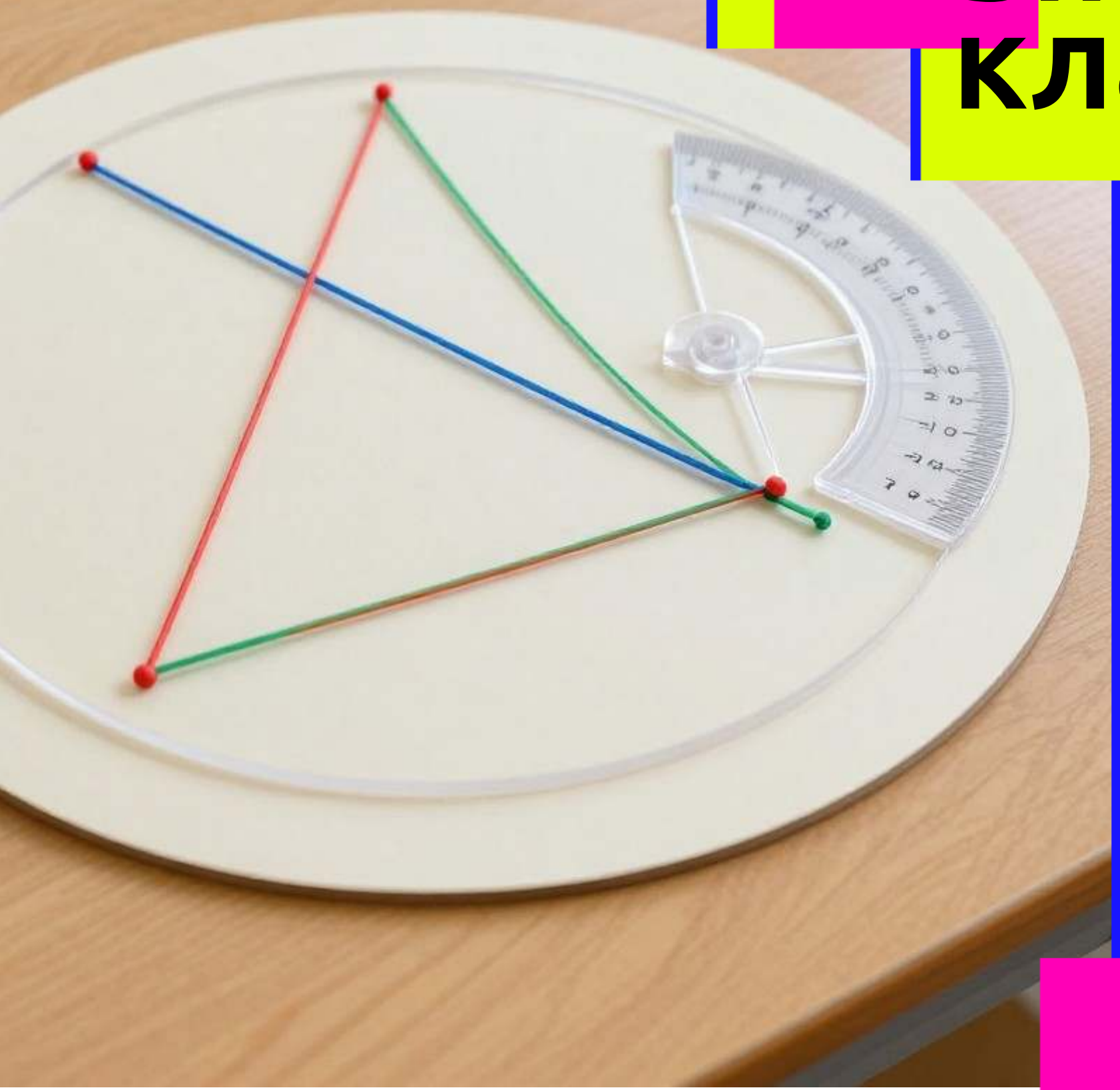


Измерение вписанных углов

Разберём, как дуга помогает быстро находить вписанный угол.



Зачем понимать вписанные углы в 9 классе



Эта тема связывает окружность, хорды и дуги. Она помогает читать чертёж точнее, решать вычислительные задачи и готовит к более сложным доказательствам в геометрии 9 класса.

Что называют вписанным углом

■ Вершина на окружности

Вписанный угол отличается тем, что его вершина лежит на окружности, а не внутри круга и не в центре. Это сразу помогает узнать его на чертеже.

■ Стороны как хорды

Стороны такого угла пересекают окружность в двух точках и образуют хорды. Поэтому вписанный угол всегда связан с конкретными точками окружности и отрезками между ними.

■ Своя дуга

Угол опирается на дугу между концами его сторон. Именно эта дуга определяет величину угла, поэтому при решении важно не перепутать нужный участок окружности.

■ Связь с центром

Один и тот же вписанный угол можно рассматривать вместе с соответствующим центральным углом. Это удобно: оба угла относятся к одной дуге, но измеряются по-разному.

Элементы окружности на чертеже

Центр окружности

Центр показывает, где находится точка, равноудалённая от всех точек окружности. От него обычно проводят радиусы, чтобы увидеть центральный угол и сравнить его с вписанным.

Хорды и вершина

Две хорды образуют стороны вписанного угла. Его вершина отмечена на окружности, и именно по этому признаку можно отличить его от угла в центре.

Нужная дуга

Дуга выделяется между концами сторон угла. Если на рисунке есть несколько дуг, важно выбрать ту, на которую действительно опирается данный вписанный угол.

Подписи и обозначения

Обозначения на чертеже помогают быстро понять, какой угол дан и какая дуга ему соответствует. Это снижает риск ошибки при вычислении и проверке ответа.



Это главное правило темы:
по нему быстро находят
неизвестные углы и проверяют
решения в задачах
на окружность.



1/2

меры дуги составляет вписанный
угол

Свойство вписанного угла в окружности

Пары значений: дуга и вписанный угол

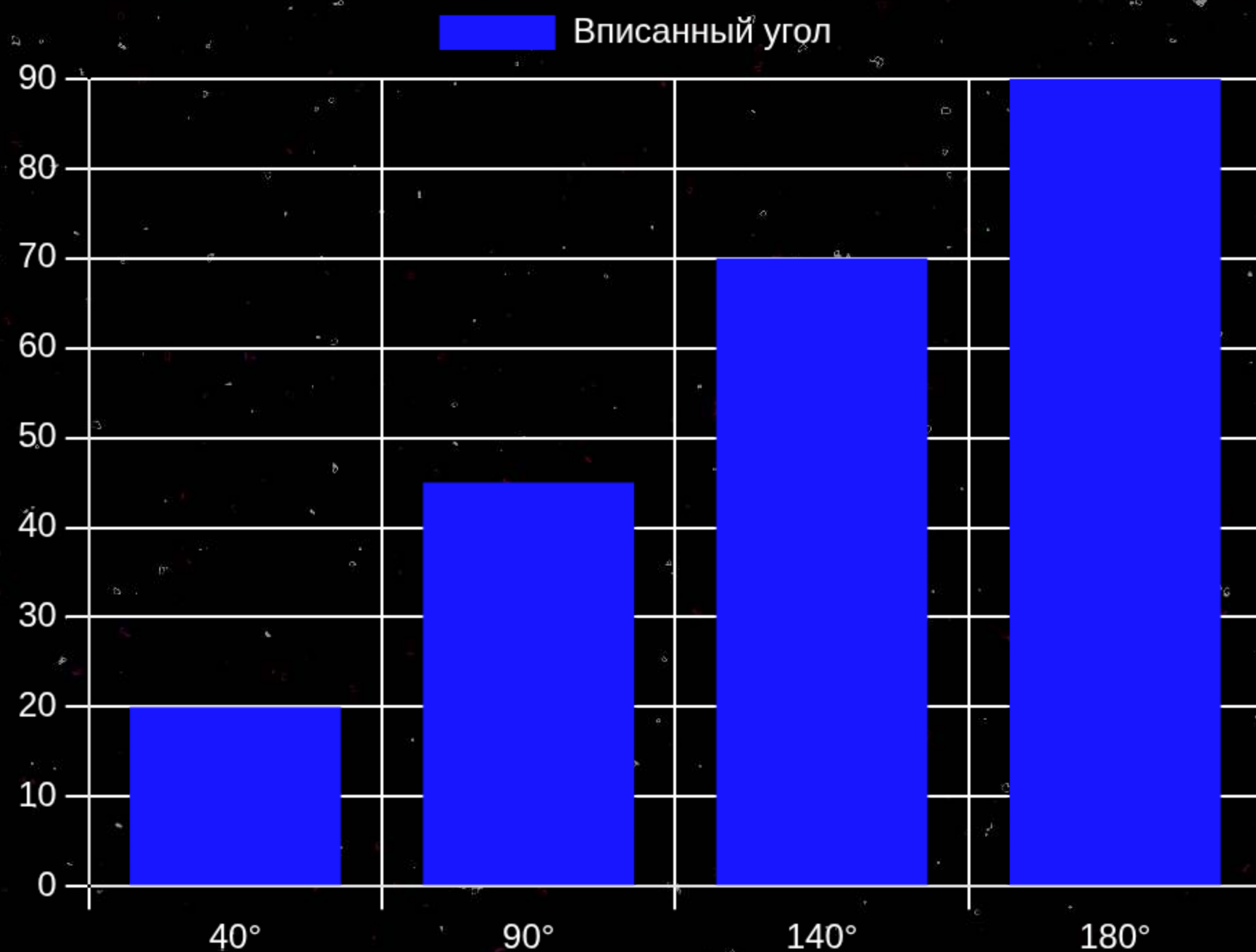


Диаграмма показывает, как меняется угол при разных дугах. По ней удобно видеть, что каждое значение получается одинаковым действием.

Во всех примерах вписанный угол равен половине дуги, поэтому значения растут пропорционально.

Составлено по правилу вписанного угла

Связь с центральным углом

1

Одна дуга

Центральный и вписанный углы могут опираться на одну и ту же дугу. Тогда между ними легко установить связь через её меру, не обращая внимания на лишние элементы рисунка.

2

Разная мера

Центральный угол равен дуге, на которую он опирается. Вписанный угол при той же дуге всегда вдвое меньше, поэтому его удобно находить через деление на два.

3

Проверка ответа

Если центральный угол известен, вписанный можно быстро проверить: он должен быть ровно в два раза меньше. Это помогает заметить ошибку ещё до записи окончательного ответа.

Типичные значения в задачах на окружность

В таблице показаны самые частые пары значений для дуги, центрального и вписанного угла.

Центральный угол совпадает с дугой, а вписанный всегда составляет её половину.

Дуга	Центральный	Вписанный
60°	60°	30°
100°	100°	50°
150°	150°	75°
180°	180°	90°

Следует из свойства вписанного угла

Угол, опирающийся на диаметр

■ Полуокружность

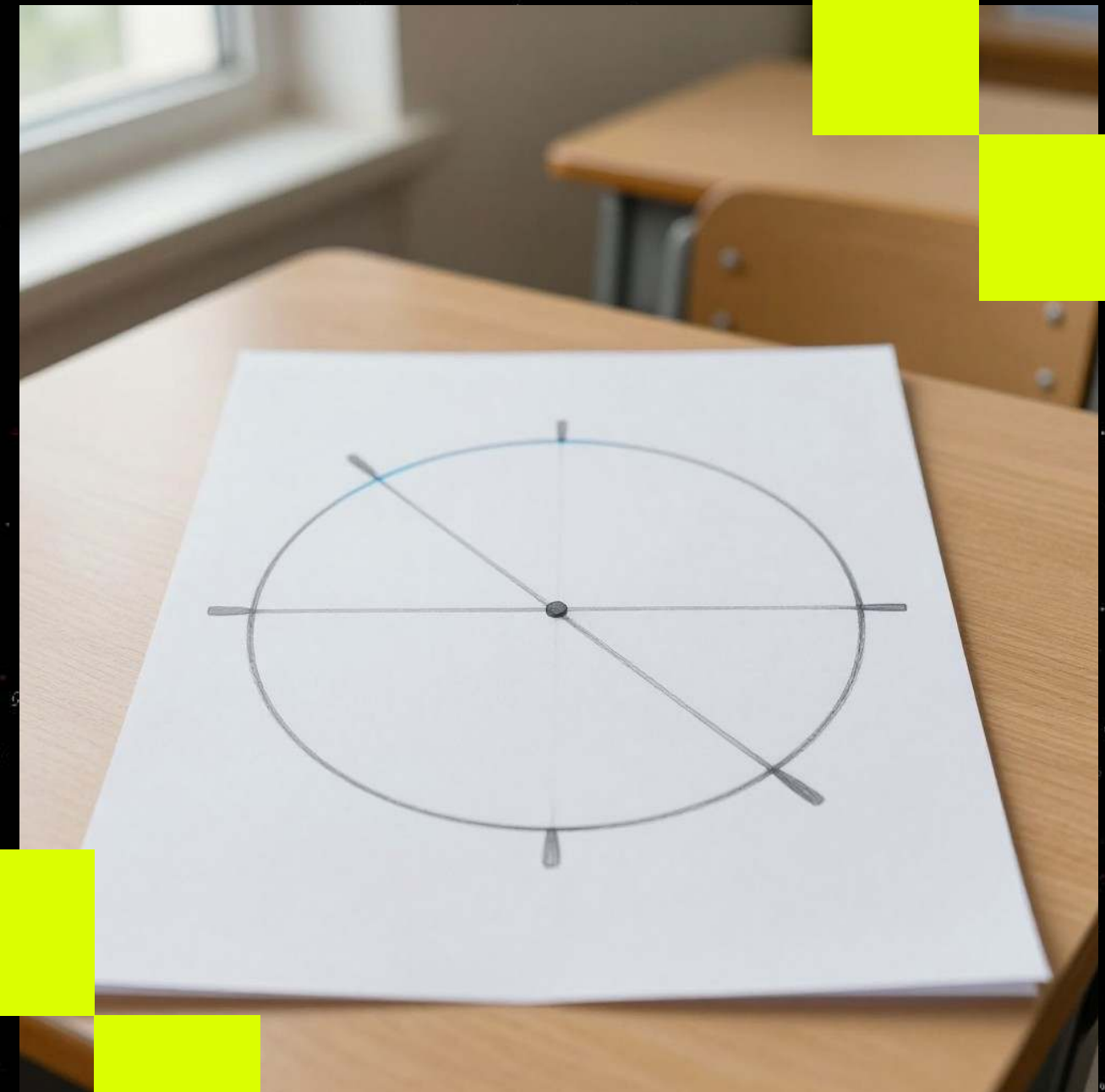
Если сторонами угла служат хорды к концам диаметра, дуга между ними равна 180° . Такая дуга всегда образует полуокружность и задаёт особый случай в этой теме.

■ Прямой угол

Половина от 180° равна 90° , значит вписанный угол, опирающийся на диаметр, является прямым. На рисунке это сразу видно по форме угла.

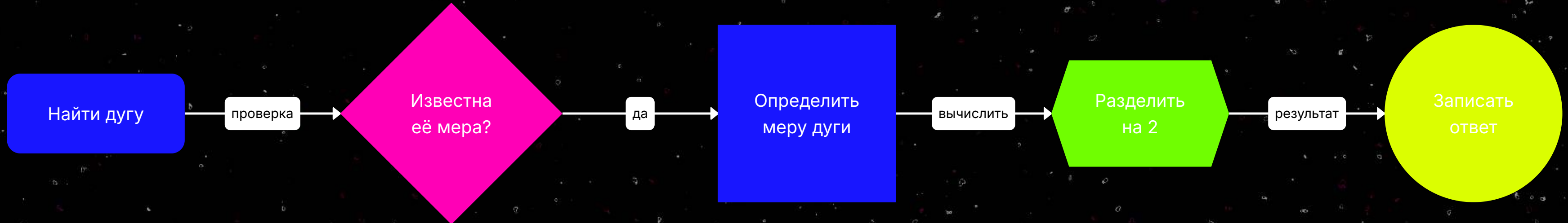
■ Известное свойство

Это одно из самых важных и часто используемых свойств окружности. Оно помогает не только в вычислениях, но и в быстрых проверках на чертеже.



Как найти вписанный угол

Последовательность действий для решения задач по окружности



Нахождение дуги по известному углу

Удвоить значение

Чтобы найти дугу, нужно взять величину вписанного угла и умножить её на 2. Это обратное действие сразу показывает, какая часть окружности ему соответствует.

Проверить на примерах

Если угол равен 35° , дуга составляет 70° . При угле 48° получаем дугу 96° . Такой приём особенно удобен в задачах, где дана только величина угла.



Типичные ошибки при работе с окружностью

Путаница дуги и угла Выбор не той дуги
Забытый множитель 2 Неточность чтения рисунка



Большинство ошибок появляется из-за невнимательного чтения схемы и неверного выбора точек, между которыми измеряют дугу.

Главные трудности связаны не с формулой, а с пониманием рисунка. Если правильно определить дугу, число ошибок резко уменьшается.

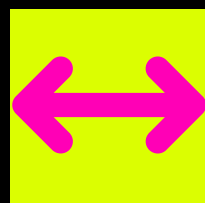
Сводка типичных ошибок по теме «вписанные углы»

Почему один и тот же угол связывают с разными дугами



Одна пара точек

Вписанный угол определяется двумя точками окружности, куда приходят его стороны. Именно эти точки задают дугу, на которую опирается угол, поэтому важно не перепутать их на чертеже.



Малая и большая дуга

Между одними и теми же точками можно выделить две дуги: меньшую и большую. В школьных задачах обычно используют меньшую дугу, если в условии не сказано иначе.



Внимание к условию

Иногда нужная дуга указана только на рисунке или словами в тексте задачи. Поэтому сначала нужно внимательно прочитать условие, а затем выбирать соответствующую дугу для вычислений.

Сравнение центрального и вписанного угла

Признак	Центральный	Вписанный
Вершина	центр	окружность
Стороны	радиусы	хорды
Мера	равна дуге	половина дуги
Пример	120°	60°

Таблица помогает быстро увидеть различия между двумя видами углов и не путать их при решении задач.

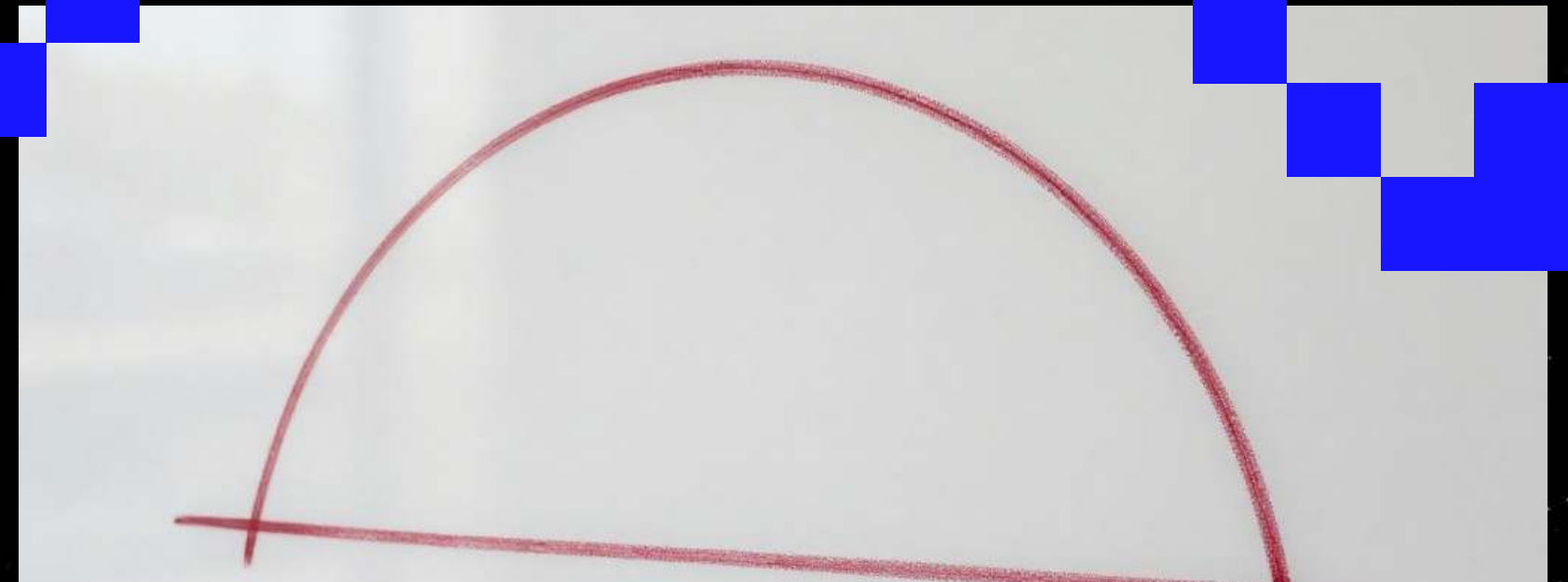
Обе фигуры связаны с одной и той же дугой, но измеряются по-разному. Это главное различие помогает сразу выбрать нужное правило.

Построение вписанного угла по заданной дуге



Дуга становится углом

На чертеже выделена дуга 84° , и сразу видно, какие две точки окружности образуют её границы. Если соединить эти точки с третьей точкой на окружности, получится вписанный угол. Его величина легко находится по правилу половины дуги.

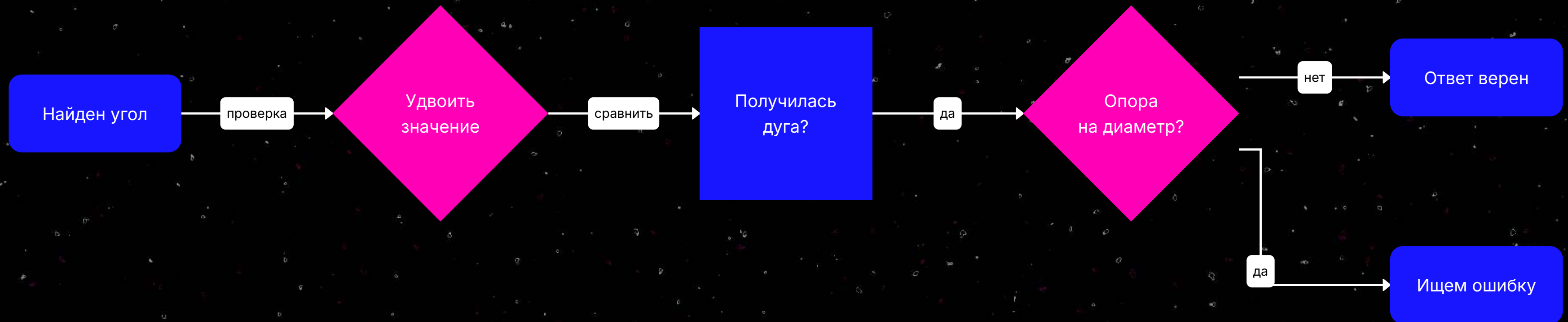


Аккуратное построение

Сначала отмечают нужную дугу цветом, чтобы не потерять её среди остальных элементов рисунка. Затем проводят хорды к концам дуги и получают угол, который опирается именно на этот участок окружности. В данном случае ответ равен 42° .

Проверка ответа в геометрической задаче

Схема показывает, как сверить найденный вписанный угол с дугой и с известными свойствами окружности.



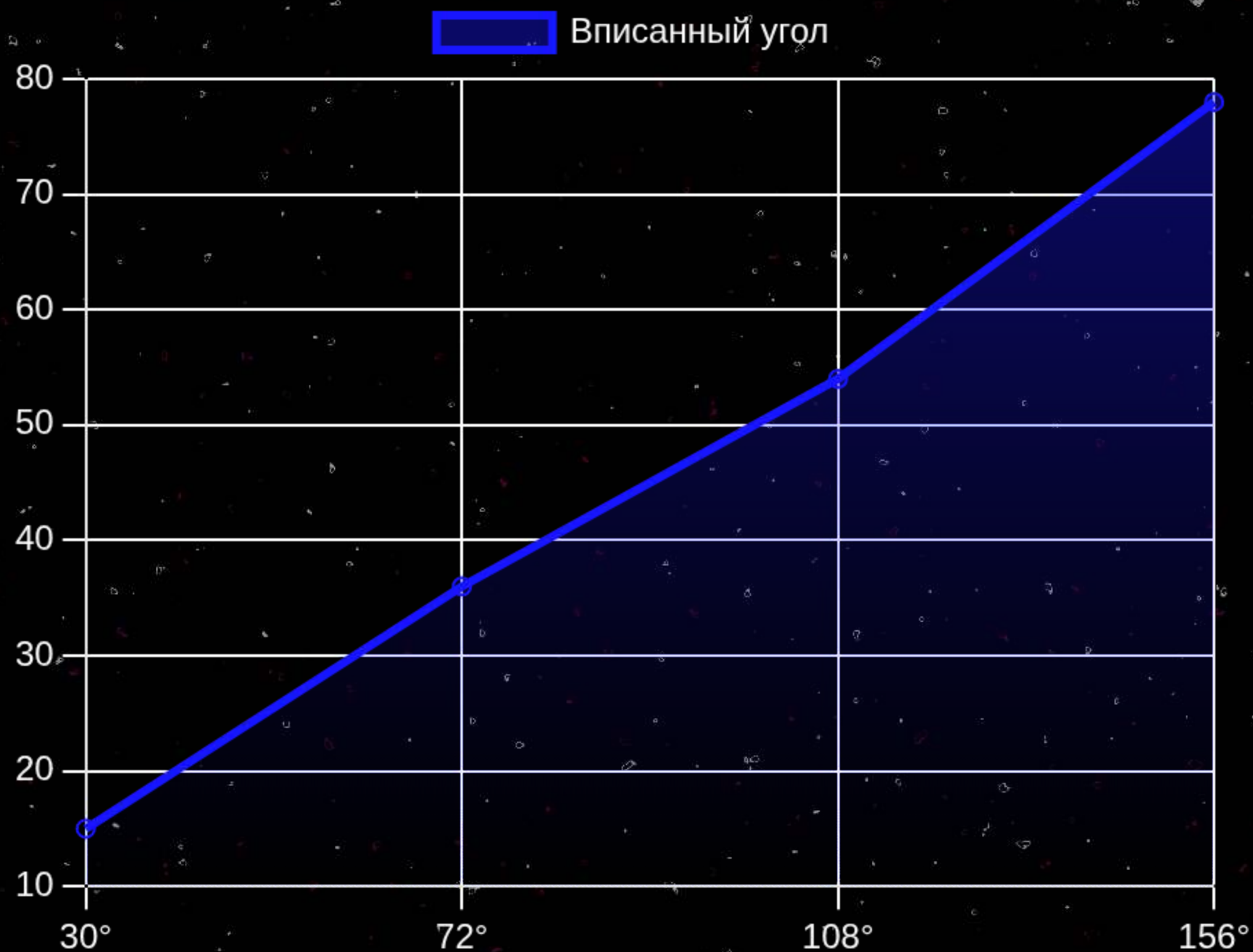
В правильном шестиугольнике соседние вершины делят окружность на равные части. Поэтому дуга между ними помогает сразу найти вписанный угол.



30°

— такой вписанный угол соответствует дуге между соседними вершинами правильного шестиугольника.

Примеры числовых значений для тренировки



Каждая точка на графике показывает, как значение угла получается из дуги простым делением пополам.

График подтверждает устойчивое правило: при увеличении дуги вписанный угол меняется строго пропорционально и всегда остаётся в два раза меньше.

Учебные примеры по теме «вписанные углы»

Краткая формула для запоминания

Главное правило

Мера вписанного угла всегда равна половине меры дуги, на которую он опирается. Это основа всех вычислений в задачах на окружность и хорды.

Обратная запись

Если известен вписанный угол, дугу находят удвоением его значения. Такая запись удобна, когда нужно восстановить недостающую величину по готовому чертежу.

Точный выбор дуги

Перед вычислением важно определить, какая именно дуга соответствует углу. Ошибка в выборе дуги приводит к неверному ответу, даже если само правило применено правильно.

Что важно запомнить

Вписанный угол всегда связан с дугой одной окружности, а его мера составляет половину соответствующей дуги. Это простое правило помогает уверенно решать задачи и проверять ответы.