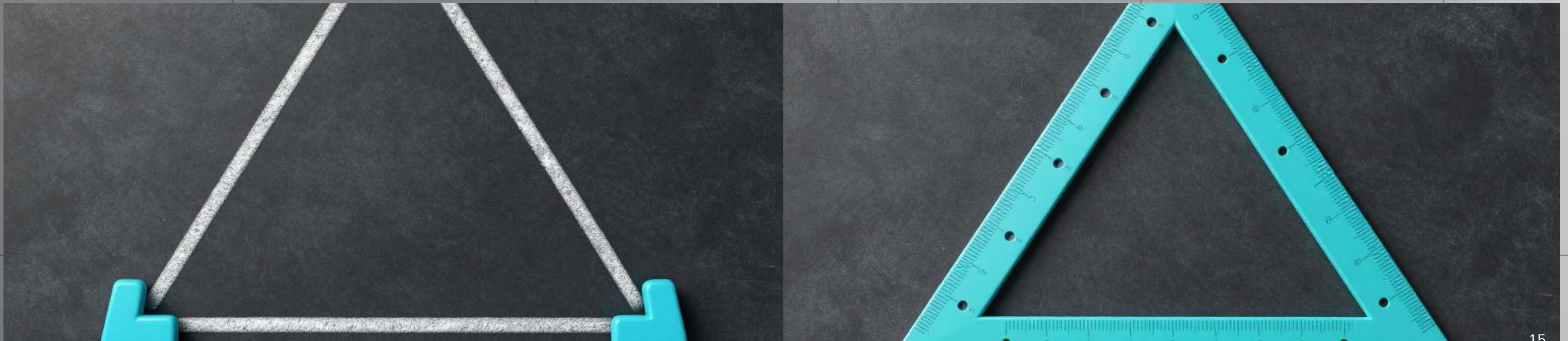
Геометрический пример, который удобно представить на чертеже

Треугольник с тремя прямыми углами

На рисунке можно изобразить треугольник и отметить три прямых угла как проверку невозможного свойства. Такой пример показывает, что не всякое условие, придуманное в задаче, может быть выполнено в геометрии.

Почему отрицание здесь особенно наглядно

Если сказать, что такого треугольника не существует, сразу видно: речь идёт не о поиске редкого случая, а о невозможности самого свойства. Это удобно показывать на схеме с подписью рядом с чертежом.



Как проверяют, верно ли отрицание

Сначала точно определяют область объектов: только натуральные числа, все ученики класса или все треугольники в задаче. Без этого невозможно проверить, что именно отрицается.

Затем ищут хотя бы один подходящий пример. Если такой объект найден, фраза «не существует» становится неверной, потому что условие уже выполнено хотя бы один раз.

Если перебор, построение или рассуждение не дают ни одного подходящего объекта, отрицание считается верным. Такой вывод особенно часто используют в задачах на делимость и свойства фигур.

Слова, которые часто меняются при отрицании

Было	Стало	Смысл
существует хотя бы один	не существует ни одного	объектов нет
есть	нет	ничего не подходит
найдётся	не найдётся	подходящего примера нет

Логические формулировки из школьного курса математики

Таблица показывает, как меняются типичные выражения, если нужно сохранить условие и изменить смысл на отсутствие объекта.

Во всех примерах меняется только смысл наличия или отсутствия, а тема и условие остаются теми же.

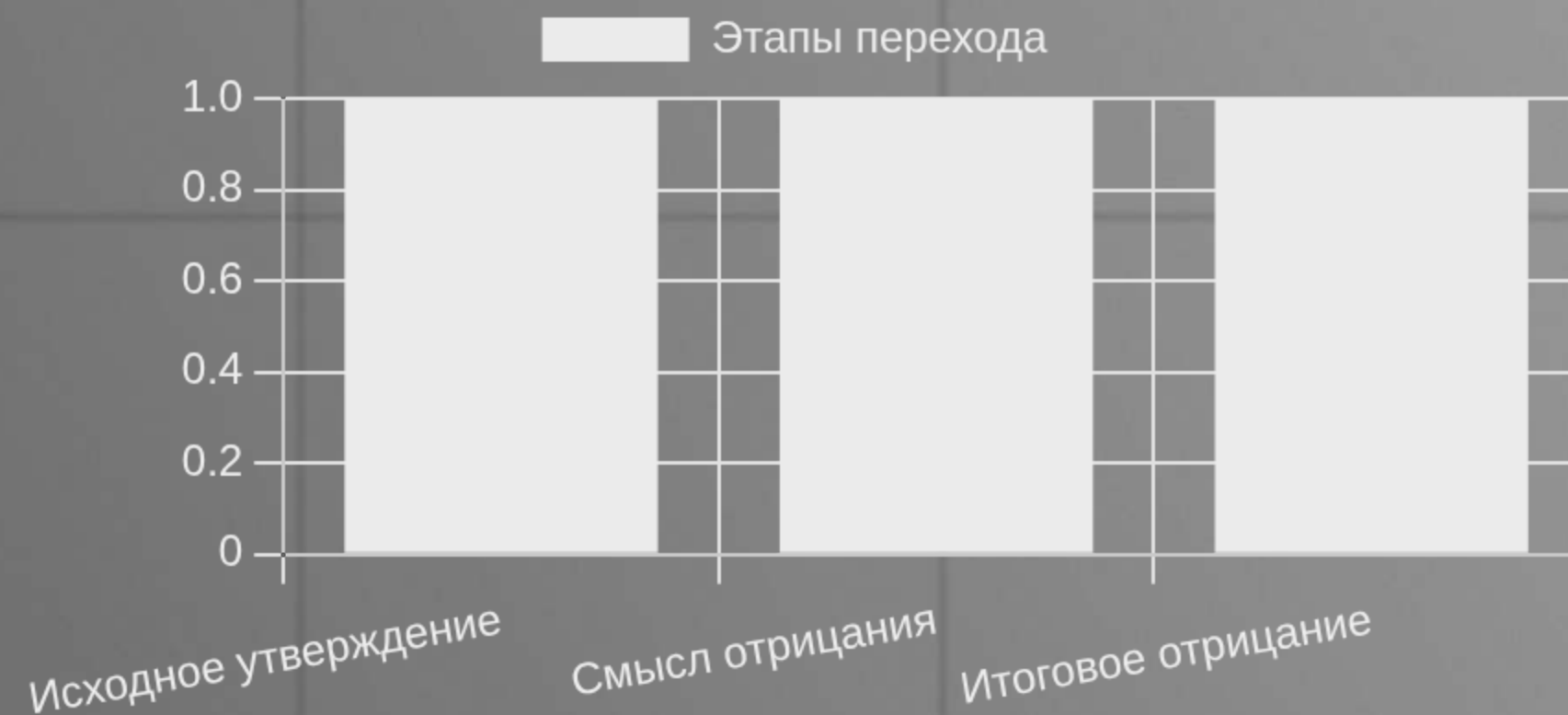
Зачем это нужно на уроках математики

Отрицание существования помогает проверять ответы: если найден подходящий пример, значит, утверждение «не существует» неверно. Это учит не спешить с выводами.

В задачах на числа такое умение связано с делимостью, чётностью и простыми числами. Оно помогает быстро замечать, когда условие выполнить нельзя.

В геометрии и текстовых задачах отрицание помогает отличать невозможное от просто не найденного. Это особенно важно, когда нужно доказать или опровергнуть утверждение.

Схема перехода от существования к отрицанию



Схематическое обобщение правила отрицания высказываний о существовании

Переход удобнее всего делать по одной и той же области объектов, не меняя условие в середине рассуждения.

Смысл меняется только с наличия на отсутствие, а логическая основа остаётся прежней.

Главный вывод урока

Отрицание существования говорит, что в заданной области нет ни одного подходящего объекта. Если сохранять условие и область, такое отрицание легко составить и проверить.