

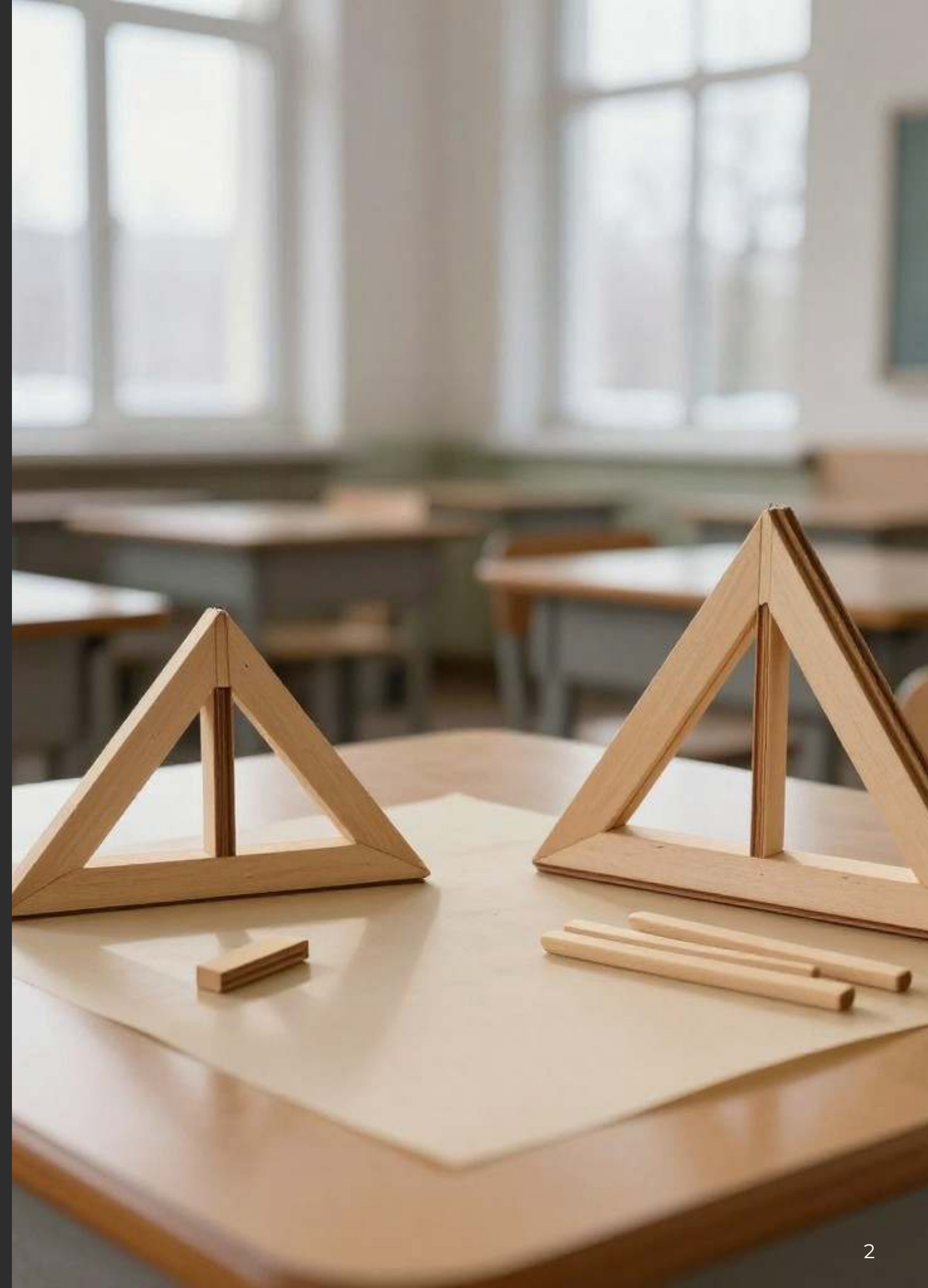
Подобные треугольники

Одинаковая форма, разные размеры — в этом вся суть.



Зачем изучать подобие треугольников в 9 классе

Подобие помогает сравнивать фигуры, находить неизвестные длины и решать практические задачи, когда измерить объект напрямую невозможно. Эта тема особенно важна для построений и вычислений по пропорциям.



Определение подобных треугольников

1. Равные углы

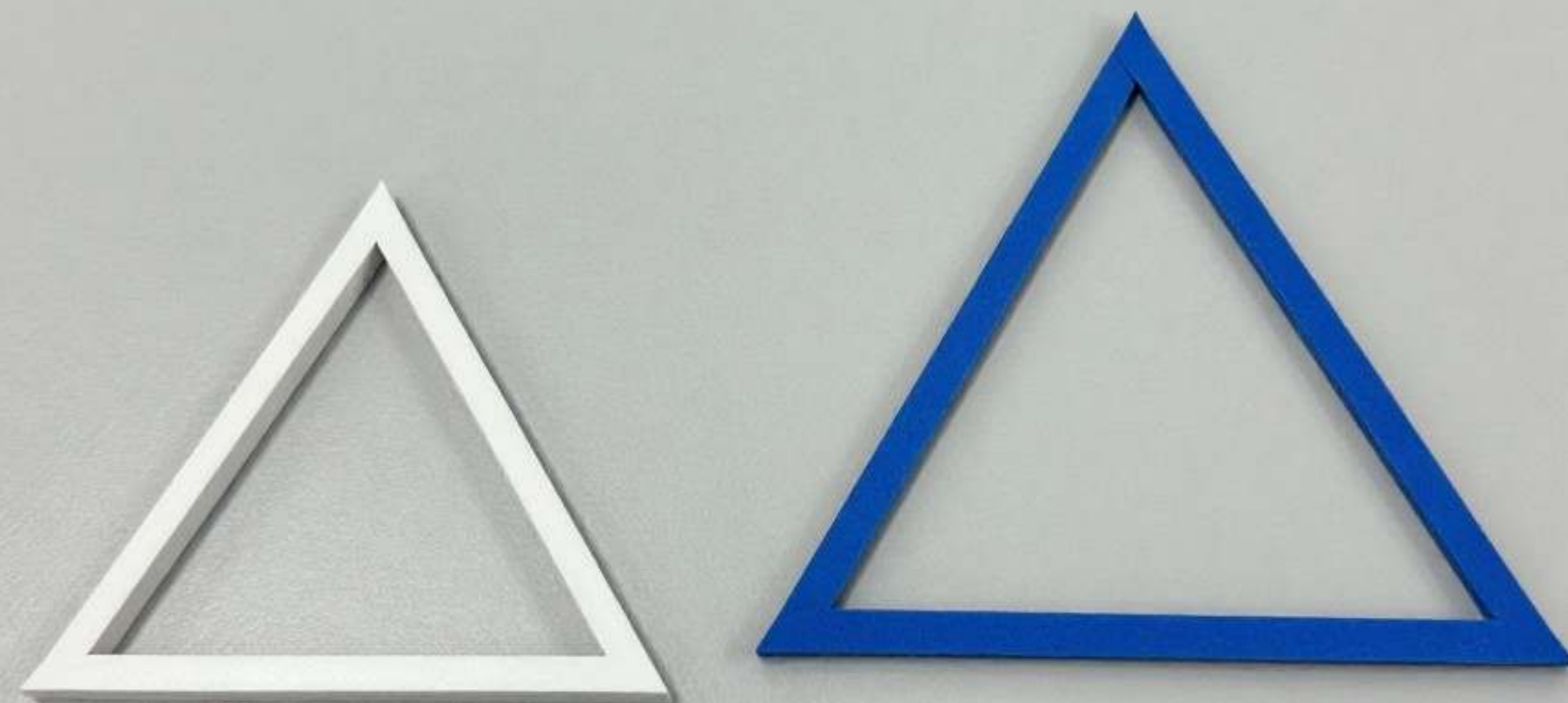
Два треугольника считают подобными, если их соответствующие углы попарно равны. Это означает, что фигуры имеют одну и ту же форму, хотя размеры могут различаться.

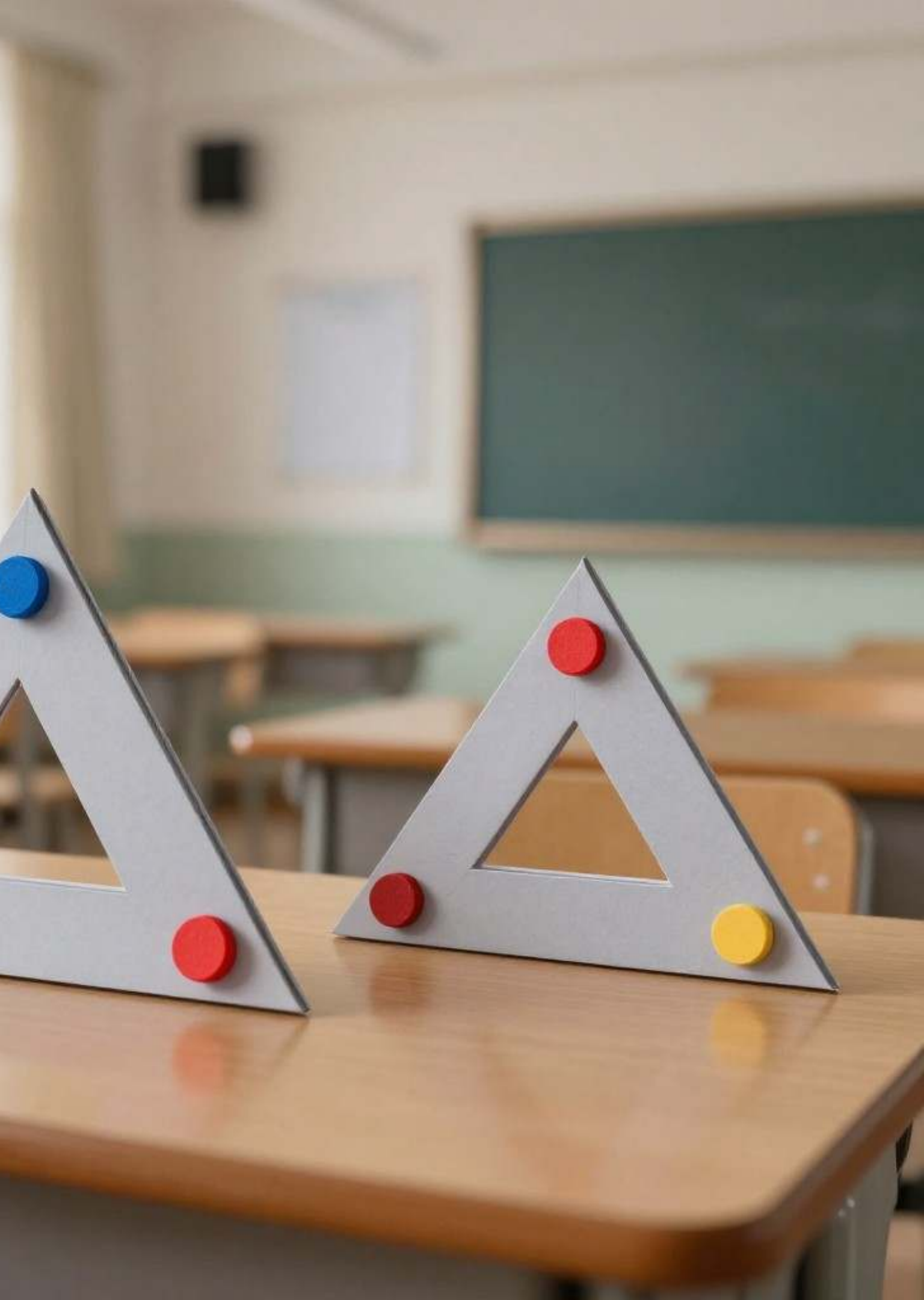
2. Пропорциональные стороны

У подобных треугольников соответствующие стороны связаны одинаковым отношением. Если известны длины нескольких сторон, можно проверить подобие через пропорцию и затем найти неизвестные величины.

3. Запись подобия

Порядок вершин в записи важен: он показывает, какие элементы соответствуют друг другу. Например, если A соответствует A_1 , B — B_1 , C — C_1 , то пишут $ABC \sim A_1B_1C_1$.





Соответственные элементы подобных треугольников

Одинаковый порядок

Соответственные вершины, стороны и углы нужно сопоставлять строго в одном порядке. Если перепутать соответствие, пропорции окажутся неверными, а ответ в задаче — ошибочным.

Углы задают направление

Равные углы показывают, какие стороны в треугольниках имеют одинаковое направление. Именно по ним удобно проверять, правильно ли выбраны соответствующие элементы.

Стороны образуют пропорции

После установления соответствия можно записывать отношения сторон, например $AB / A_1B_1 = BC / B_1C_1 = AC / A_1C_1$. Эти равенства лежат в основе вычислений.

2

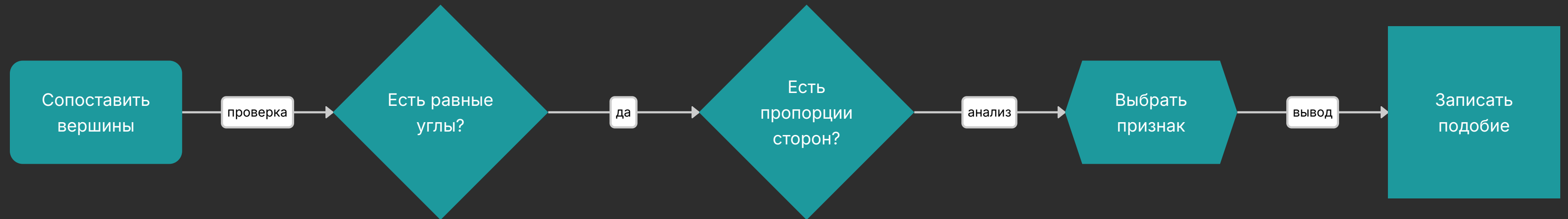
**показывает, что
соответствующие
стороны увеличены
вдвое.**

Коэффициент подобия помогает быстро понять, как изменились размеры фигур: все стороны меняются одинаково, а углы остаются равными.

Пример по теме «Подобные треугольники»

Проверка подобия: от условий к выводу

Последовательность действий при решении задач на подобие треугольников.



Первый признак подобия треугольников

1.

Два равных угла

Если два угла одного треугольника равны двум соответствующим углам другого, то треугольники подобны. Этого достаточно, чтобы сделать вывод о совпадении формы фигур.

2.

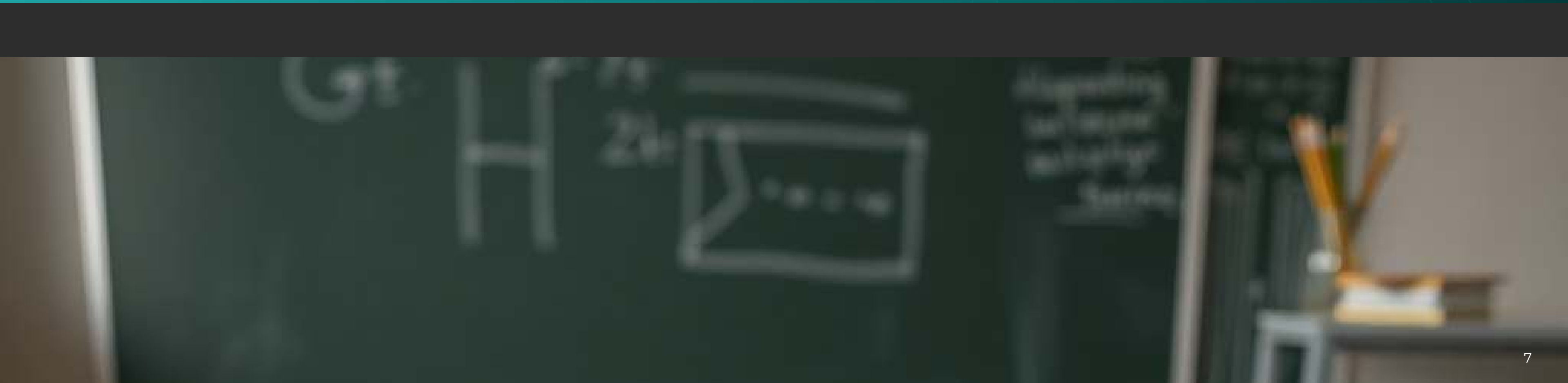
Третий угол находится сам

Когда два угла уже равны, третий автоматически совпадает, потому что сумма углов треугольника всегда равна 180° . Поэтому проверять все три угла не нужно.

3.

Где применяется

Этот признак особенно полезен в задачах с параллельными прямыми, углами при пересечении линий и чертежами, где можно быстро установить равенство двух углов.



Второй признак подобия треугольников

Сравнение двух сторон

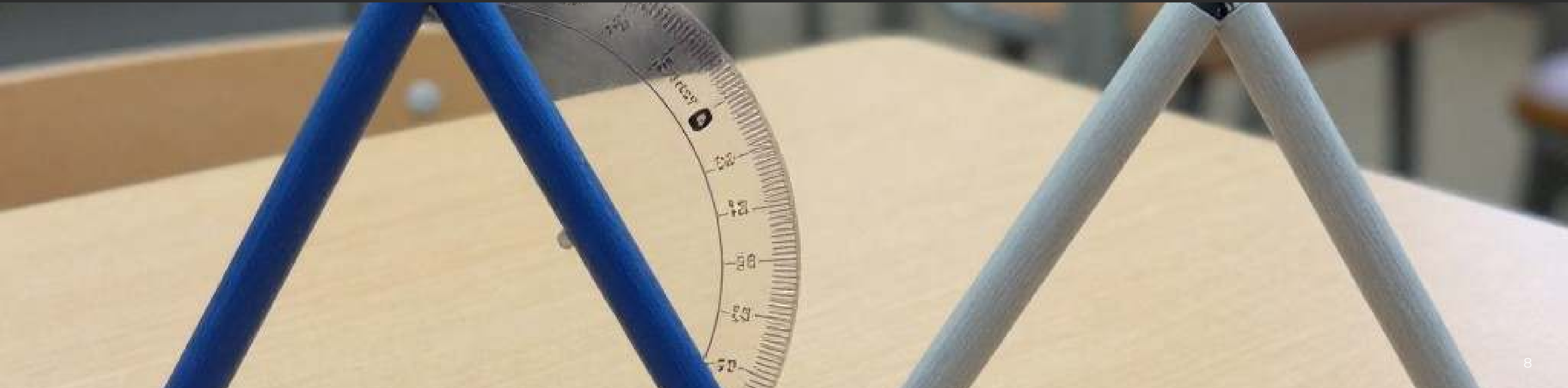
Сначала проверяют, пропорциональны ли две стороны одного треугольника двум сторонам другого. Если отношения совпадают, это важный шаг к доказательству подобия.

Нужен угол между ними

Одних пропорций недостаточно: обязательно должен быть равен угол, заключённый между этими сторонами. Именно он связывает сравнение длин с формой треугольника.

Подходит для измерений

Этот признак удобно использовать, когда в задаче известны две длины и один угол между ними. Так можно решить многие практические геометрические задачи.



Третий признак подобия треугольников

1. Три стороны

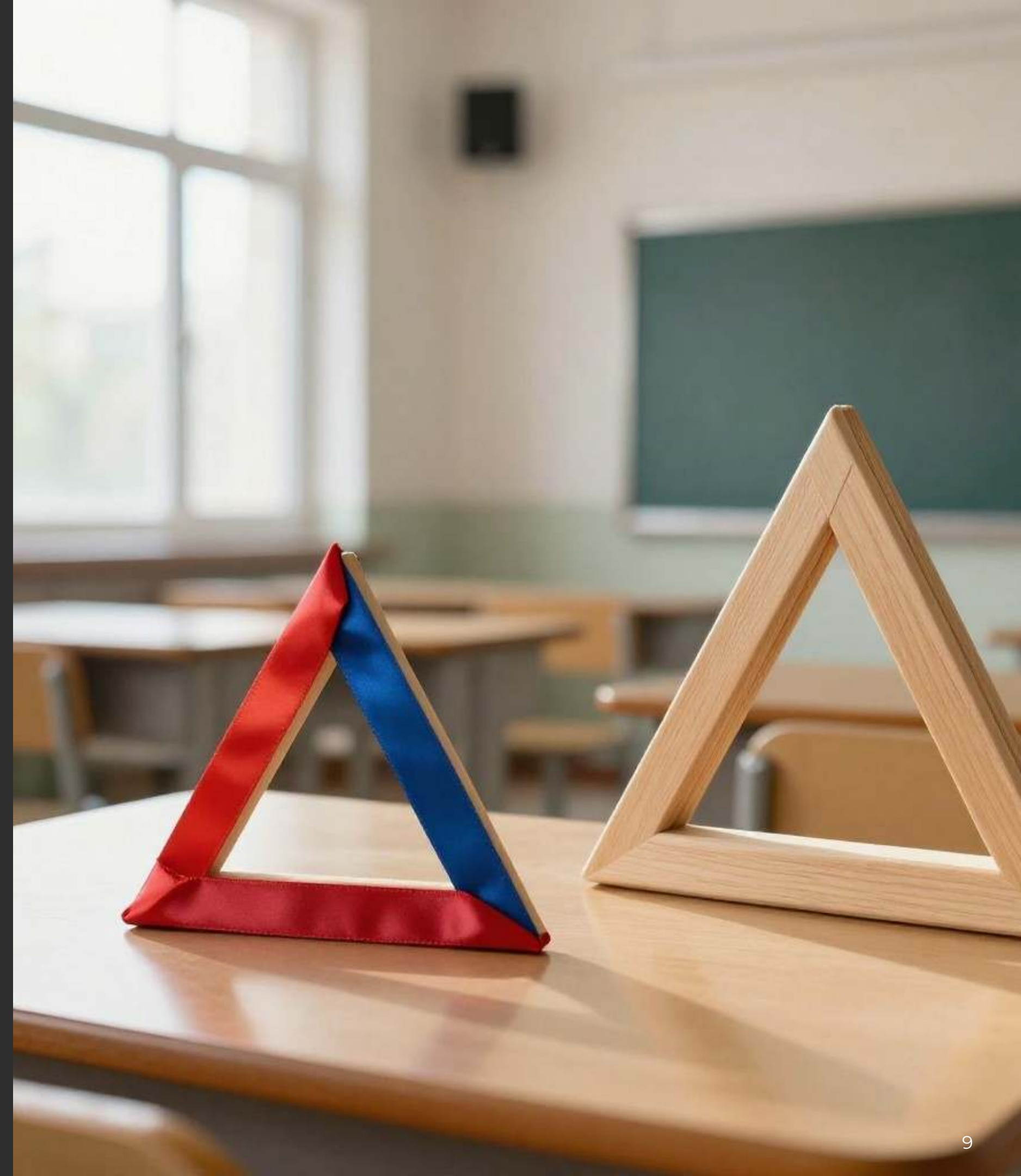
Если все три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, треугольники подобны. При этом проверять углы отдельно не требуется.

2. Быстрая проверка

Этот признак особенно удобен, когда в условии даны только длины сторон. Тогда можно сразу сравнить три отношения и сделать вывод о подобии.

3. Практическая польза

Третий признак часто используют в вычислительных задачах, где важно быстро установить подобие и перейти к нахождению неизвестной стороны через пропорцию.



Три признака подобия: что сравнивают и когда применяют

Сводная таблица показывает, какие элементы сравнивают в каждом признаке подобия и в каких задачах его удобно применять.

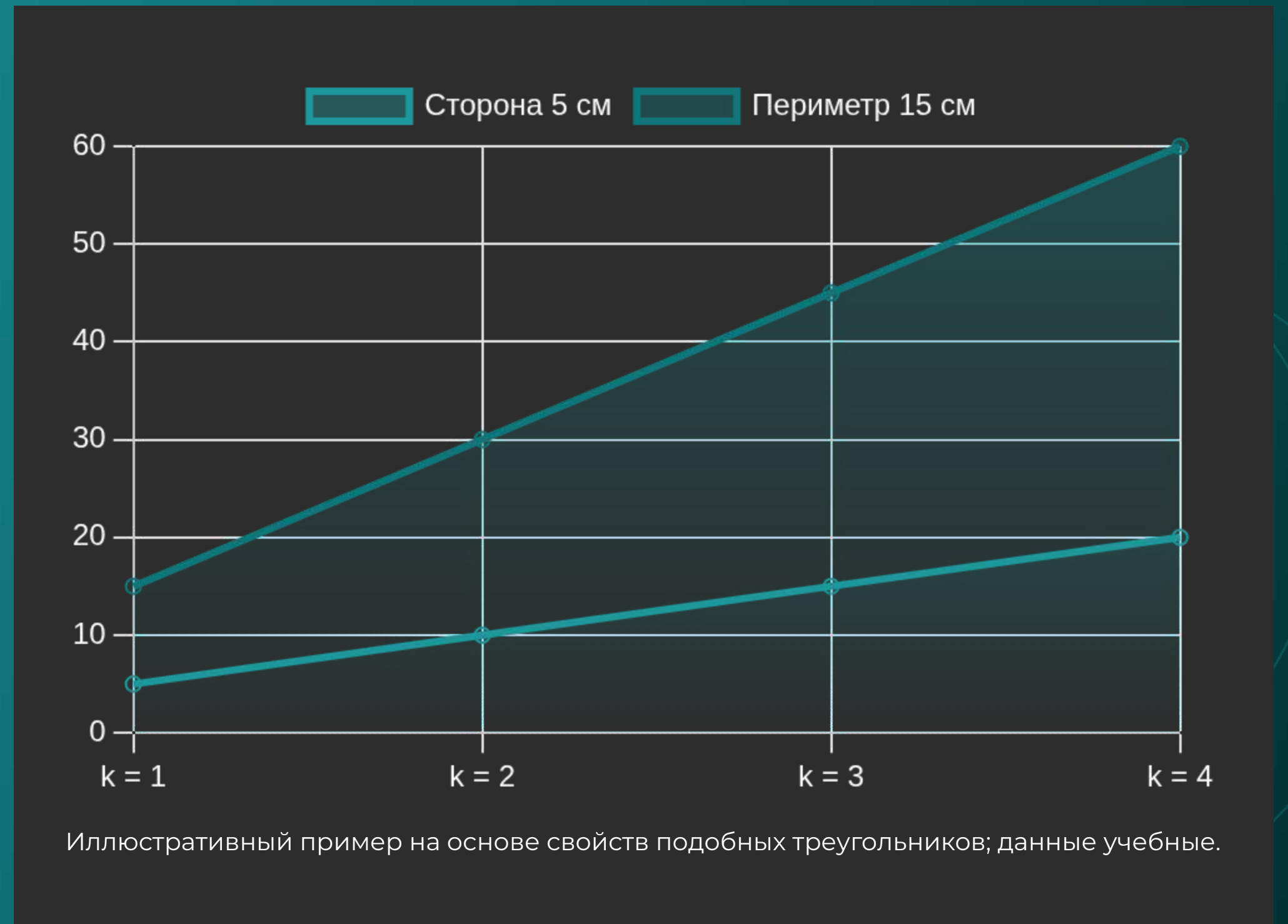
Правильный выбор признака зависит от данных в условии и позволяет решать задачи быстрее и точнее.

Признак	Что сравнивают	Когда применяют
Первый	2 угла	Углы, параллельные прямые
Второй	2 стороны и угол	Измерения сторон и угла
Третий	3 стороны	Только длины сторон
Вывод	Выбор по условию	Доказательство и вычисления

Как изменяются стороны и периметр у подобных треугольников

При увеличении коэффициента подобия все линейные размеры растут одинаково: если сторона удваивается, то и периметр удваивается.

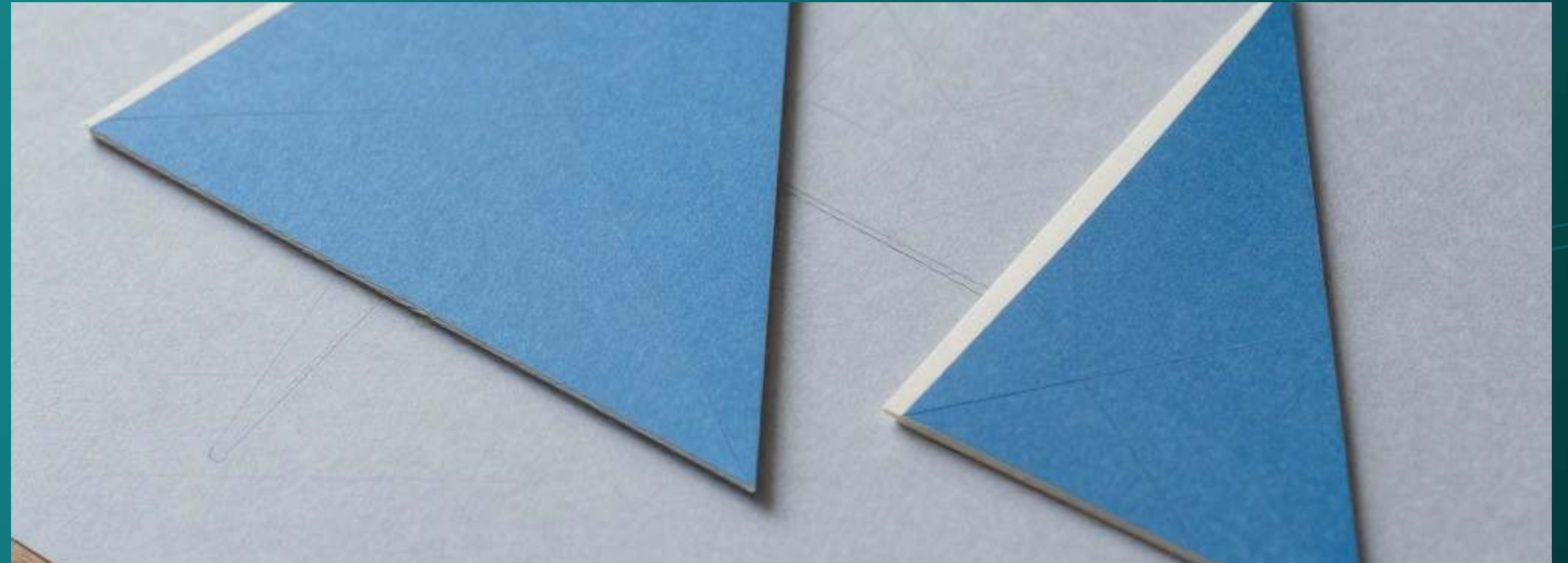
График показывает прямую пропорциональность: изменение коэффициента сразу отражается и на сторонах, и на периметре.



Подобие на чертеже, фотографии и в модели

Чертёж, который сохраняет форму

Когда инженер или архитектор уменьшает объект на чертеже, важны не размеры сами по себе, а точные пропорции. Фигура остаётся узнаваемой, потому что соответствующие углы не меняются, а стороны увеличиваются или уменьшаются в одном и том же отношении.



Модель, по которой удобно считать

Макет здания или детали помогает изучать объект, не работая с его реальными размерами. На модели легко увидеть, как меняется длина сторон при сохранении формы. Именно поэтому подобные треугольники часто используют для наглядных расчётов и проверки проекта.



Как находят неизвестные стороны



Сопоставляют элементы

Сначала определяют, какие вершины, стороны и углы соответствуют друг другу. Без этого нельзя записать верную пропорцию и получить правильный ответ.



Находят неизвестное

Неизвестную длину обозначают буквой и подставляют в пропорцию. После вычисления проверяют, подходит ли ответ по смыслу и по единицам измерения.



Составляют отношение

Затем записывают отношения соответствующих сторон. Если известны две пары длин, можно найти коэффициент подобия и использовать его для остальных вычислений.



Проверяют результат

Если значение слишком большое или маленькое для данной задачи, значит, где-то перепутаны стороны. Проверка помогает вовремя заметить ошибку в записи пропорции.

Как избежать ошибок в задачах

1.

Неверный порядок вершин

Если в записи подобия перепутать порядок вершин, то соответствие сторон нарушится. Из-за этого правильные на вид числа дадут неверную пропорцию и ошибочный ответ.

2.

Сравнение не тех сторон

Нужно сопоставлять только соответствующие стороны. Нельзя брать любые отрезки, даже если они похожи по длине: пропорция работает только при точном соответствии элементов.

3.

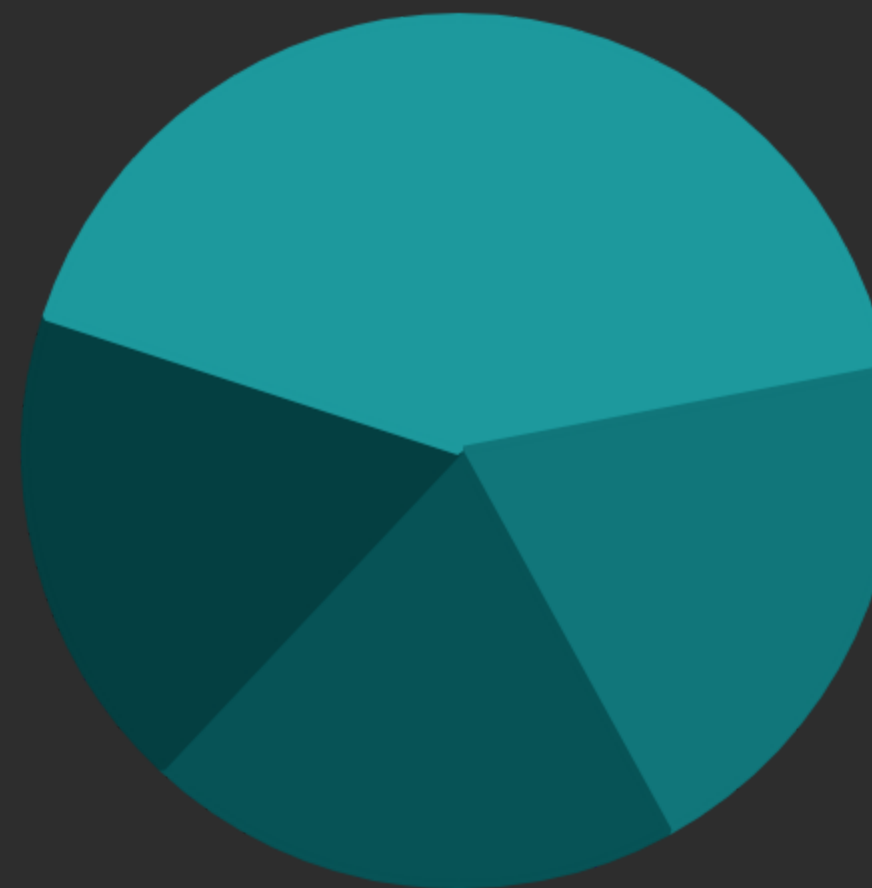
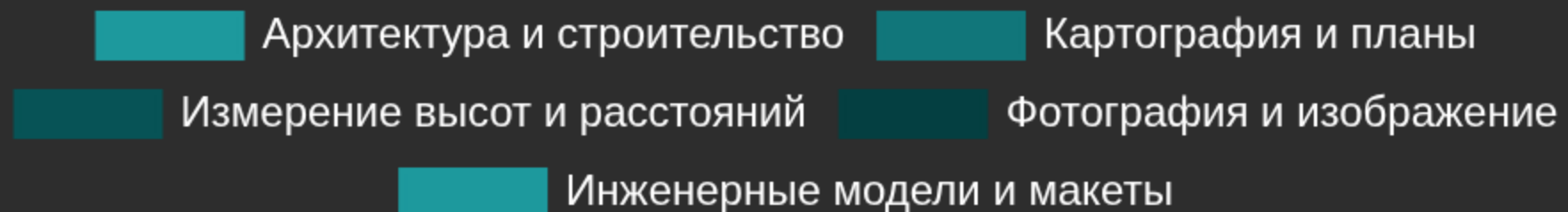
Неправильный угол

Во втором признаке важно брать именно угол между двумя заданными сторонами. Если выбрать другой угол, условие подобия не выполнится, и доказательство станет неверным.

Где встречается подобие треугольников

Во многих ситуациях форма объекта важнее его абсолютного размера. Поэтому подобие помогает работать с масштабом, чертежами и моделями без прямого измерения.

Сферы применения охватывают и практические расчёты, и наглядные модели: везде, где нужно сохранить форму и изменить размер.



Иллюстративное распределение по основным сферам применения; статистические данные не использовались.

Как измеряют недоступные расстояния



Высота предмета

Высоту дерева или здания находят по тени: сравнивают два подобных треугольника и используют известную длину предмета или палки-эталона.



Ширина реки

Чтобы измерить ширину реки, на берегу строят вспомогательные отрезки и получают подобные треугольники. Затем неизвестную ширину находят по пропорции.



Расстояние до объекта

Если прямой подход невозможен, используют точку наблюдения и вспомогательные линии. Равные углы помогают связать видимый объект и измеряемый участок.



Высокие сооружения

Для башен, столбов и других высоких объектов применяют тени или отражение. Метод позволяет обойтись без подъёма и получить точный результат.

Мини-практикум: проверка подобия и коэффициент

Задание	Данные	Вывод
1	3 и 4; 6 и 8	$k = 2$
2	$50^\circ, 60^\circ; 50^\circ, 60^\circ$	По I признаку
3	2 стороны и угол	По II признаку
Итог	Только соответствие	Иначе ошибка

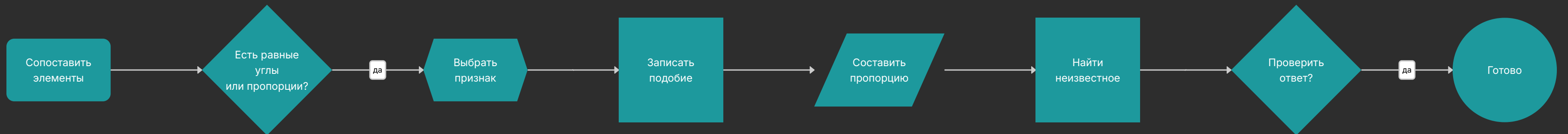
Учебные примеры по теме подобных треугольников.

Короткие примеры помогают увидеть, как работают признаки подобия и как по ним находят коэффициент.

Во всех примерах решающим является точное сопоставление соответствующих элементов; без него невозможно верно выбрать признак и коэффициент подобия.

Алгоритм решения задач на подобие треугольников

Последовательность действий для доказательства подобия и вычисления неизвестных величин.



Что нужно запомнить

Равные углы

У подобных треугольников совпадают соответствующие углы. Это главный признак одинаковой формы, даже если размеры фигур заметно отличаются.

Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны изменяются в одном и том же отношении. Именно поэтому можно находить неизвестные длины через пропорцию.

Три признака подобия

В задачах используют три признака: по двум углам, по двум сторонам и углу между ними, а также по трём сторонам.

Коэффициент подобия

Коэффициент подобия одинаков для всех соответствующих сторон и для периметра. Он показывает, во сколько раз одна фигура больше другой.

Подобие треугольников: форма, масштаб и вычисления

Подобные треугольники показывают, как одна и та же форма может существовать в разных размерах. Зная признаки подобия и умея строить пропорции, можно решать многие геометрические задачи.

