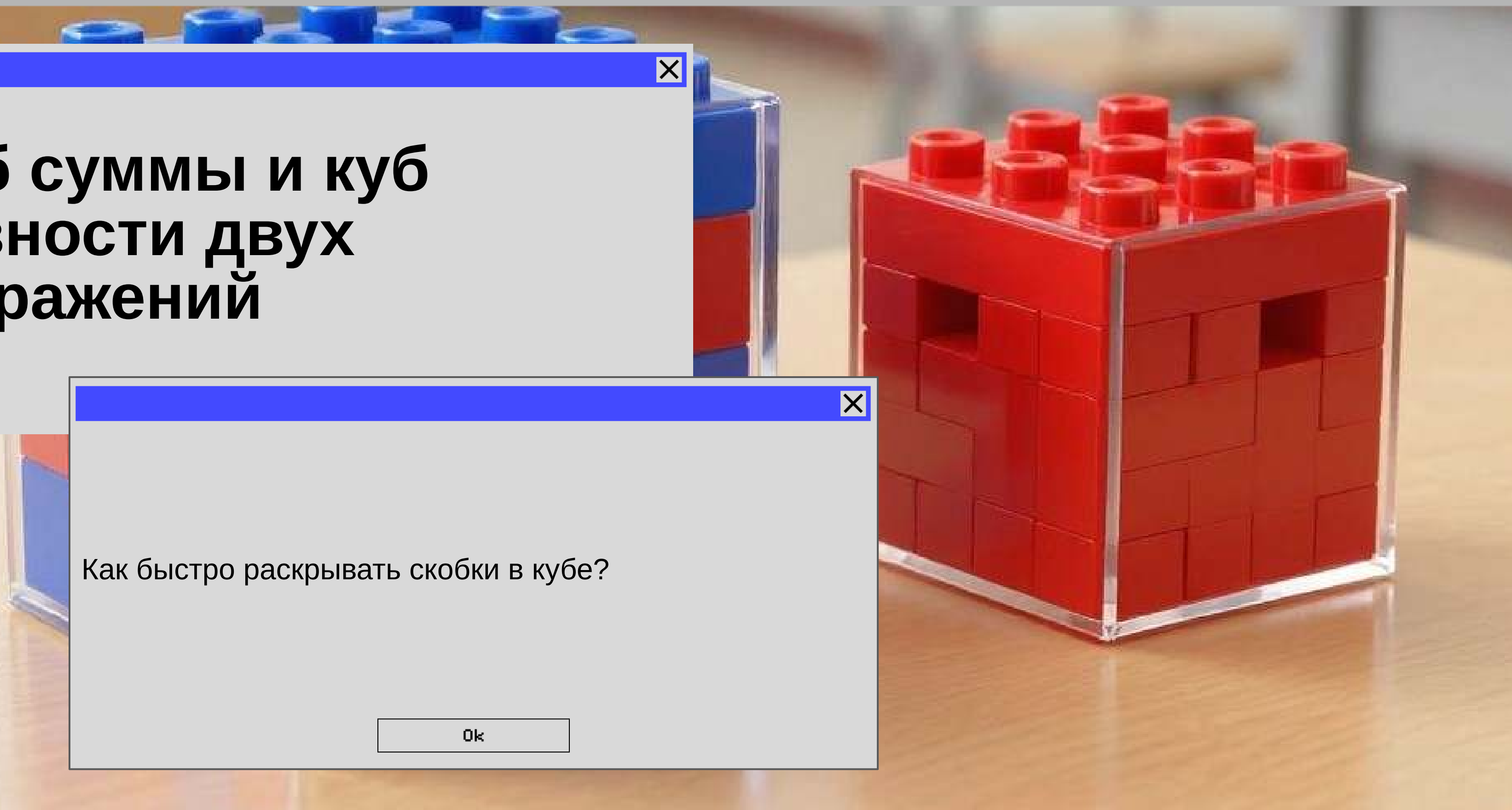


File Edit Search Help

Куб суммы и куб разности двух выражений

Как быстро раскрывать скобки в кубе?

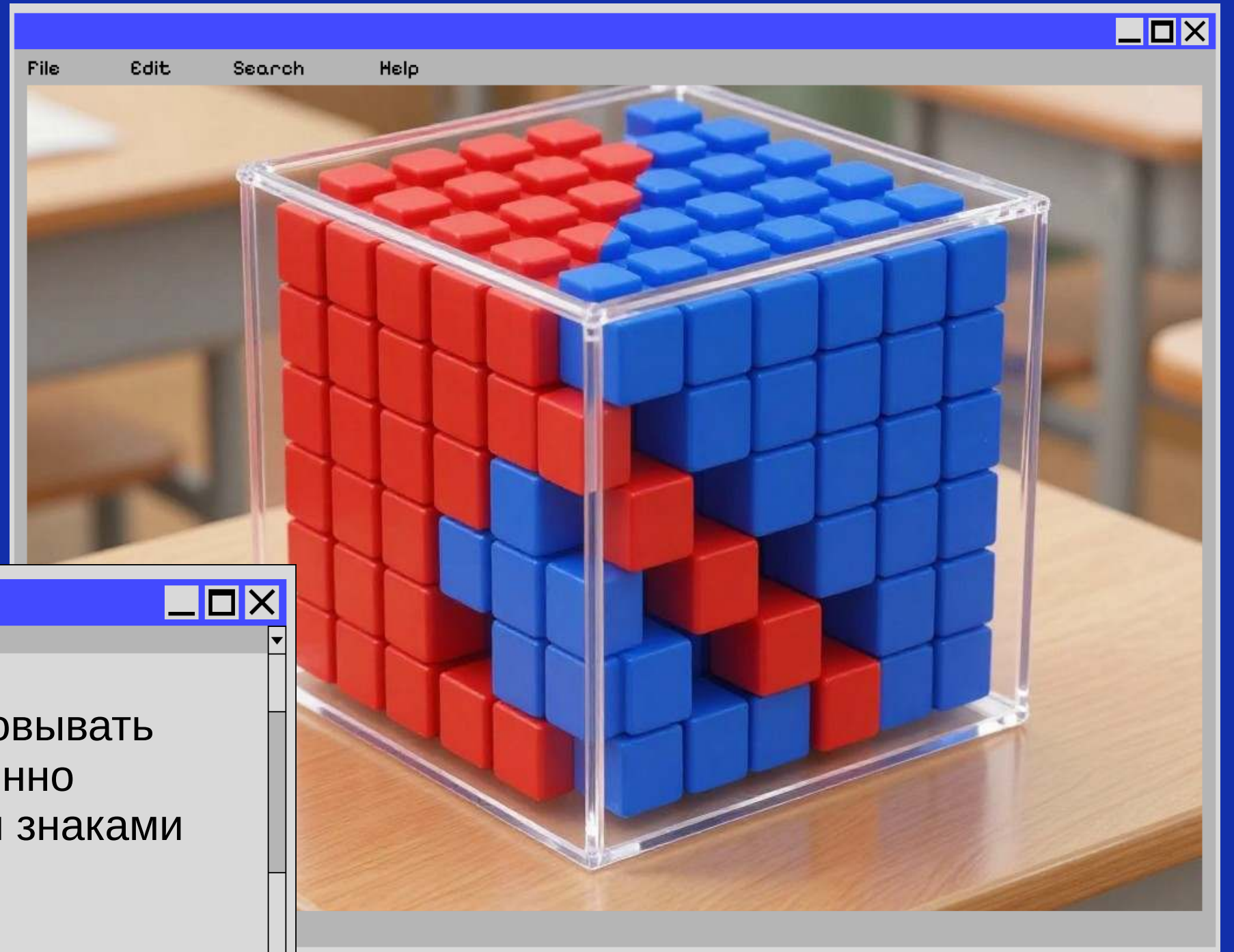
Ok



Зачем нужны формулы куба

Ok

Эти формулы помогают быстрее преобразовывать выражения, проверять вычисления и уверенно работать со степенями, коэффициентами и знаками в алгебре 7 класса.



Что означает возведение в куб

1

Третья степень

Куб числа или выражения — это произведение трёх одинаковых множителей: $x^3 = x \cdot x \cdot x$. Поэтому при возведении в куб важно понимать не только степень, но и саму структуру записи.

2

Куб двух выражений

Если в куб возводится сумма или разность, то в третью степень берут выражение целиком: $(a+b)^3$ или $(a-b)^3$. После раскрытия скобок получается многочлен, состоящий из четырёх членов.

3

Что меняется

В обеих формулах порядок степеней остаётся похожим, но для разности меняются знаки. Это помогает сразу отличать куб суммы от куба разности и не путать их при вычислениях.

Геометрический смысл куба суммы

Объём куба

Выражение $(a+b)^3$ можно представить как объём куба с ребром $a+b$. Такая модель делает формулу наглядной и показывает, что речь идёт о пространственной фигуре.

Разделение ребра

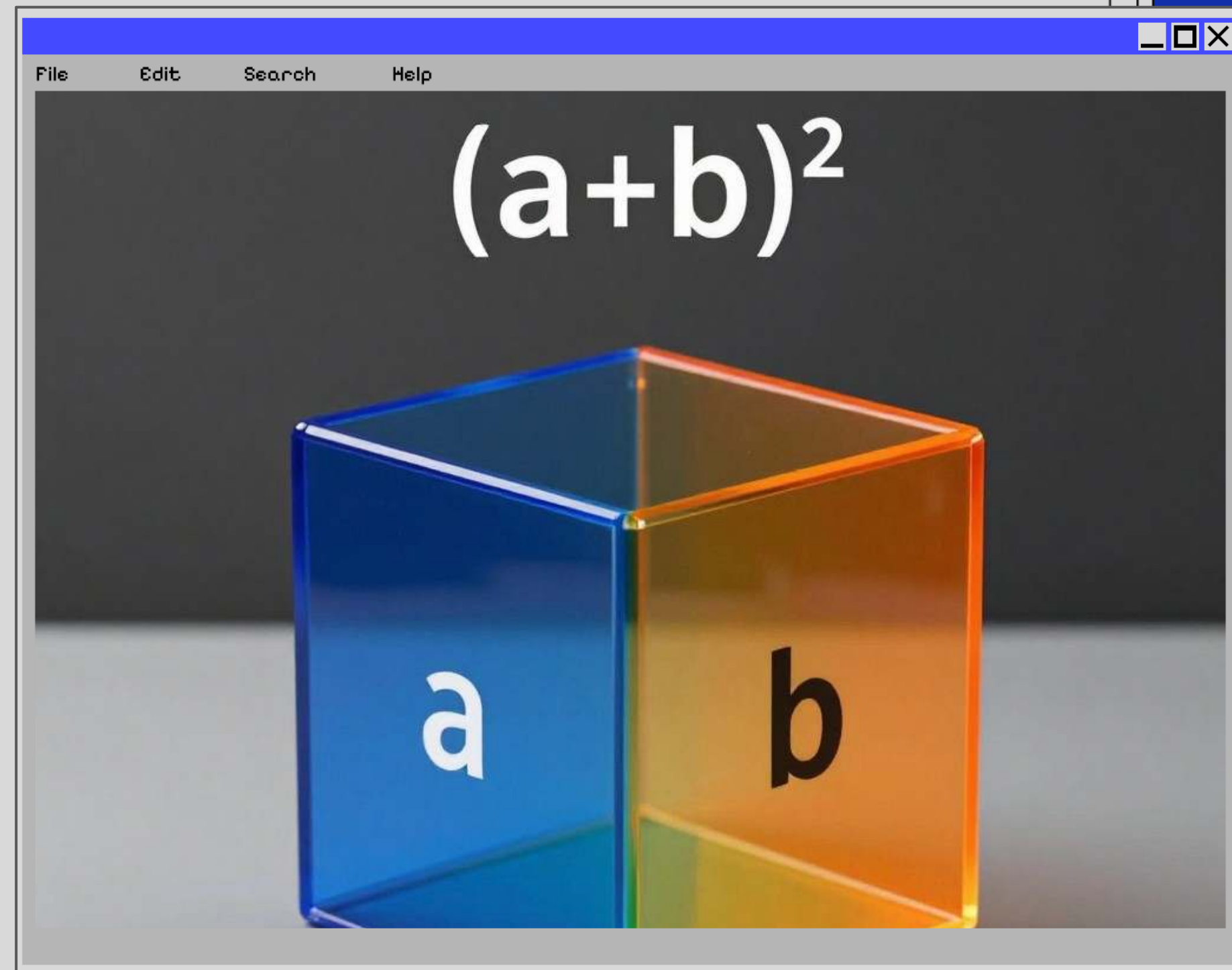
Если мысленно разделить ребро на части a и b , в объёме можно выделить отдельные части. Каждая из них соответствует одному из членов будущей алгебраической формулы.

Откуда берётся 3

Коэффициент 3 появляется потому, что некоторые части встречаются несколько раз в одинаковом виде. Поэтому в формуле есть не только кубы, но и два смешанных члена.

Четыре составляющие

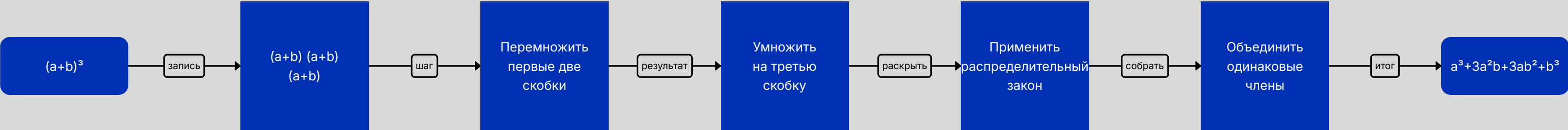
Итоговое разложение содержит a^3 , $3a^2b$, $3ab^2$ и b^3 . Такой набор показывает, почему в формуле всегда четыре слагаемых и как связаны геометрия и алгебра.



Как получают формулу куба суммы

Последовательность раскрытия скобок и объединения одинаковых членов

Ok



Формула куба суммы

1

Главная запись

Формула куба суммы имеет вид $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Она позволяет заменить длинное перемножение компактной записью и быстро получить верный многочлен.

2

Первый и последний члены

Первый член a^3 получается из куба первого слагаемого, а последний b^3 — из куба второго слагаемого. Эти части формулы легко распознать, потому что они стоят по краям.

3

Средние члены

Члены $3a^2b$ и $3ab^2$ называют смешанными: в них присутствуют оба выражения. Они возникают несколько раз одинаковым способом, поэтому в записи появляется коэффициент 3.

4

Порядок сохраняется

Степени и расположение членов в формуле идут в устойчивом порядке: сначала куб первого выражения, затем смешанные члены, а после них куб второго выражения.

Состав формулы куба суммы

Каждая часть формулы имеет свой смысл и помогает быстро проверить запись.

Формула всегда содержит четыре члена и сохраняет порядок степеней от a^3 к b^3 .

Формула куба суммы $(a+b)^3$		
File Edit Search Help		
Часть	Вид	Смысл
a^3	куб a	первый член
$3a^2b$	смешанный	три раза
$3ab^2$	смешанный	три раза
b^3	куб b	последний член

Формула куба разности

1

Основная запись

Формула куба разности записывается так: $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$. По строению она почти совпадает с кубом суммы, но в двух местах меняются знаки.

3

Почему чередуются знаки

Минус входит в произведение три раза, поэтому знаки распределяются не одинаково. Второй и четвёртый члены становятся отрицательными, а третий остаётся положительным.

2

Что остаётся тем же

Степени и коэффициенты в формуле не меняются: снова получаем 1, 3, 3, 1. Это значит, что структура многочлена сохраняется, а различие связано только со знаком внутри скобок.

4

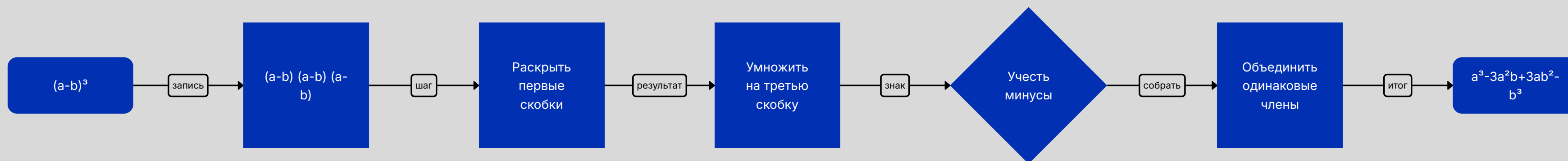
Главная особенность

При раскрытии скобок важно не менять порядок членов. Сначала идёт куб первого выражения, затем смешанные члены, а в конце — куб второго выражения со знаком минус.

Как получают формулу куба разности

Пошаговое раскрытие скобок с учётом знаков минус

Ok



Сравнение коэффицентов в двух формулах

Обе формулы имеют одинаковый набор степеней и легко сравниваются по порядку членов.

Различие сводится к знакам у второго и четвёртого членов; это помогает быстрее запомнить обе записи.

Сокращённые формулы куба суммы и куба разности

File Edit Search Help

Как запомнить структуру формул

Порядок степеней

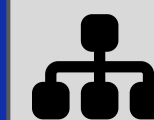
В обеих формулах члены идут в одном и том же порядке: a^3 , a^2b , ab^2 , b^3 .
Если помнить эту последовательность, легче восстановить запись без лишних вычислений.

Ok

Крайние члены

Первый и последний члены всегда особенно заметны: это кубы исходных выражений. Такой ориентир помогает быстро проверить, не потеряна ли часть формулы и не перепутаны ли степени.

Ok



Связь с треугольником

Числа 1, 3, 3, 1 совпадают с третьей строкой треугольника Паскаля. Этот шаблон удобно использовать как подсказку: коэффициенты в кубе всегда образуют симметричную последовательность.

Ok

Проверка формулы на числах

1 Берём простые значения

Пусть $a = 2$ и $b = 1$. Тогда легко посчитать обе части формулы и сравнить результат без громоздких преобразований, чтобы убедиться в правильности записи.

2 Проверяем куб суммы

Для $(2+1)^3$ получаем 27. По формуле это $2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1^2 + 1^3 = 8 + 12 + 6 + 1 = 27$.

3 Проверяем куб разности

Для $(2-1)^3$ получаем 1. По формуле это $2^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1^2 - 1^3 = 8 - 12 + 6 - 1 = 1$.

Типичные ошибки при раскрытии куба

Пропуск члена

Иногда при раскрытии скобок забывают один из четырёх членов. Это сразу нарушает структуру формулы, поэтому полезно каждый раз проверять наличие крайних и средних слагаемых.

Неверные знаки

Особенно часто ошибаются во второй и четвёртой позициях в кубе разности. Чтобы избежать этого, нужно помнить: знак минус влияет на члены с нечётным числом минусов.

Путаница в степенях

Школьники нередко заменяют куб квадратом или наоборот, особенно в смешанных членах. Здесь помогает правило: степени исходных выражений должны суммироваться до трёх.

Случайный коэффициент

Вместо коэффициента 3 иногда записывают 2 или 6. Но в правильной формуле смешанные члены появляются по три раза, поэтому коэффициент всегда равен трём.

Какие ошибки встречаются чаще всего

Диаграмма показывает, где ученики чаще всего теряют точность при раскрытии куба, особенно при работе с минусом и смешанными членами.

Наибольшие трудности связаны со знаками и коэффициентом 3, поэтому полезнее сначала проверять структуру ответа, а уже потом считать.

Пример куба суммы

1

Подставляем значения

Рассмотрим выражение $(x+2)^3$. Здесь $a = x$, $b = 2$, поэтому можно сразу применить общую формулу без перемножения трёх скобок вручную.

3

Считаем смешанные члены

Средние члены равны $3x^2 \cdot 2 = 6x^2$ и $3x \cdot 2^2 = 12x$. Они показывают, как в формуле соединяются степени x и числа 2.

2

Находим первый и последний члены

Первый член даёт x^3 , а последний — $2^3 = 8$. Эти части легко определить сразу, потому что они образуются из кубов исходных слагаемых.

4

Записываем ответ

Итог: $(x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$. Пример показывает, что сокращённая формула даёт точный результат намного быстрее обычного перемножения.

Пример куба разности

Выбираем выражение

Возьмём $(y-3)^3$. Здесь $a = y$, $b = 3$, поэтому нужно использовать формулу куба разности и внимательно следить за чередованием знаков.

Первый и второй члены

Первый член остаётся y^3 , а второй становится $-3y^2 \cdot 3 = -9y^2$. Минус сохраняется, потому что он связан со вторым членом формулы.

Третий и четвёртый члены

Далее получаем $3y \cdot 3^2 = 27y$ и последний член $-3^3 = -27$. Эти части показывают, как квадрат и куб числа 3 влияют на результат.

Итог выражения

После подстановки выходит: $(y-3)^3 = y^3 - 9y^2 + 27y - 27$. Формула помогает быстро получить точный ответ без длинного умножения.

Сравнение двух формул в одной таблице

Сокращённые формулы алгебры

Выражение	1-й член	Средние члены	Последний член	Знаки
$(a+b)^3$	a^3	$+3a^2b;$ $+3ab^2$	b^3	$+$ $+$ $+$ $+$
$(a-b)^3$	a^3	$-3a^2b; +3ab^2$	$-b^3$	$+$ $-$ $+$ $-$

В таблице видно, что обе формулы имеют одинаковую структуру, а различие связано только со знаками и исходной скобкой.

Набор членов совпадает, поэтому при выборе формулы нужно смотреть прежде всего на знак между скобками.

Связь с другими сокращёнными формулами

Общее правило

Куб суммы и куб разности относятся к одной группе с формулами квадрата суммы и квадрата разности. Все они помогают раскрывать скобки быстрее и аккуратнее.

Часть системы тождеств

Рядом с ними в алгебре используются разность квадратов и разность кубов. Поэтому изучаемая тема не отдельная, а входит в общую систему важных тождеств.

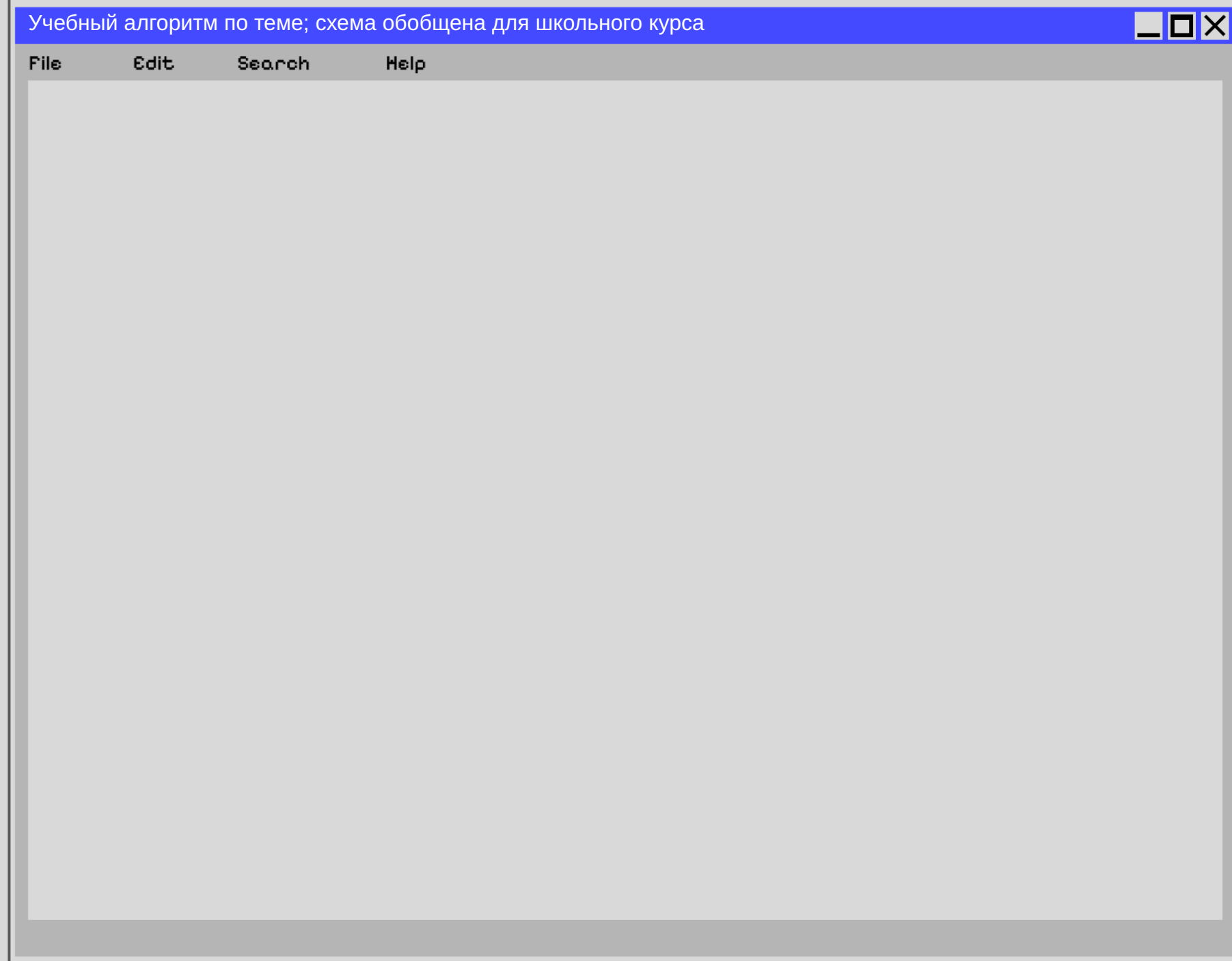
Подготовка к новым темам

Если хорошо понимать эти формулы, позже легче работать с преобразованием многочленов и уравнениями. Основа остаётся одной: увидеть шаблон и применить его без ошибок.

Как выбрать нужную формулу

Сначала определяют знак внутри скобок, затем подставляют простое число для проверки и сверяют ответ с ожидаемой структурой.

Алгоритм короткий: знак подсказывает формулу, а проверка числом помогает быстро обнаружить ошибку в вычислениях или записи.



Кубы, которые помогают считать быстрее

Ok

Формулы куба суммы и куба разности делают алгебру короче и понятнее. Если помнить порядок членов, коэффициенты 1, 3, 3, 1 и роль знаков, раскрывать скобки становится гораздо проще.