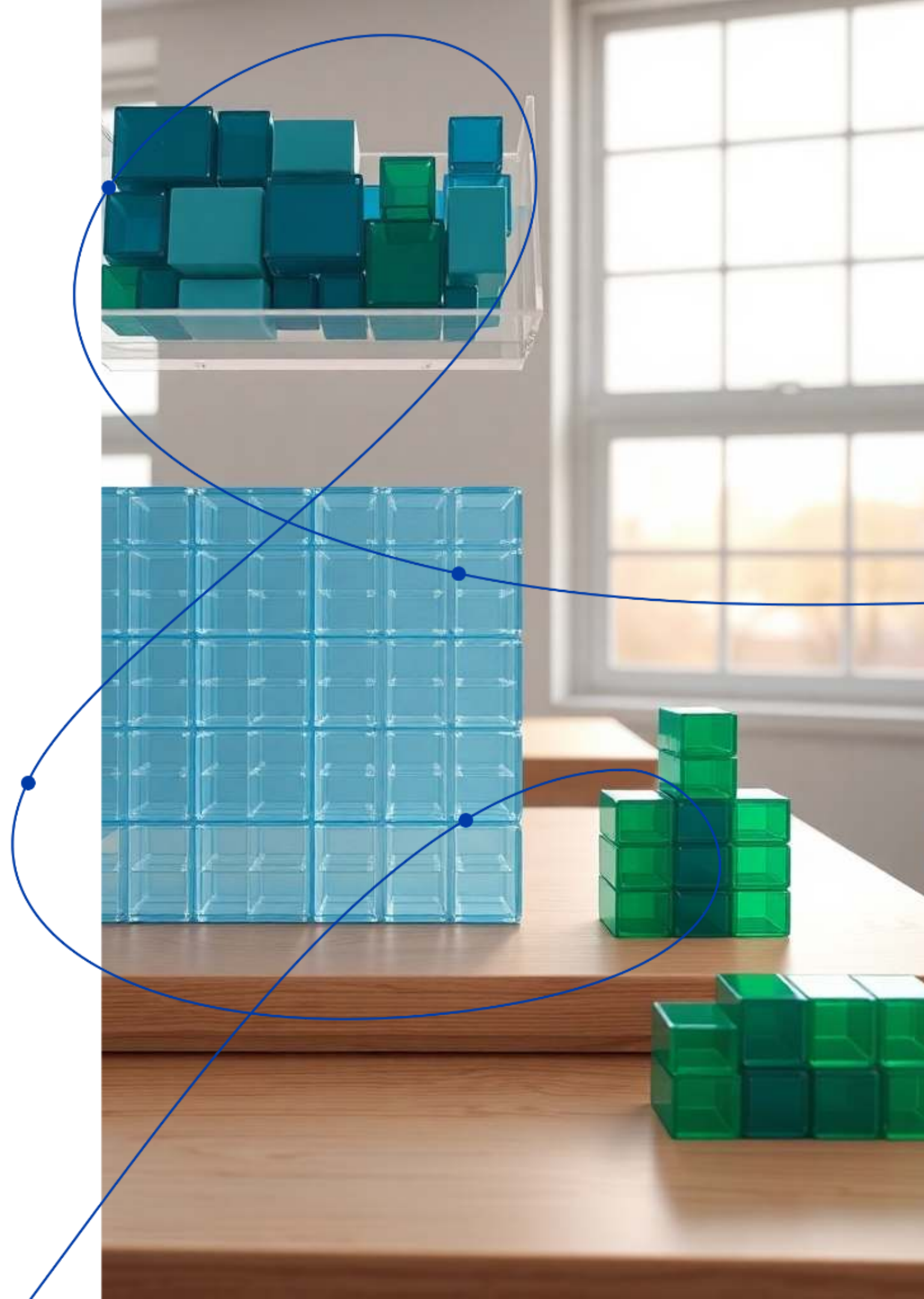


Многочлены в алгебре: как записывать и преобразовывать выражения

Изучаем многочлены: от записи до полезных преобразований.



Многочлены: язык алгебры для формул и задач

Многочлены помогают кратко записывать выражения, упрощать вычисления и решать уравнения. В 7 классе они становятся основой для работы с формулами, геометрическими задачами и текстовыми условиями, где важна точная и удобная запись.



Что такое многочлен

1. Состав выражения

Многочлен — это выражение из нескольких одночленов, соединённых знаками «+» или «-». Каждый его член читается отдельно, но вместе они образуют одну запись.

2. Пример записи

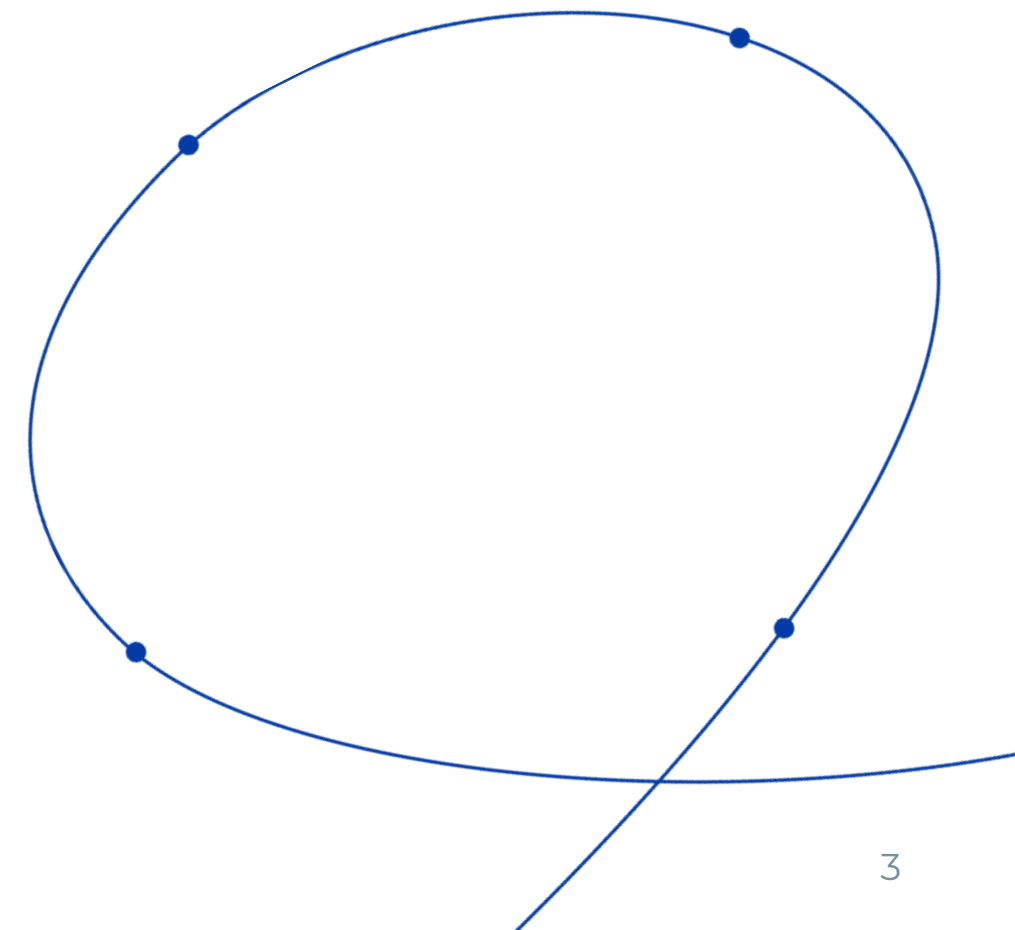
В выражении $3x^2 - 2x + 5$ три члена: $3x^2$, $-2x$ и 5 . По ним легко увидеть, какие части содержат буквы, а какие записаны только числом.

3. Коэффициент

Число перед буквенной частью называется коэффициентом. Оно показывает, сколько таких одночленов берётся, например в $3x^2$ коэффициент равен 3.

4. Свободный член

Число без буквы называют свободным членом. Оно не зависит от переменной и в многочлене играет роль отдельного числового слагаемого.



Части многочлена и их признаки



По записи можно быстро определить, к какой части многочлена относится каждый элемент.

Запись сразу показывает, где коэффициент, степень и свободный член, а подобные члены легко распознать по одинаковой буквенной части.

Элемент	Пример	Признак	Роль
Одночлен	$4x^3$	один член	слагаемое
Коэффициент	4	число перед буквой	множитель
Степень	3	показатель степени	характеристика
Свободный член	7	без буквы	числовая часть
Подобные члены	$2x$ и $-5x$	одинаковая буква	складываются



Формулировки и примеры из школьного курса алгебры 7 класса

4

**показывает
наибольшую степень
в примере $5x^4 - 3x^2 + x - 8$.**

Степень многочлена определяется по старшему члену. Запись по убыванию степеней помогает быстрее сравнивать выражения и не пропускать важные слагаемые.

Виды многочленов по числу членов

★

■ Одночлен ■ Двучлен ■ Трёхчлен ■ 4 и более членов



★

Название каждого вида зависит только от количества слагаемых в записи. Это удобно: достаточно посчитать члены, чтобы правильно назвать выражение.

Число членов напрямую определяет вид многочлена, поэтому классификация получается простой и быстрой.

Примеры и классификация из школьного курса алгебры

★

Подобные члены: как их узнать

Одинаковая буквенная часть

Подобные члены имеют одинаковые буквы и одинаковые степени, например $3x^2$ и $-5x^2$. Именно поэтому их можно объединять в одно слагаемое.

Сравниваем только форму

Если буквенная часть отличается хотя бы по степени, члены уже не считаются подобными. Например, x и x^2 нельзя складывать как одинаковые.

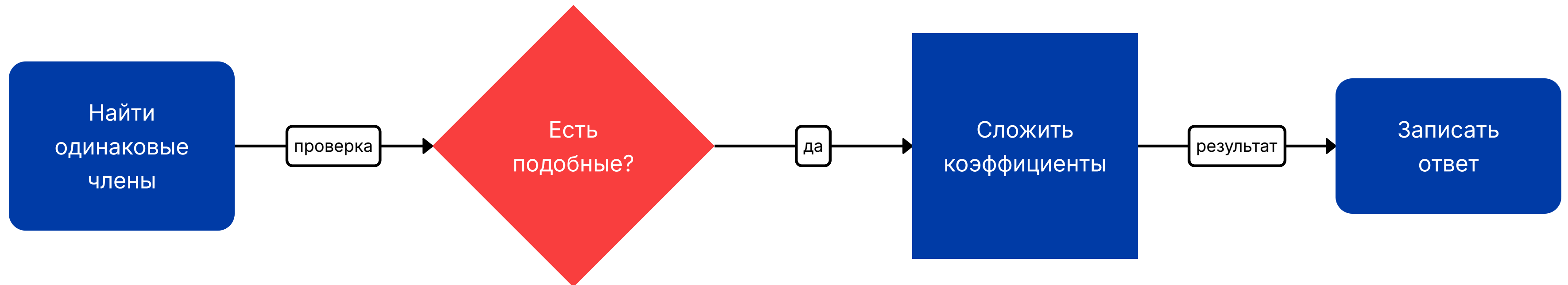
Коэффициенты можно менять

У подобных членов складывают или вычитают только коэффициенты, а буквенная часть остаётся прежней. Это и делает преобразование выражений удобным и быстрым.



Как привести подобные слагаемые

Последовательность действий по примеру $4a - 2a + 7 - 3 = 2a + 4$.



Сложение и вычитание многочленов



1.

Сложение

При сложении многочлены просто записывают вместе и затем приводят подобные слагаемые. В ответе сохраняются те же буквенные части, а меняются только коэффициенты.

2.

Вычитание

При вычитании важно раскрыть скобки и изменить знаки у всех членов второго многочлена. После этого выражение удобно привести к стандартному виду.

3.

Пример со скобками

$(2x + 3) + (x - 5) = 3x - 2$. Сначала объединяются одинаковые члены, затем вычисляются числа, и получается краткий ответ.

4.

Контроль знаков

$(4a - 1) - (a + 6) = 3a - 7$. Ошибки чаще всего возникают именно из-за минуса перед скобками, поэтому знаки нужно проверять особенно внимательно.



Умножение одночлена на многочлен

Распределительное свойство

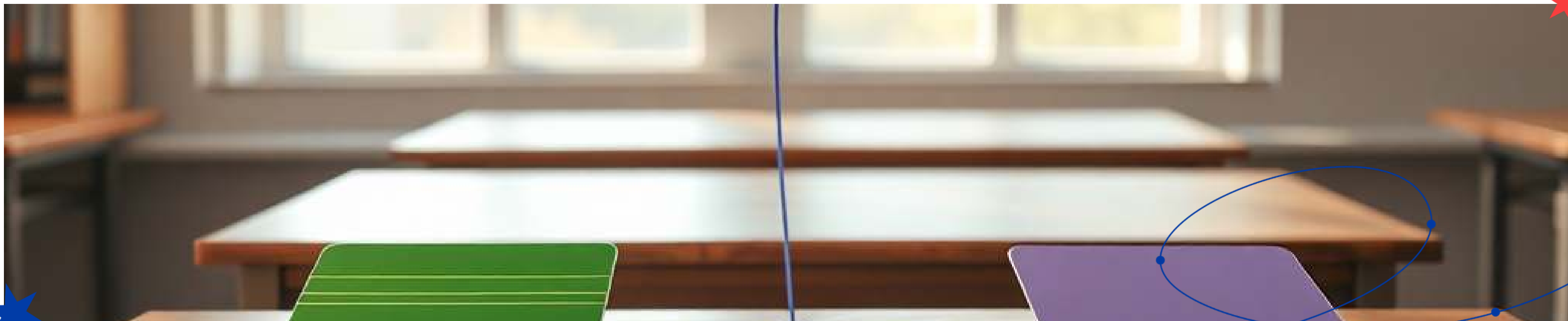
Одночлен умножают на каждый член многочлена отдельно. Это позволяет раскрыть скобки без пропусков и не потерять ни одно слагаемое.

Коэффициенты и буквы

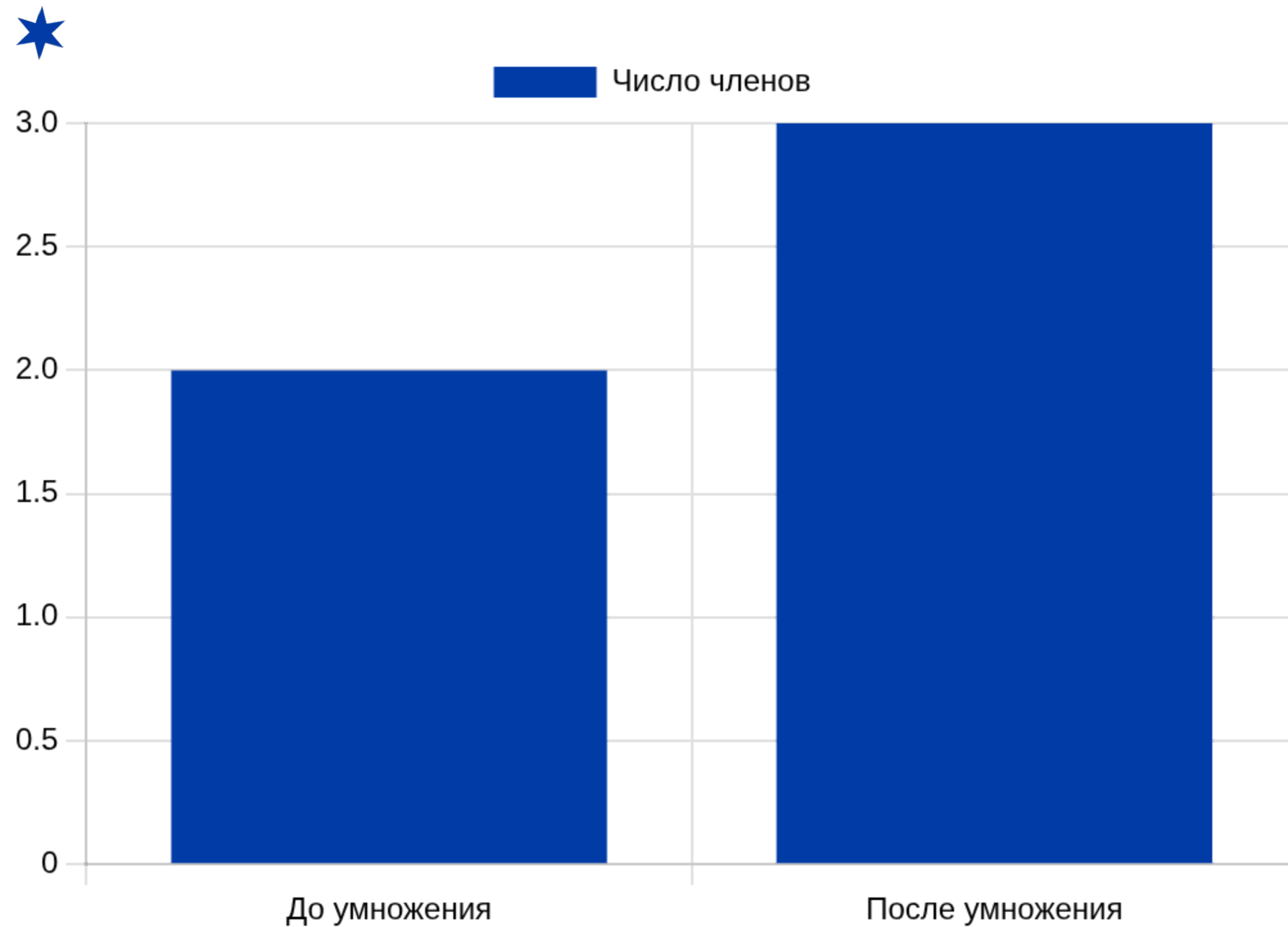
Сначала перемножают числа, затем буквенные части с показателями степени. Так, в примере $3(x^2 - 2x + 1)$ получается $3x^2 - 6x + 3$.

Проверка результата

Если каждое слагаемое умножено на один и тот же множитель, запись после раскрытия скобок становится длиннее, но остаётся логичной и полной.



Как меняется запись при умножении многочленов



Учебный пример: $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$

После перемножения скобок число членов обычно растёт, потому что каждый член первого многочлена умножается на каждый член второго.

Умножение часто делает выражение длиннее, поэтому затем полезно приводить подобные члены и записывать ответ в стандартном виде.

Формулы сокращённого умножения



Квадрат суммы

Формула $(a + b)^2$ помогает сразу получить три слагаемых: квадрат первого числа, удвоенное произведение и квадрат второго числа. Это ускоряет вычисления и уменьшает число ошибок.



Квадрат разности

Запись $(a - b)^2$ похожа на квадрат суммы, но средний член имеет минус. Формула удобна, когда нужно раскрыть скобки без полного перемножения каждого члена.



Разность квадратов

Формула $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ особенно полезна, когда в выражении встречаются одинаковые скобки с разными знаками. Она быстро сокращает вычисления.



Примеры применения формул

В таблице показано, как узнаваемый шаблон формулы помогает быстро раскрывать скобки и получать ответ без длинных вычислений.

Каждая формула имеет свой точный шаблон, поэтому её можно применять сразу, не выполняя полное перемножение скобок.

Формула	Пример	Результат
$(x + 4)^2$	$x^2 + 8x + 16$	Квадрат суммы
$(y - 3)^2$	$y^2 - 6y + 9$	Квадрат разности
$(a - 5)(a + 5)$	$a^2 - 25$	Разность квадратов

Нахождение значения многочлена

1. Подставить число

Сначала вместо буквы записывают заданное значение и внимательно сохраняют скобки, степени и порядок действий. Это помогает избежать лишних ошибок уже на первом шаге.

2. Вычислить по порядку

Затем отдельно находят степени, умножение и только после этого выполняют сложение и вычитание. Так выражение считается аккуратно и без пропуска промежуточных действий.

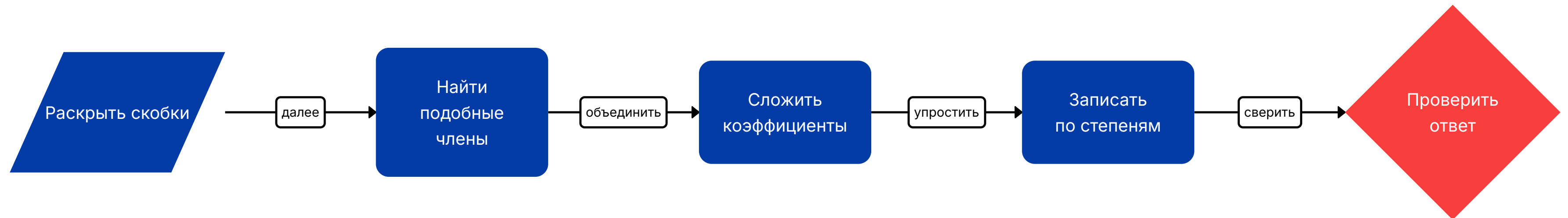
3. Проверить результат

В конце полезно ещё раз пересчитать каждую часть выражения и сравнить ответ с ожидаемым значением. Такой способ особенно удобен в задачах с числами и формулами.



Преобразование многочлена по шагам

Последовательность действий помогает получить краткую и правильную запись выражения.



Геометрический смысл многочленов

Прямоугольник как модель выражения

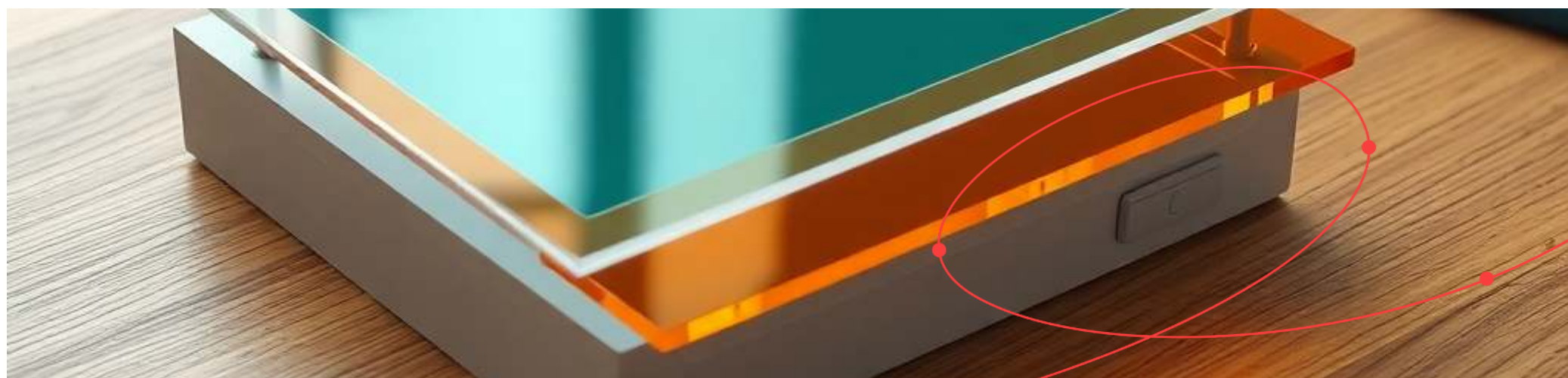
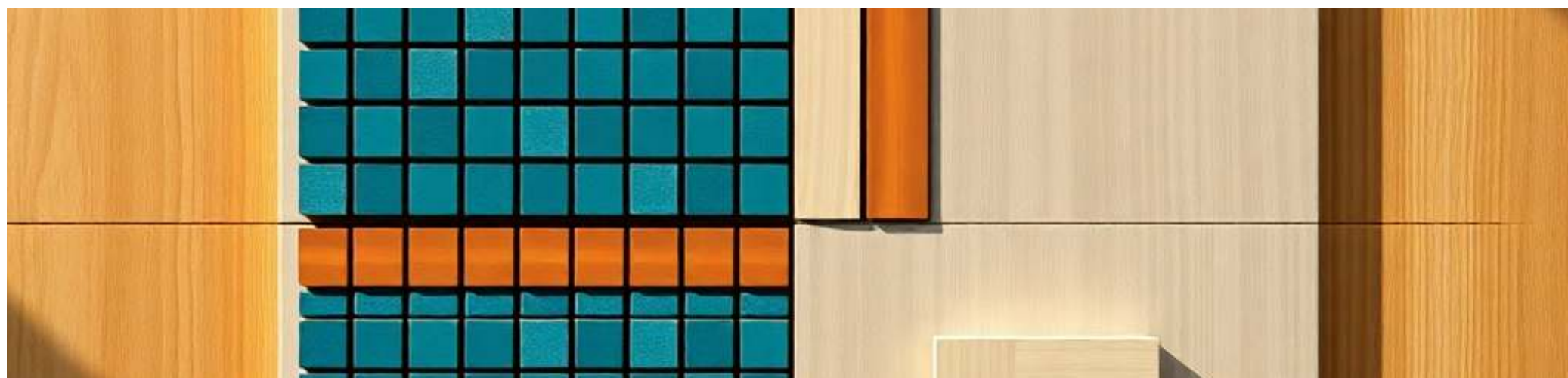
Если стороны прямоугольника равны $x + 2$ и $x + 5$, его площадь можно записать как произведение $(x + 2)(x + 5)$. Такая запись показывает, как геометрическая фигура превращается в алгебраическое выражение. После раскрытия скобок получается $x^2 + 7x + 10$.

Части фигуры — части многочлена

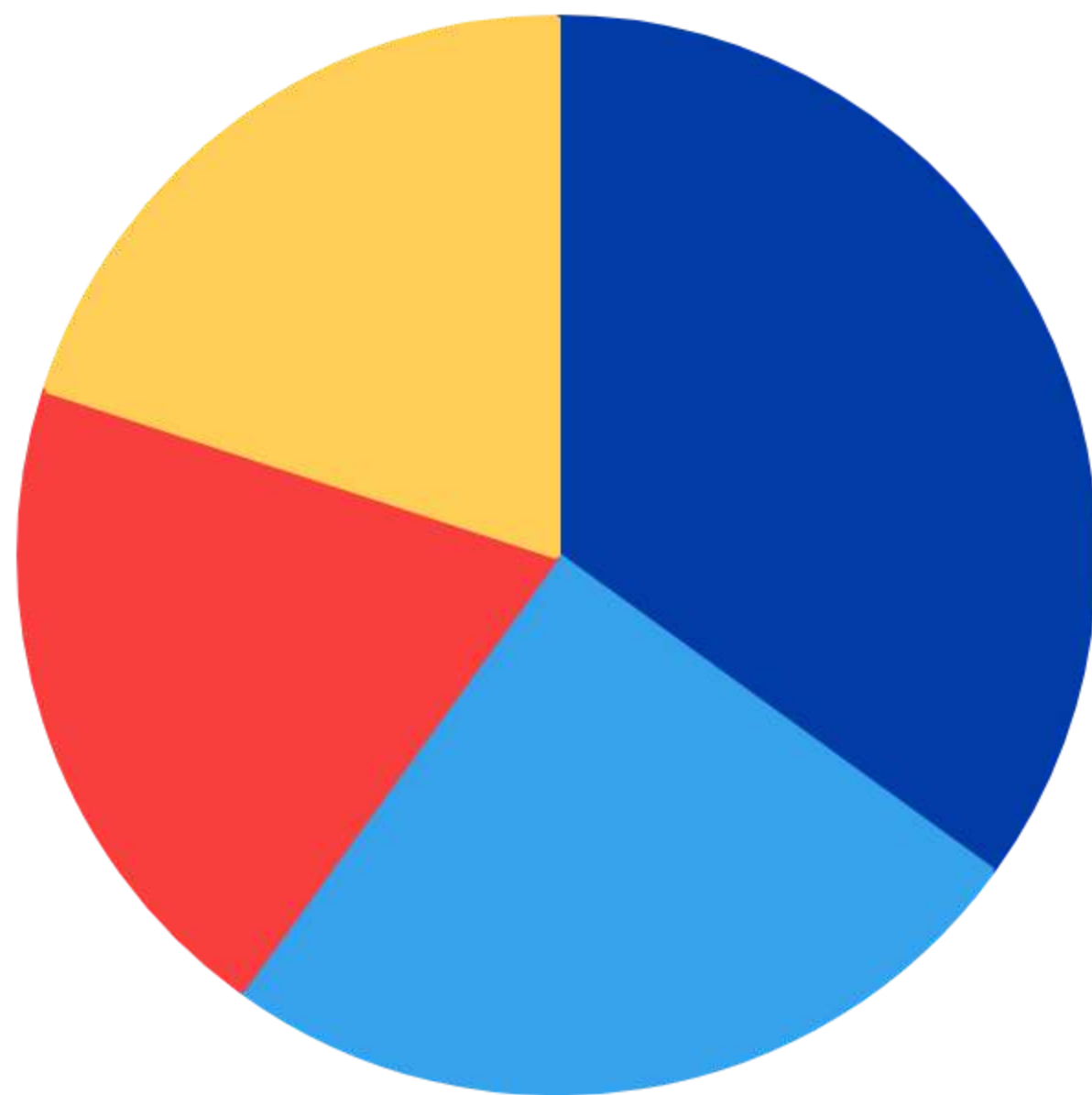
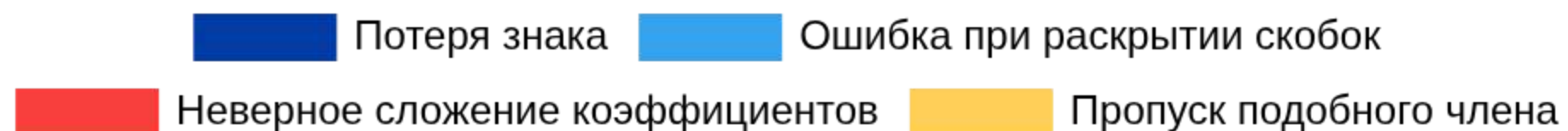
Разделив прямоугольник на меньшие прямоугольники, удобно увидеть каждый член итоговой формулы отдельно. Площадь одной части даёт x^2 , две другие — слагаемые $5x$ и $2x$, а маленький прямоугольник — число 10. Так становится понятен смысл преобразования.

Алгебра и геометрия вместе

Такой способ помогает не просто вычислить ответ, а понять, откуда он берётся. В школьных задачах он делает формулы наглядными и позволяет быстро проверить, правильно ли раскрыты скобки и не потерян ли ни один член.



Типичные ошибки при работе с многочленами



Иллюстративная схема по типичным школьным ошибкам



Чаще всего ошибки появляются при работе со знаком «минус» и при переносе членов после раскрытия скобок.

Внимательная проверка каждого члена и каждого знака помогает заметно снизить число ошибок.



Где многочлены встречаются в жизни и в задачах



Геометрия

Многочлены помогают записывать площади прямоугольников, квадратов и составных фигур. Через алгебраическую запись легче увидеть, как связаны стороны и площадь, а затем упростить вычисления.



Движение

В задачах на движение многочлены используются для записи пути, скорости и времени. Они позволяют заменить длинное словесное условие короткой формулой и аккуратно выполнить расчёт.



Текстовые задачи

Когда условие описано словами, многочлен помогает перевести его в математическую запись. После этого проще раскрыть скобки, привести подобные слагаемые и найти ответ.



Упражнения по алгебре

В 7 классе многочлены особенно часто встречаются в заданиях на раскрытие скобок и упрощение выражений. Эти упражнения учат работать со знаками, коэффициентами и степенями.

Памятка по действиям с многочленами



Краткие правила помогают быстро выбрать нужный способ преобразования и не потерять знаки, коэффициенты или степени.

Если проверять каждый знак и каждый коэффициент, можно избежать большинства ошибок при преобразовании выражений.

Действие	Правило	Пример
Сложение	Объединить подобные	$(x+2)+(x-1)$
Вычитание	Изменить знаки	$(a-3)-(a+1)$
Умножение	Раскрыть скобки	$2(x+4)$
Упрощение	Стандартный вид	$5x-3+2x$



Многочлены — важная основа алгебры

Многочлены помогают записывать выражения кратко и удобно, а умение работать с ними нужно на всём курсе алгебры. Освоив правила, легче решать уравнения, задачи и геометрические упражнения.

