

Правильные многоугольники: сторона, периметр и площадь

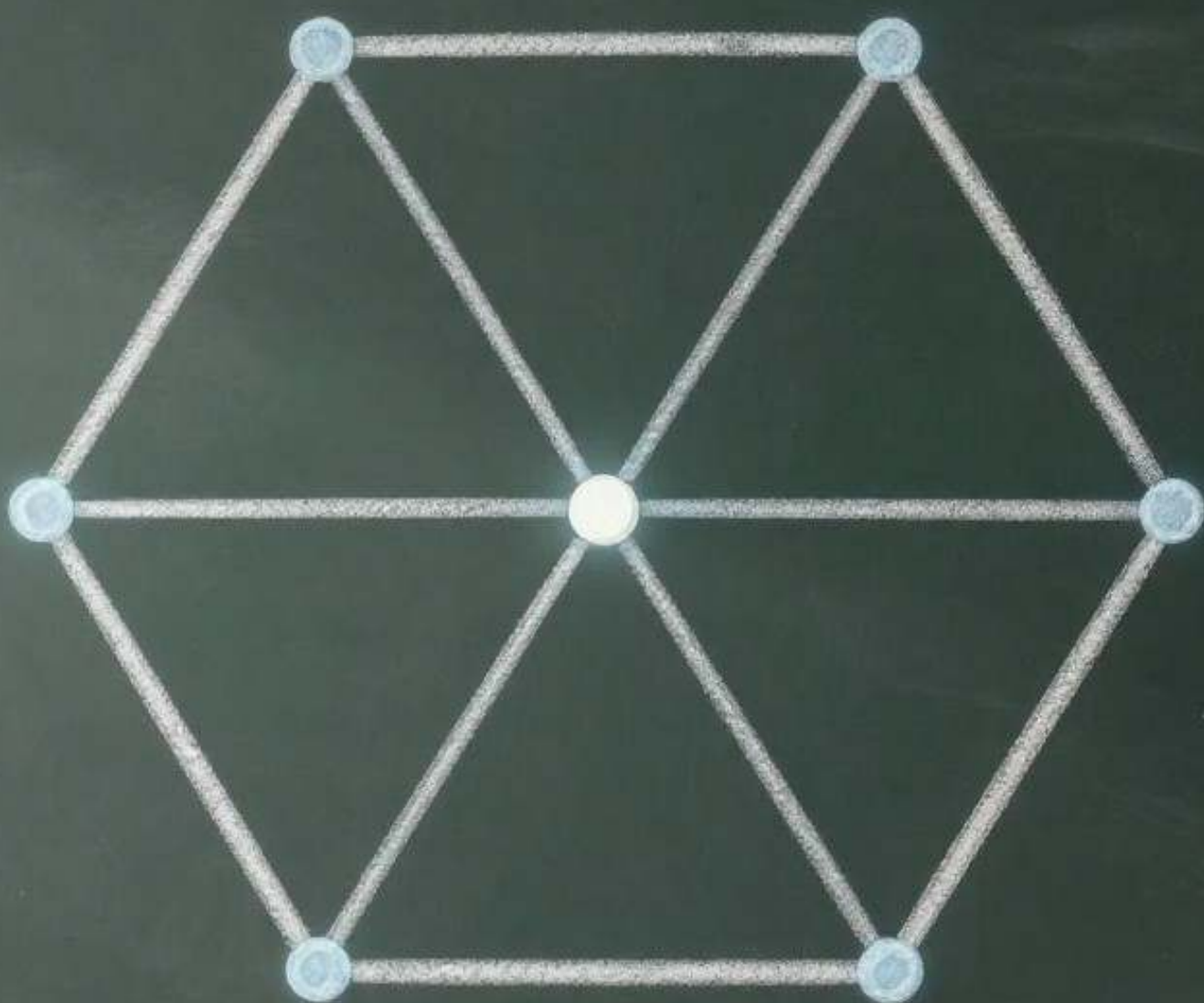
Разберём, как считать сторону, периметр и площадь правильных фигур.



Правильные многоугольники вокруг нас

Такие фигуры есть в плитке, узорах, сотах и дорожных знаках. Их удобство в симметрии и равных сторонах: по формулам легко находить неизвестные величины и проверять ответы в задачах. Важно сразу различать сантиметры и квадратные сантиметры.





Что делает многоугольник правильным

Равные стороны

У правильного многоугольника все стороны одной длины. Благодаря этому можно измерить только одну сторону и затем использовать её для вычисления периметра всей фигуры.

Равные углы

Все внутренние углы у такой фигуры одинаковые. Это придаёт многоугольнику симметрию и позволяет делить его на одинаковые части для удобного нахождения площади.

Общий центр

Центр правильного многоугольника расположен на одинаковом расстоянии от всех вершин. Такое свойство особенно важно, когда нужно построить фигуру или найти её площадь.

Равные треугольники

Если соединить центр с вершинами, фигура распадается на несколько равных треугольников. Именно это разбиение лежит в основе формулы площади правильного многоугольника.

Основные обозначения и формулы темы

В таблице собраны главные обозначения, которые нужны для решения задач о правильных многоугольниках.

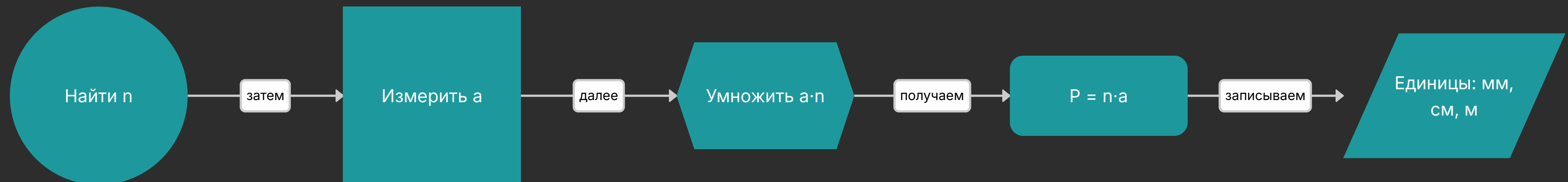
Если известны сторона и число сторон, находят периметр. Если известны периметр и апофема, можно вычислить площадь.

Обозначение	Смысл	Формула/связь
a	сторона	—
n	число сторон	—
P	периметр	$P = n \cdot a$
r	апофема	перпендикуляр от центра

Тема урока по геометрии 7 класса

Как находят периметр правильного многоугольника

Последовательность действий основана на том, что все стороны равны.



Периметр как сумма равных сторон

Смысл периметра

Периметр показывает длину всей границы фигуры. У правильного многоугольника он равен сумме одинаковых сторон, поэтому достаточно знать длину одной стороны и число сторон.

Треугольник, квадрат, шестиугольник

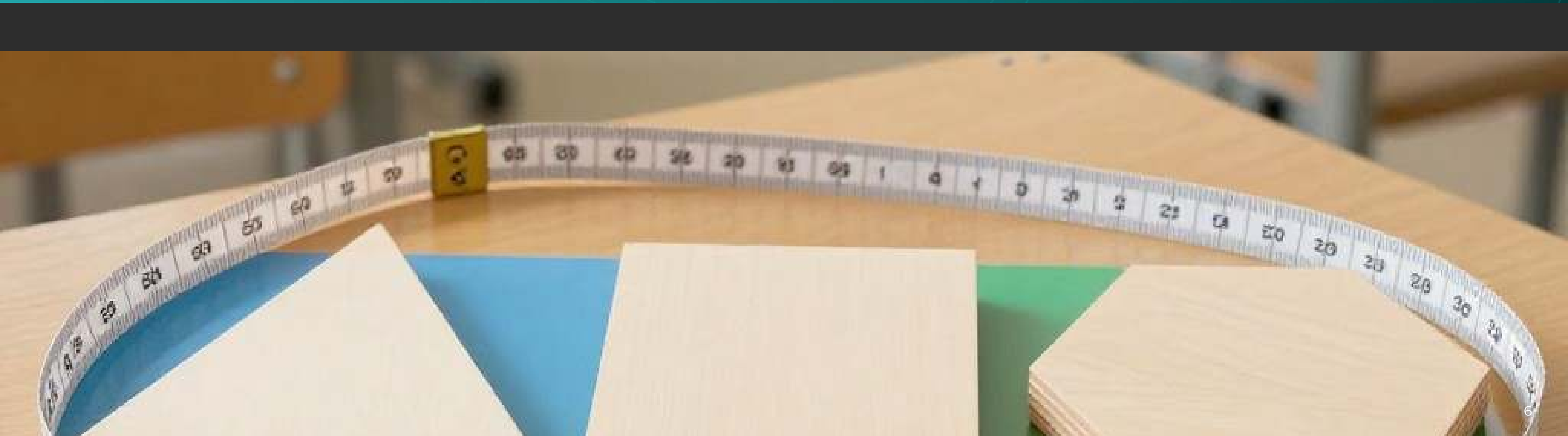
Для равностороннего треугольника записывают $P = 3a$, для квадрата — $P = 4a$, для правильного шестиугольника — $P = 6a$. Формула меняется только по числу сторон.

Удобство вычислений

Когда все стороны равны, считать периметр намного проще, чем у произвольной фигуры. Нужно лишь умножить длину стороны на количество сторон и не пропустить ни одну из них.

Не путать с площадью

Периметр измеряет длину, а не размер поверхности. Поэтому его записывают в линейных единицах, а не в квадратных, например в сантиметрах или метрах.



Как растёт периметр при увеличении числа сторон

При одинаковой стороне рост периметра зависит только от числа сторон. Это удобно для сравнения фигур с одинаковой длиной ребра.

Периметр увеличивается прямо пропорционально числу сторон: каждая новая сторона добавляет ещё 4 см.

Расчёт по формуле $P = n \cdot a$, $a = 4$ см

36 см

**делится на число сторон,
и получается длина
одной стороны.**

Если известен общий периметр, можно сразу найти длину одной стороны делением. Это особенно полезно, когда фигура уже задана целиком, но отдельная сторона не подписана.

Расчёт по формуле $a = P/n$

Формулы стороны для частых правильных фигур

Фигура	Сторон	Формула
Треугольник	3	$a = P/3$
Квадрат	4	$a = P/4$
Пятиугольник	5	$a = P/5$
Шестиугольник	6	$a = P/6$

Тема урока по геометрии 7 класса

В таблице показано, как найти сторону, если известен периметр конкретной правильной фигуры.

Во всех случаях сторона находится как часть общего периметра: нужно разделить P на число сторон.

Площадь через разбиение на равные треугольники

1. Разбиение фигуры

Правильный многоугольник удобно мысленно разделить на одинаковые треугольники, у которых общая вершина находится в центре. Это помогает увидеть, откуда берётся формула площади.

2. Что такое апофема

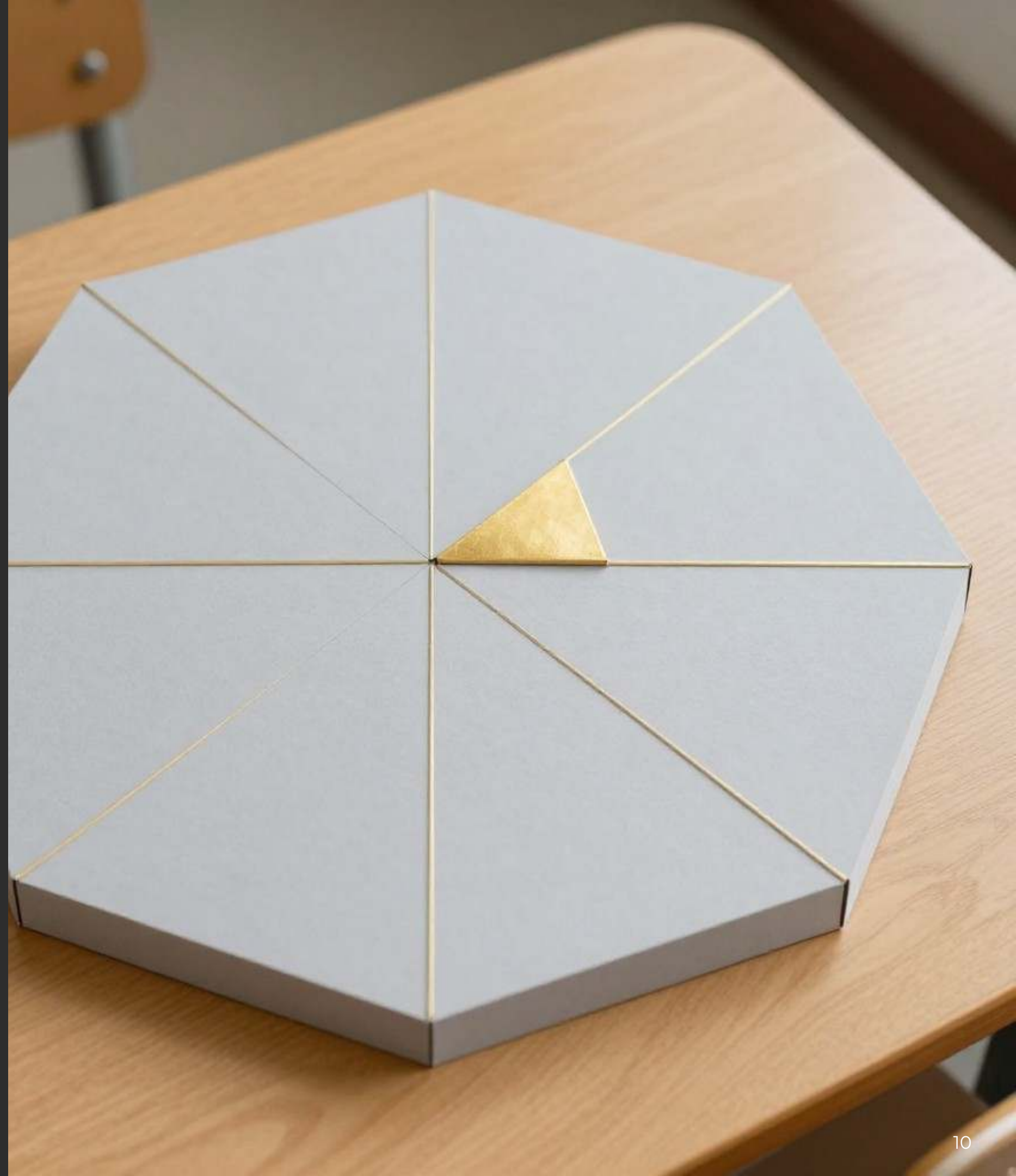
Высота каждого такого треугольника — это апофема, то есть отрезок от центра к стороне под прямым углом. Без неё вычислить площадь по этой формуле нельзя.

3. Сборка формулы

Площадь всех треугольников складывается, а их основания вместе образуют периметр. Поэтому получается удобная запись $S = P \cdot r / 2$, одинаковая для любой правильной фигуры.

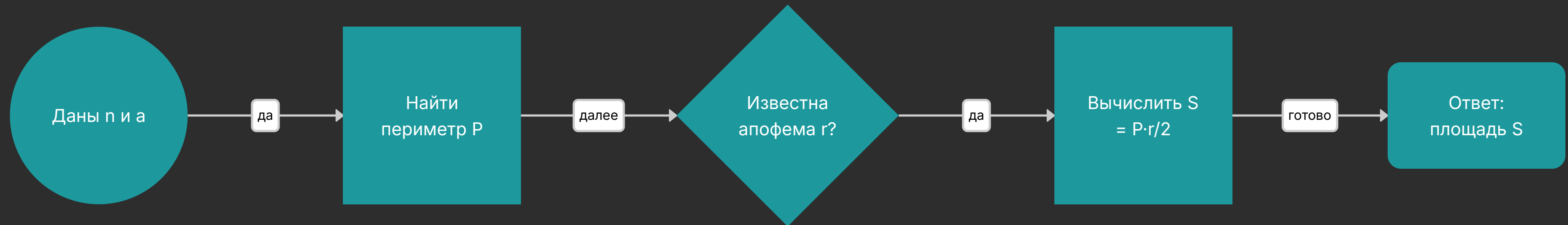
4. Практический смысл

Сначала находят периметр, потом умножают его на апофему и делят на два. Такой способ особенно полезен в задачах, где известны сторона, число сторон и высота к стороне.



Площадь через периметр и апофему

Последовательность действий: сначала находят периметр, затем используют апофему и формулу площади.



Апофема в правильном многоугольнике

Перпендикуляр к стороне

Апофема соединяет центр правильного многоугольника с серединой стороны. Она всегда образует с этой стороной прямой угол, поэтому на чертеже её удобно показывать отдельным перпендикуляром.



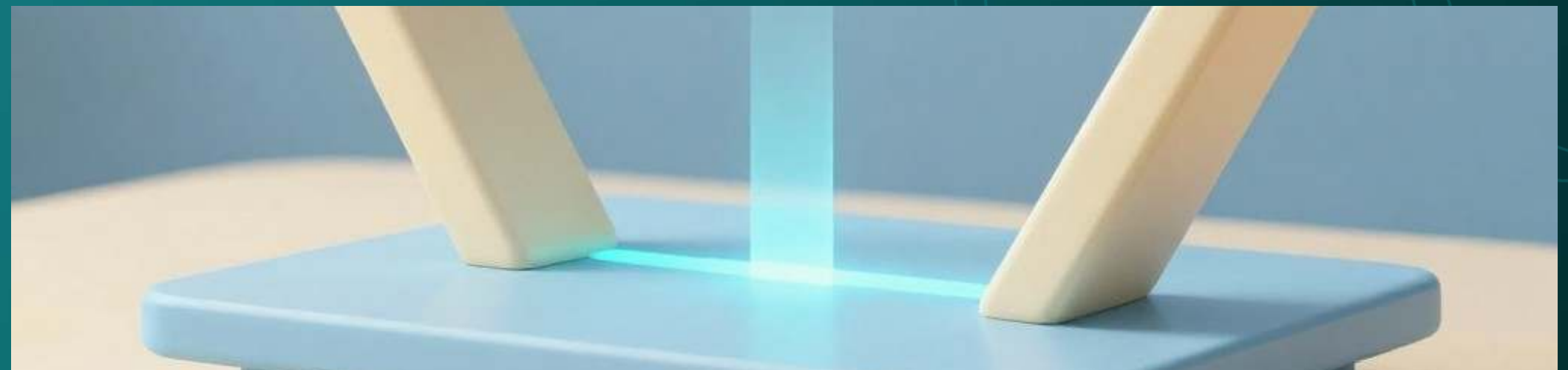
Высота равных треугольников

Если провести линии от центра к вершинам, фигура распадётся на равные треугольники. В каждом таком треугольнике апофема выступает высотой, и именно это позволяет вычислять площадь через периметр.



Почему без неё не обойтись

Для формулы $S = P \cdot r / 2$ нужно знать не только длину границы, но и расстояние от центра до стороны. Без апофемы площадь правильного многоугольника по этой формуле найти нельзя.



Зависимость площади от апофемы

При одинаковом периметре меняется только высота треугольников, из которых составлена фигура.

Чем больше апофема, тем больше площадь.
Данные точно согласуются с формулой $S = P \cdot r / 2$.

Расчёт по формуле $S = P \cdot r / 2$ при $P = 40$ см.

Специальные формулы для частых фигур

1.

Квадрат

У квадрата все стороны равны, поэтому периметр выражается как $P = 4a$, а площадь находится особенно просто: $S = a^2$. Это самая знакомая модель правильного многоугольника.

2.

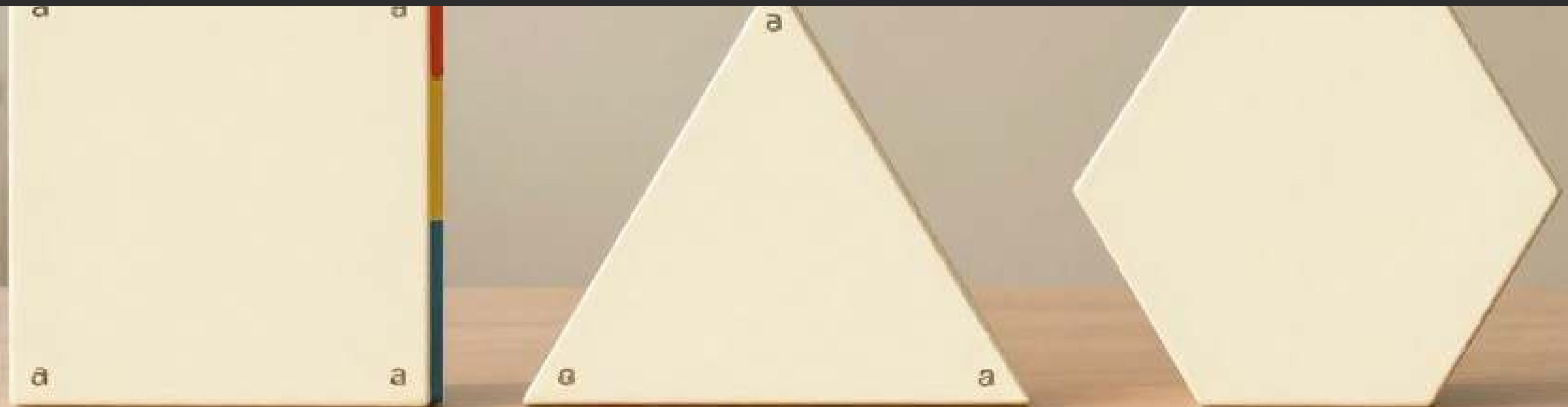
Равносторонний треугольник

У равностороннего треугольника три равные стороны и три равных угла. Его периметр равен $P = 3a$, а площадь вычисляют по формуле $S = a^2\sqrt{3}/4$.

3.

Правильный шестиугольник

У правильного шестиугольника шесть одинаковых сторон, поэтому $P = 6a$. Для площади используют формулу $S = 3a^2\sqrt{3}/2$, которая удобна в задачах и в чертежах.



Сравнение фигур при стороне 6 см

При одинаковой стороне периметр и площадь зависят от числа сторон фигуры.

Даже при одинаковой стороне фигуры дают разные результаты. Чем больше сторон, тем больше периметр и, в этом примере, площадь.

Фигура	P	S
Квадрат	24 см	36 см ²
Треугольник	18 см	≈15,6 см ²
Шестиугольник	36 см	≈93,5 см ²

Расчёт по формулам для правильных многоугольников, а = 6 см.

Как меняется площадь при одинаковой стороне

Для сравнения использованы правильные фигуры с одной и той же длиной стороны.

Площадь растёт по мере увеличения числа сторон. При фиксированной стороне более «круглая» фигура занимает больше места.

Расчёт по формулам площадей правильных фигур при $a = 4$ см.

Типичные ошибки при работе с формулами

Путают величины

Периметр — это длина границы фигуры, а площадь — величина поверхности. Если перепутать эти понятия, ответ получится неверным даже при правильных вычислениях.

Подставляют не ту величину

В формулу площади нельзя вместо апофемы подставлять обычную сторону. Апофема — это особый отрезок, и именно он образует прямой угол со стороной.

Забывают про единицы

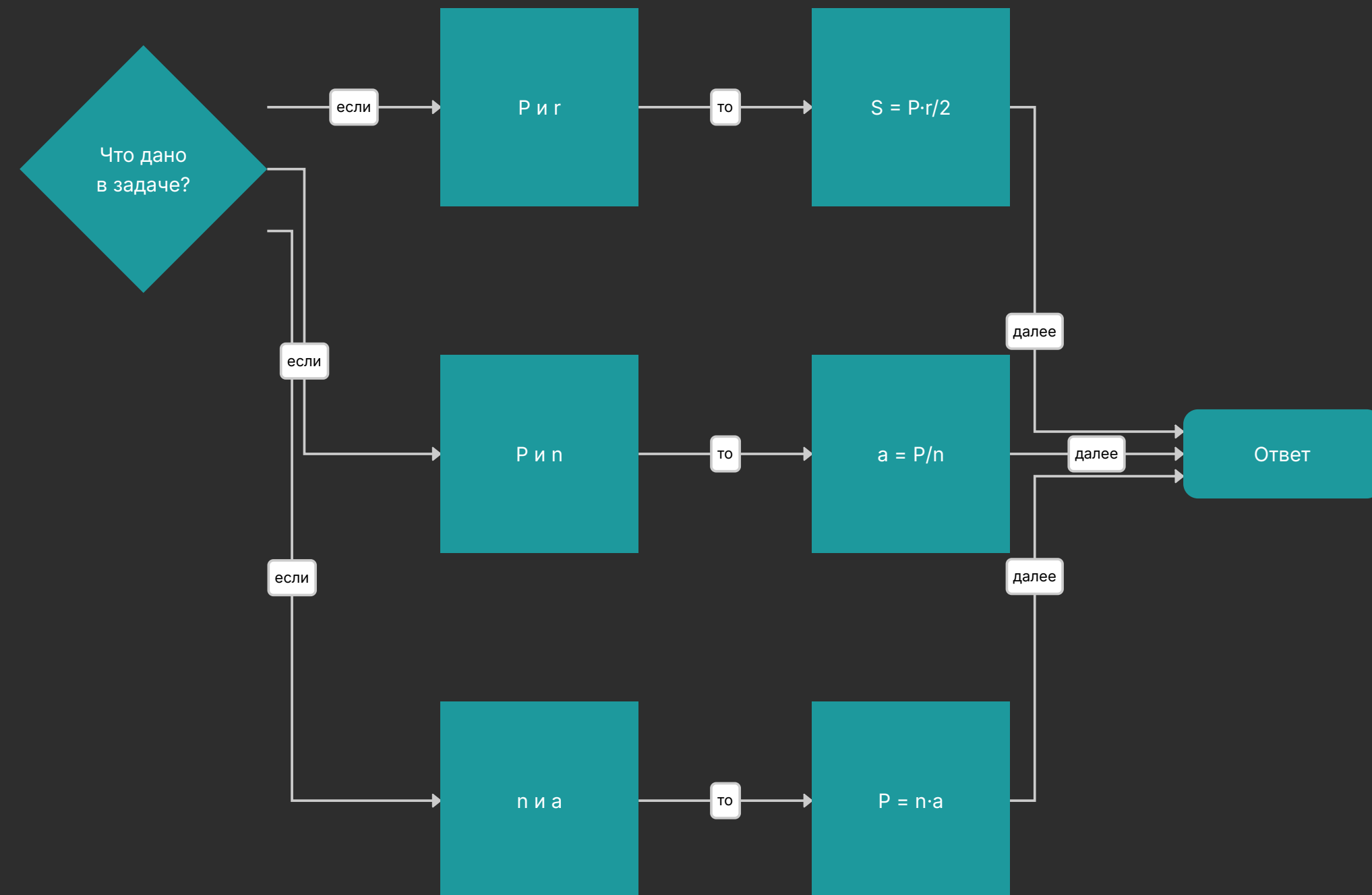
Периметр записывают в миллиметрах, сантиметрах или метрах, а площадь — в квадратных единицах. Неправильная запись единиц часто выдаёт ошибку в ответе.

Выбирают формулу наугад

Сначала нужно посмотреть, какие данные есть в условии. Только после этого выбирают формулу для периметра, стороны или площади, а не начинают считать случайно.

Выбор формулы по условию задачи

Решение зависит от того, какие данные даны: сторона, число сторон, периметр или апофема.



Где используются эти формулы в жизни

Плитка и мозаика

В строительной плитке и мозаиках правильные многоугольники помогают точно рассчитать размер элементов. Это упрощает укладку и уменьшает количество лишнего материала.

Орнаменты и узоры

В орнаментах часто повторяются одинаковые геометрические фигуры. Знание формул позволяет делать рисунок аккуратным, симметричным и удобным для черчения.

Упаковка и чертежи

При создании упаковки и чертежей важно заранее знать периметр и площадь деталей. Это помогает подобрать нужные размеры и избежать неточностей в работе.

Дорожные знаки и соты

Шестигранные соты и правильные формы дорожных знаков показывают, как геометрия работает в реальной жизни. Точные вычисления делают конструкции удобными и экономичными.



Что важно запомнить о правильных многоугольниках

Для правильного многоугольника легко найти периметр, сторону и площадь, если знать нужные данные. Формулы помогают решать учебные задачи и применять геометрию в реальных расчётах.