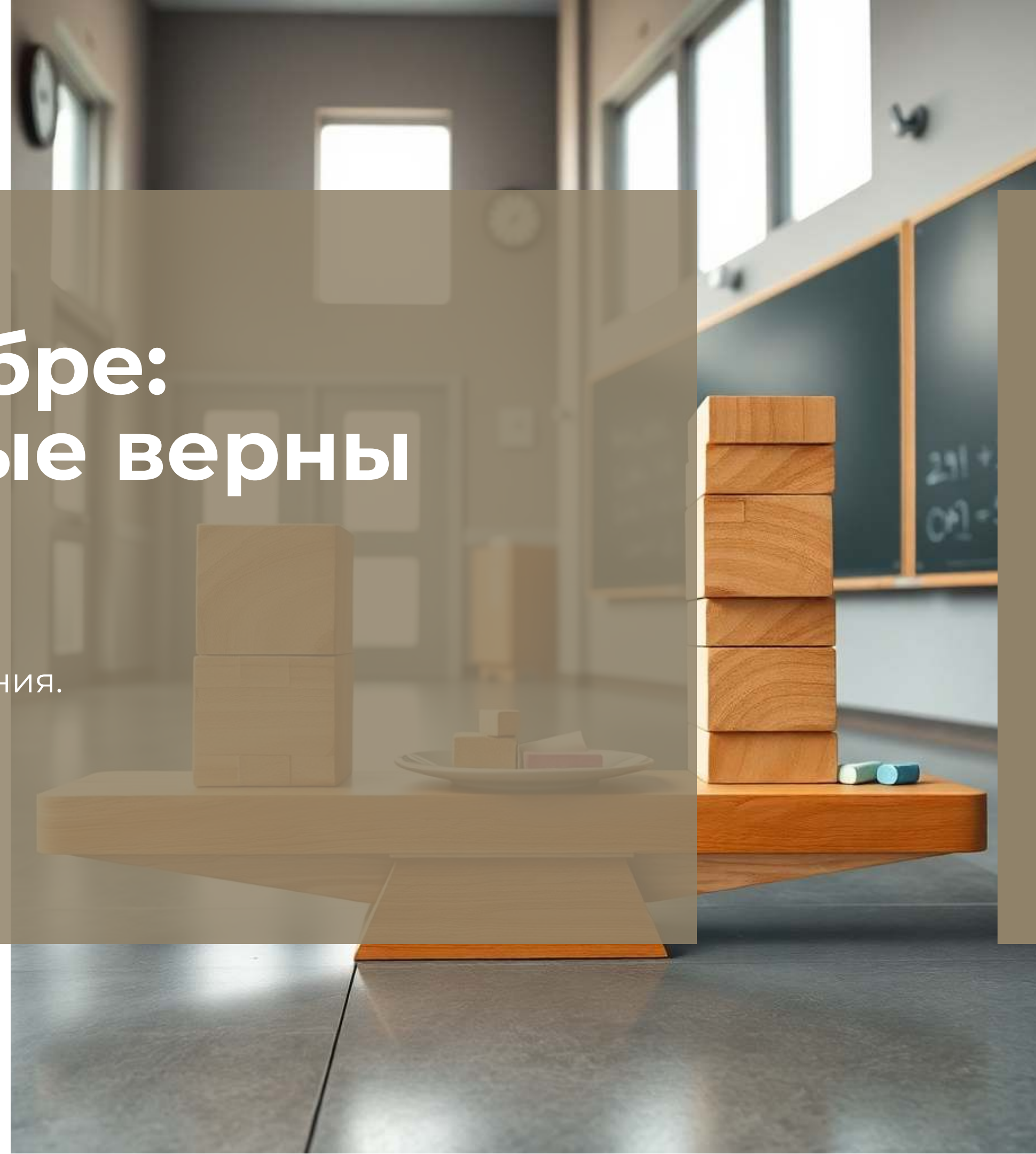


Тождества в алгебре: равенства, которые верны всегда

Равенства, которые не меняют смысл выражения.



Почему тождества помогают в алгебре

Тождества встречаются при раскрытии скобок, упрощении выражений и преобразовании формул. Они показывают, как записать одно и то же значение по-разному — короче, удобнее и быстрее для вычислений и решений задач 7 класса.



Тождество и уравнение: в чём разница

01

Уравнение ищет ответ

Уравнение выполняется только при некоторых значениях переменной. Например, $x+5=12$ верно лишь при $x=7$, а при других значениях равенство уже нарушается.

02

Тождество верно всегда

Тождество сохраняет истинность при всех допустимых значениях букв. Например, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ остаётся верным независимо от выбранных значений переменных.

03

Проверка через преобразование

Чтобы проверить тождество, левую и правую части упрощают по правилам алгебры. Если получаются одинаковые выражения, равенство подтверждается для всех разрешённых значений.

04

Важно помнить ограничения

Перед выводом нужно проверить, не запрещены ли какие-то значения букв. Если выражение содержит деление или корень, допустимые значения становятся особенно важны.

Основные виды тождеств в 7 классе

Эти группы тождеств помогают преобразовывать выражения без изменения их значения.

Все перечисленные тождества сохраняют значение выражения, но делают запись более удобной для вычислений и преобразований.

Группа	Пример	Назначение
Распределительный закон	$a(b+c)=ab+ac$	Раскрытие скобок
Формулы сокращённого умножения	$(a+b)^2$, a^2-b^2	Быстрые преобразования
Приведение выражений	Скобки, подобные слагаемые	Упрощение записи
Разложение на множители	$ab+ac=a(b+c)$	Запись в виде произведения

Распределительный закон: основа раскрытия скобок

○ Смысл правила

Если число умножается на сумму в скобках, оно умножается на каждое слагаемое отдельно. Поэтому $a(b+c)$ превращается в $ab+ac$ без изменения значения.

○ Две одинаковые записи

Правило работает и справа налево: $(a+b)c=ac+bc$. Это помогает не только раскрывать скобки, но и выносить общий множитель за скобки.

○ Основа преобразований

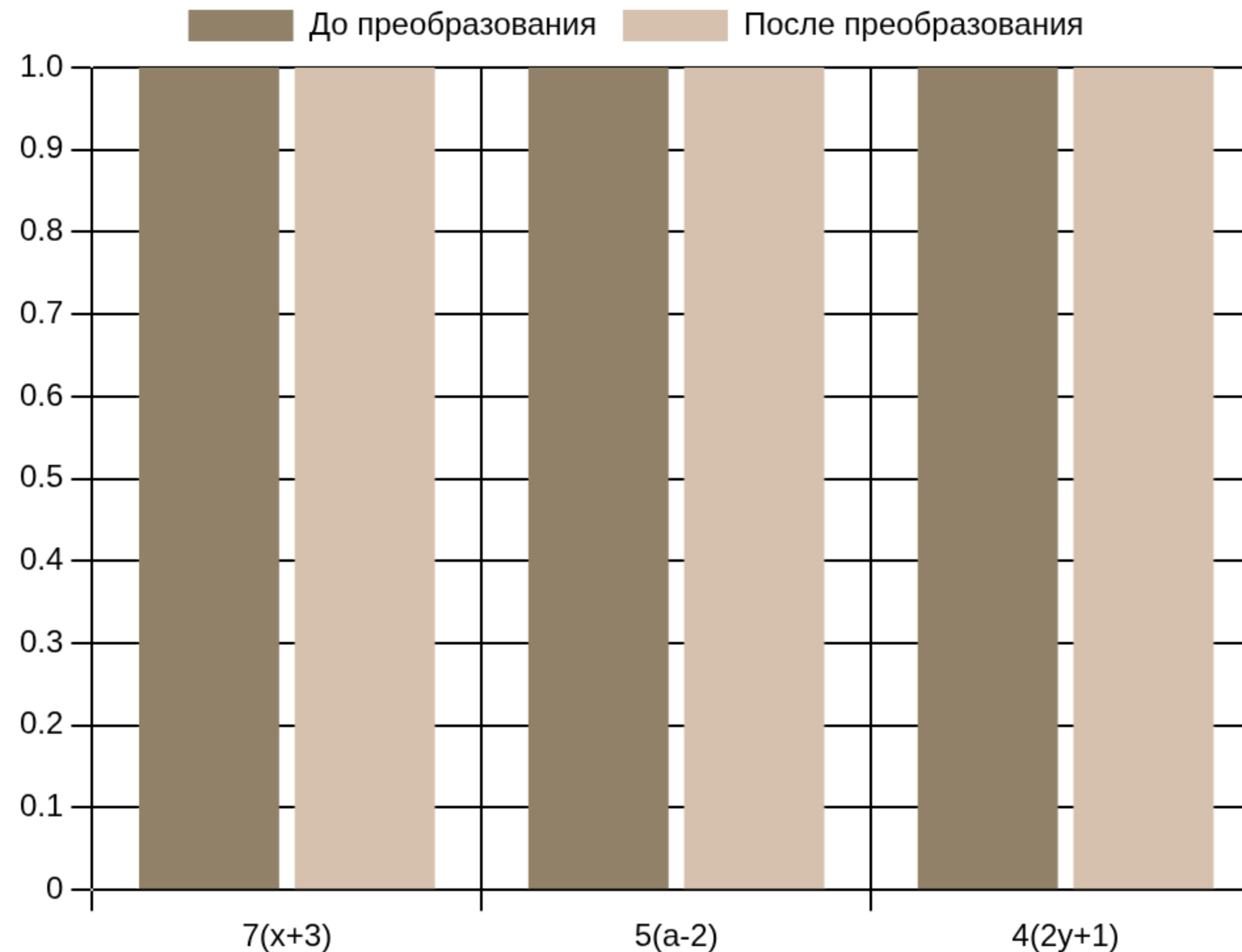
Из распределительного закона вырастают многие школьные приёмы: упрощение выражений, решение уравнений и переход к более удобному виду записи.



Как меняется запись после раскрытия скобок

На диаграмме одна и та же пара записей показана для каждого примера: исходная форма и преобразованный вид. Значение остаётся одинаковым.

Тождественное преобразование меняет только форму выражения, а не его значение; именно поэтому такие записи можно свободно заменять друг другом.



Примеры составлены по материалам школьного курса алгебры 7 класса

3

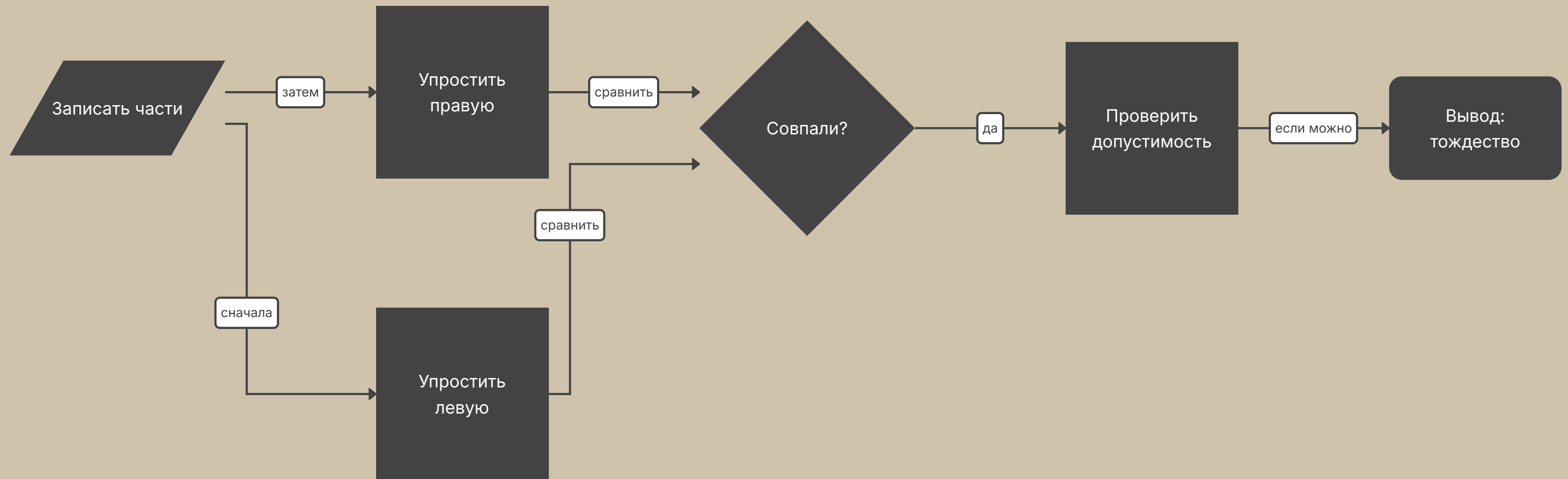
основные формулы нужно уверенно узнавать и применять в 7 классе.

Эти три тождества позволяют быстро раскрывать скобки, упрощать выражения и переходить к более короткой записи без лишних вычислений.

Школьный курс алгебры 7 класса

Проверка тождества: пошаговый алгоритм

Алгоритм проверки равенства в курсе алгебры 7 класса



Примеры тождественных преобразований

1

Раскрытие скобок

В выражении $2(x+4)=2x+8$ число 2 умножается на каждое слагаемое в скобках. Запись меняется, но значение выражения остаётся тем же.

2

Квадрат разности

Формула $(m-3)^2=m^2-6m+9$ показывает, как квадрат двучлена превращается в трёхчлен. Важно не забыть средний член и правильные знаки.

3

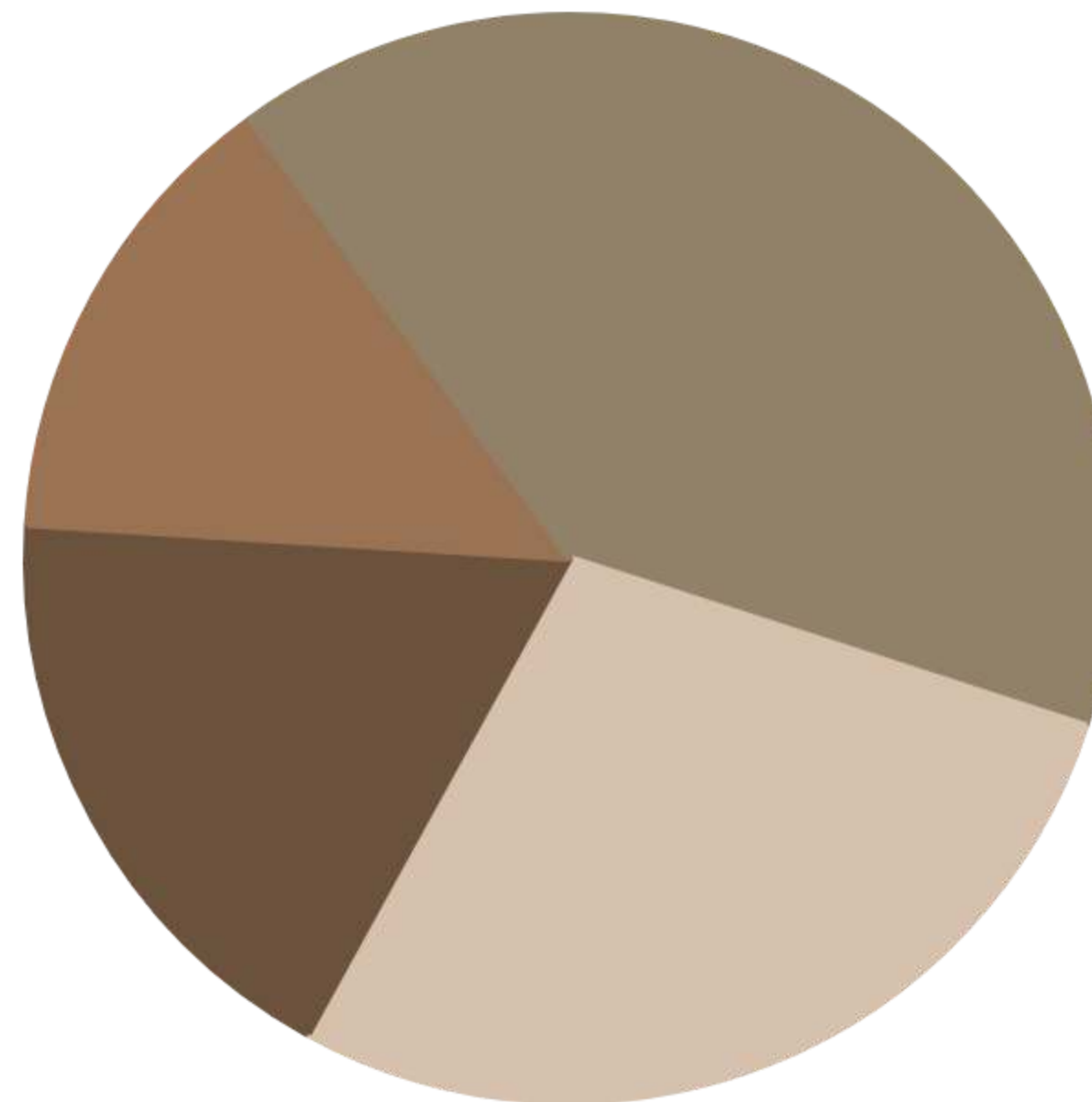
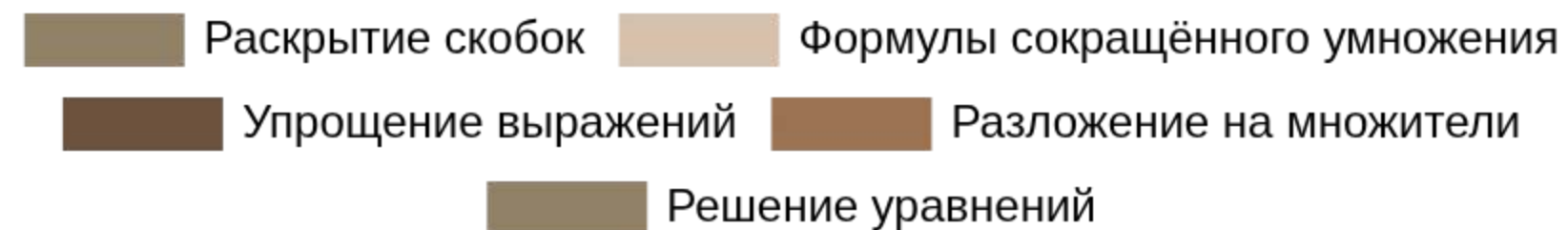
Разность квадратов

Запись $9k^2-16=(3k-4)(3k+4)$ демонстрирует разложение на множители. После раскрытия скобок справа снова получается исходное выражение.

Где тождества чаще всего встречаются в алгебре

Диаграмма показывает, какие темы чаще опираются на тождества в 7 классе. Это помогает понять, что они нужны не только для одной темы, а почти во всём курсе.

Наиболее часто тождества используются при раскрытии скобок и в формулах сокращённого умножения, потому что именно они лежат в основе многих преобразований.



Оценка по содержанию курса алгебры 7 класса

Тождества в геометрии и числовых формулах



Формулы для фигуры на чертеже

Когда прямоугольник изображён на рисунке, его стороны легко обозначить буквами и сразу получить формулы для вычислений. Периметр удобно записывать как $2(a+b)$, а площадь — как ab . Так буквенная запись связывает чертёж и готовый ответ.



Окружность и буквенная запись

Для окружности тождество $C=2\pi r$ показывает, как длина связана с радиусом. Даже без чисел формула остаётся верной для любого допустимого r . На схеме рядом с кругом удобно подписать радиус и само равенство.

Типичные ошибки при работе с тождествами

В таблице собраны наиболее частые ошибки, которые встречаются при преобразовании выражений в 7 классе.

Главные причины ошибок — невнимательность к знакам и игнорирование ограничений. Если каждый шаг проверять отдельно, тождественные преобразования становятся надёжными.

Ошибка	Что проверить	Как избежать
Знак в скобках	Минус перед скобкой	Раскрывать по правилу
Пропуск члена	$(a+b)^2$	Писать три слагаемых
Неверное сокращение	Общие множители	Сокращать только множители
Ограничения	Знаменатель	Проверять допустимые значения

Проверка тождества на примере разности квадратов

Исходная формула

Запись $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ показывает, что разность квадратов можно представить как произведение. Это один из самых удобных способов преобразования выражений.

Раскрытие скобок

Если раскрыть правую часть, получится $a^2 + ab - ab - b^2$. Средние слагаемые ab и $-ab$ имеют противоположные знаки и взаимно уничтожаются.

Вывод

Остаётся $a^2 - b^2$, значит равенство верно при всех допустимых значениях переменных. Поэтому формула особенно полезна для разложения выражений на множители.

Почему преобразование делает запись короче

Диаграмма показывает не числовой ответ, а упрощение записи на каждом этапе преобразования.

Чем меньше операций остаётся в записи, тем проще считать и проверять результат. Тожество сохраняет значение, но делает выражение удобнее.

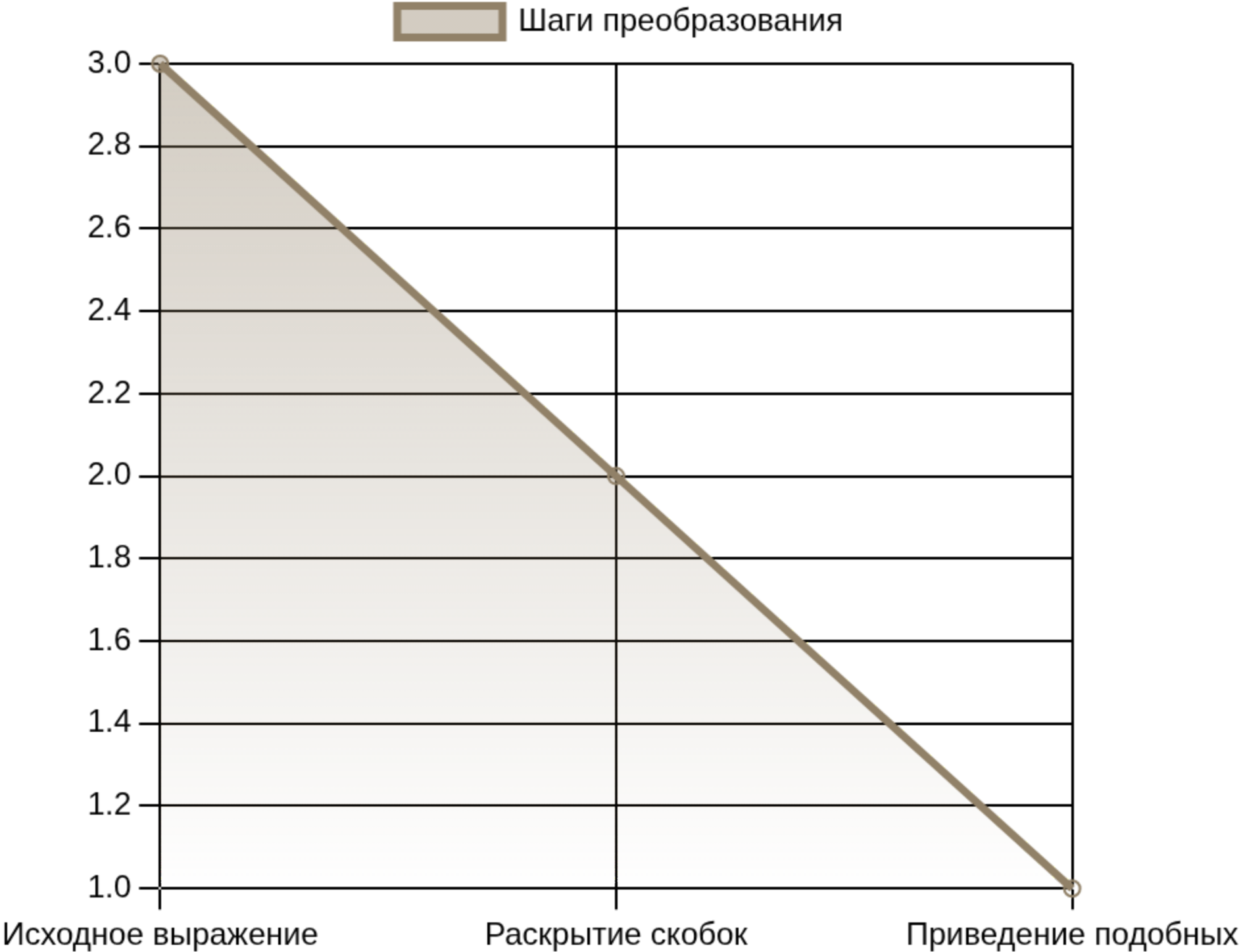


Иллюстрация по материалам темы «Тожества», 7 класс

Допустимые значения переменных

01

Проверяй область

Сначала нужно понять, при каких значениях переменных выражение вообще имеет смысл. Если в записи есть дробь, знаменатель не должен обращаться в ноль.

02

Ищи запрет

Иногда одно значение переменной делает равенство невозможным. Тогда это значение исключают, и тождество рассматривают только для остальных допустимых случаев.

03

Не спеши сокращать

Сокращение одинаковых частей допустимо не всегда. Нужно убедиться, что сокращаемые множители действительно существуют и не скрывают деление на ноль.

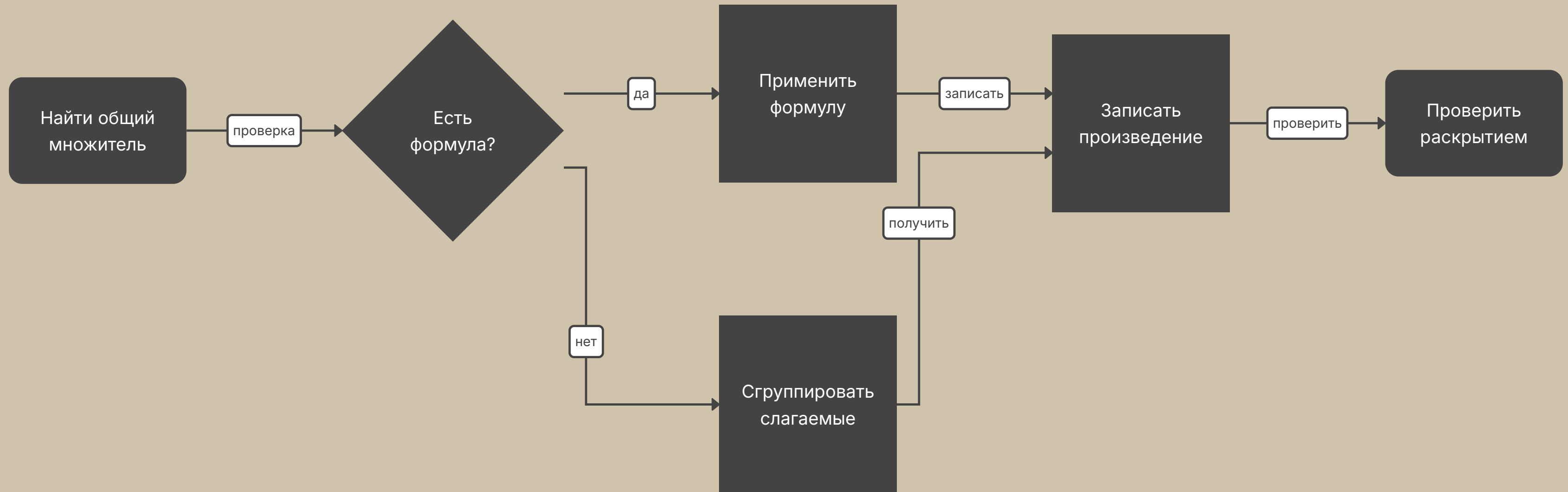
04

Делай вывод точно

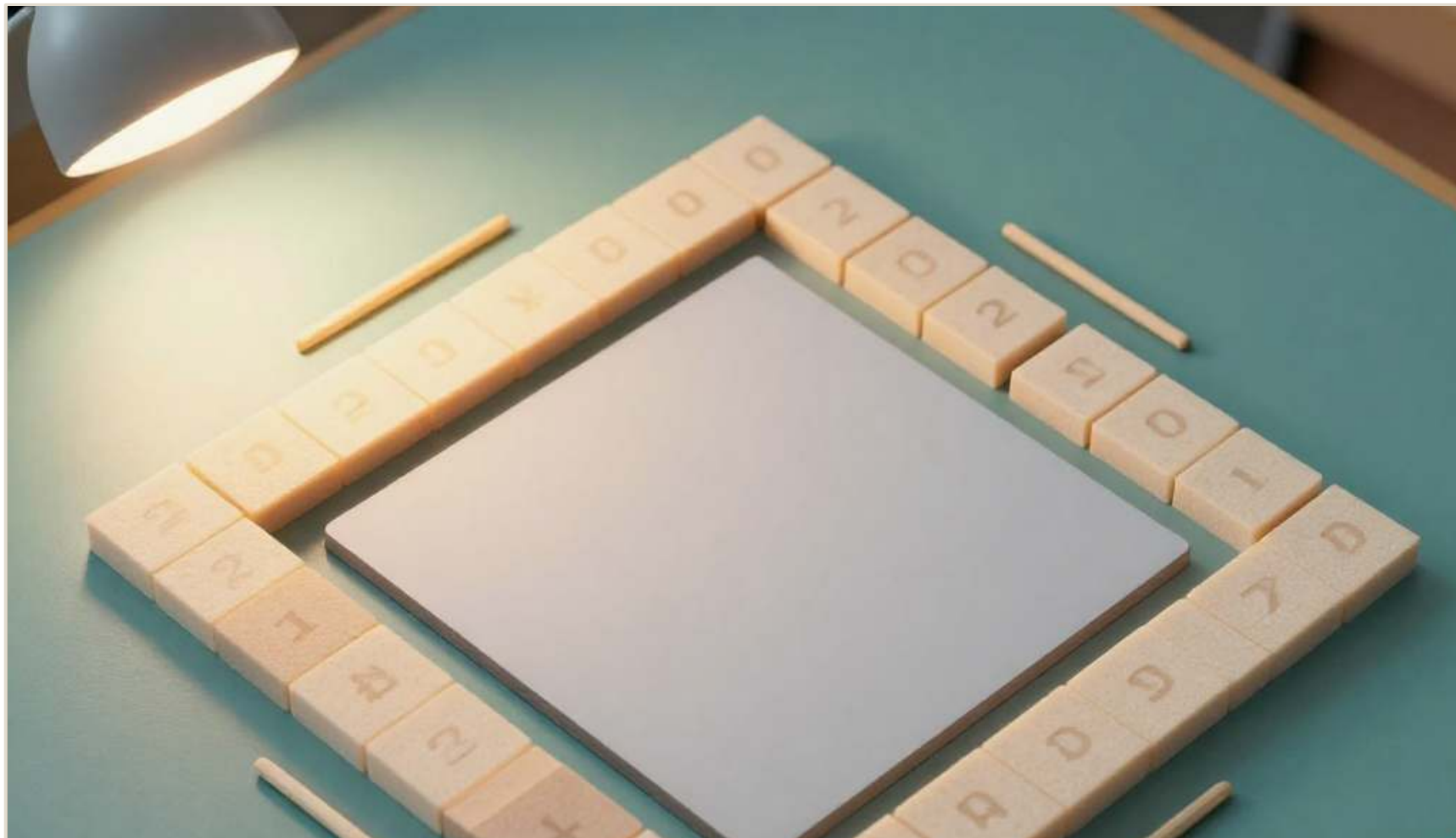
Если равенство нарушается хотя бы для одного разрешённого значения, это уже не тождество. Поэтому проверка области допустимых значений обязательна.

Как разложить выражение на множители

Последовательность действий для задач 7 класса



Тождества в задачах из жизни



Быстрый счёт без калькулятора

Выражение $19 \cdot 21$ удобно заменить на $(20-1)(20+1)$. По формуле разности квадратов получаем $20^2 - 1$, то есть 399. Такой приём помогает быстро считать в уме и проверять ответ без длинных вычислений.



Формулы вокруг нас

Тождества пригодятся не только в примерах на доске. Ими пользуются, когда находят стоимость покупки, периметр комнаты или площадь участка. Буквенная запись делает расчёты короче и помогает не потерять важные шаги решения.

Проверочные примеры для закрепления

В таблице показано, как одно и то же выражение можно записать в разных видах, сохранив значение.

Во всех примерах меняется только форма записи, а не значение выражения. Это и есть главный признак тождества.

Исходное	Преобразование	Результат
$(x+2)^2$	x^2+4x+4	одно и то же
$6(a-1)$	$6a-6$	одно и то же
$(p+q)(p-q)$	p^2-q^2	одно и то же

Что нужно запомнить о тождествах

○ Верность всегда

Тождество остаётся верным при всех допустимых значениях переменных. Если есть запрет на какое-то значение, его обязательно учитывают до проверки равенства.

○ Главные приёмы

В 7 классе чаще всего используют раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых, формулы сокращённого умножения и разложение на множители.

○ Сила проверки

Чтобы убедиться в тождестве, обе части выражения преобразуют до одинакового вида. Это надёжнее, чем проверять равенство только на одном примере.

○ Внимание к знакам

Ошибки чаще всего появляются из-за неверного знака, пропуска члена или неправильного сокращения. Аккуратность здесь важнее скорости.

Тождества делают алгебру удобнее

Тождества помогают видеть, что одно выражение можно записать по-разному, не меняя его значения. Они ускоряют вычисления, упрощают преобразования и становятся основой дальнейшего изучения алгебры.