

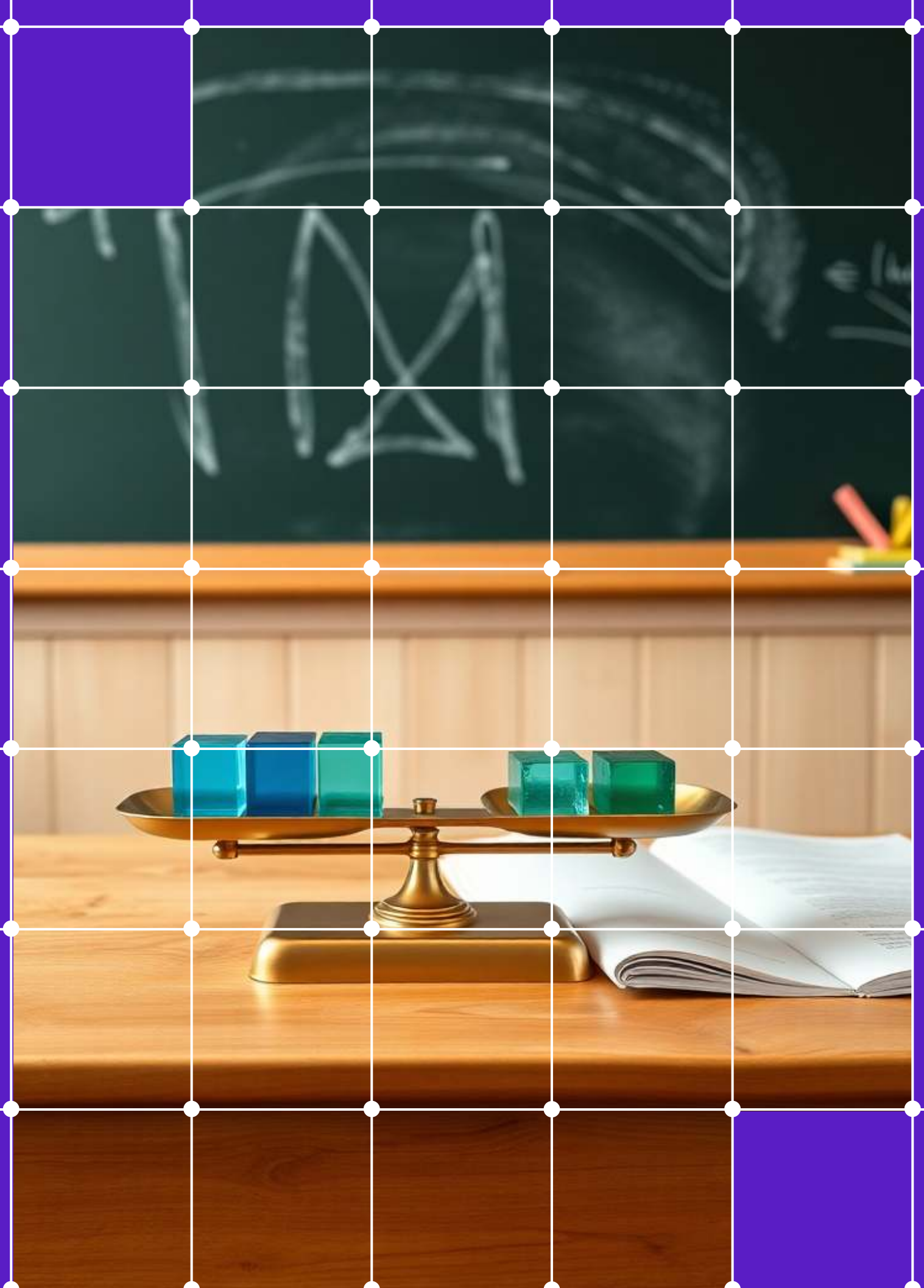
Основные свойства числовых неравенств

Как сравнивать числа и преобразовывать неравенства без ошибок.



Неравенства в алгебре: зачем они нужны

Неравенства помогают задавать ограничения, выбирать допустимые значения и решать задачи с переменной. В 9 классе они становятся основой для линейных неравенств и систем условий.



Что такое числовое неравенство

Сравнение двух чисел

Числовое неравенство записывает, какое из двух чисел больше, меньше или совпадает по значению. Для этого используют знаки $<$, $>$, $\leq$ и $\geq$.

Чтение записи

Запись $a < b$ означает, что число a меньше числа b , а $a > b$ — что a больше b . Такие записи читаются кратко и точно.

Знаки с равенством

Знаки $\leq$ и $\geq$ допускают равенство, поэтому подходят для случаев, когда значение может быть не только меньше или больше, но и равно указанному числу.

Верное и неверное

Одно и то же неравенство может быть верным или неверным в зависимости от выбранных чисел. Это важно проверять при сравнении и решении задач.

Основа дальнейшей темы

Умение распознавать неравенства и понимать их смысл нужно для преобразований, решения уравнений с ограничениями и работы с числовой прямой.

Знаки сравнения и их смысл

Знак	Смысл	Пример
$<$	меньше	$7 < 9$
$>$	больше	$12 > 5$
$\leq$	меньше или равно	$4 \leq 4$
$\geq$	больше или равно	$8 \geq 6$

Таблица показывает основные знаки сравнения, их значение и короткий пример записи.

Знаки с чертой допускают равенство, а знаки без черты обозначают строгое сравнение.

Координатная прямая и порядок чисел

Правее — значит больше

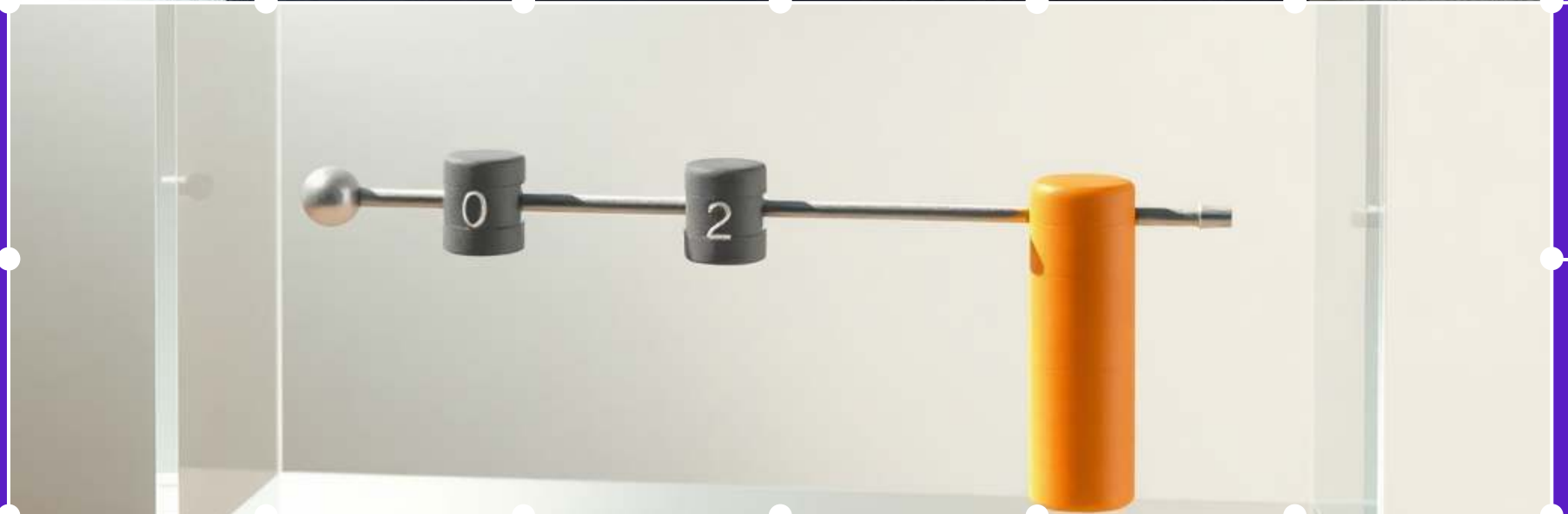
На координатной прямой числа растут слева направо. Поэтому число, расположенное правее, всегда больше числа, стоящего левее. Этот принцип особенно удобен, когда нужно быстро сравнить несколько значений.

Положительные и отрицательные числа

Сравнивать можно не только положительные числа, но и отрицательные. Например, -3 находится левее 1 , значит оно меньше. Координатная прямая делает такое сравнение наглядным и понятным.

Опора для ответа

Если отметить на прямой 0 , 2 и 5 , легко увидеть порядок чисел и проверить собственный вывод. Такой способ помогает не путаться при записи неравенств и при выборе правильного знака.



Первое свойство: обратная запись неравенства

1.

Запись наоборот

Если $a > b$, то можно записать $b < a$. То же самое работает и для случая $a < b$: тогда верно $b > a$.
Смысл сравнения не меняется, меняется только порядок записи.

2.

Зачем это нужно

Обратная запись помогает сделать ответ более удобным и аккуратным. Она также полезна при проверке рассуждений, когда нужно убедиться, что сравнение записано без ошибки.

Второе свойство: прибавление одинакового числа

Знак сохраняется

Если к обеим частям неравенства прибавить одно и то же число, знак не изменится. Это правило верно для любого числа: положительного, отрицательного или нуля.

Пример преобразования

Из $5 < 8$ можно прибавить 3 к обеим частям и получить $8 < 11$. Такое действие часто используют, когда нужно перенести число в другую часть неравенства.

Третье свойство: вычитание одинакового числа

1. Знак не меняется

Если из обеих частей неравенства вычесть одно и то же число, сравнение останется верным. Это действие обратное прибавлению и работает по тому же принципу.

2. Полезно для выделения неизвестного

Например, из $10 > 6$ можно вычесть 4 из обеих частей и получить $6 > 2$. Так удобно отделять неизвестное от чисел и упрощать запись неравенства.

Четвёртое свойство: умножение и деление на положительное число



Деление без изменения знака

Если обе части неравенства разделить на положительное число, знак сравнения остаётся прежним. Это помогает сокращать выражения и получать более простую запись ответа.



Умножение без смены направления

При умножении обеих частей на положительное число неравенство сохраняет направление. Например, из $3 < 7$ получается $6 < 14$ при умножении на 2.



Удобство в вычислениях

Это свойство особенно полезно при работе с дробями и числовыми выражениями. Оно позволяет избавиться от делителя и не менять смысл сравнения.

Пятое свойство: умножение и деление на отрицательное число

1. Знак меняется

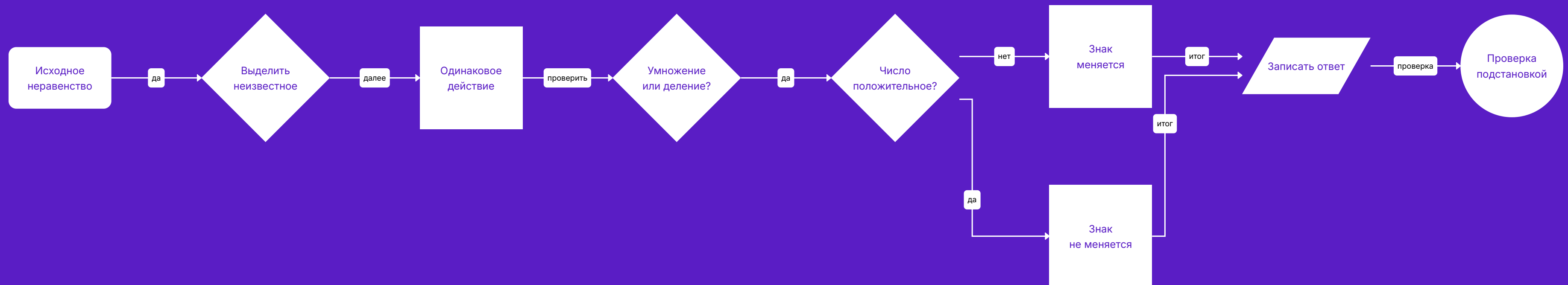
Если обе части неравенства умножить или разделить на отрицательное число, знак нужно поставить наоборот. Это главное правило, которое отличает работу с отрицательными числами.

2. Почему важна проверка

Например, из $2 < 5$ получаем $-2 > -5$. Ошибка в этом месте сразу делает ответ неверным, даже если все вычисления выполнены правильно, поэтому знак нужно проверять особенно внимательно.

Алгоритм преобразования неравенства

Преобразование выполняют одинаково для обеих частей, чтобы получить равносильный ответ.



Примеры преобразований с неизвестным

Сложение и вычитание

В неравенстве $x+4<9$ достаточно вычесть 4 из обеих частей. Получаем $x<5$: неизвестное остаётся слева, а число 5 становится границей решения.

Обратное действие

В записи $y-3\geq 2$ удобно прибавить 3 к обеим частям. Тогда $y\geq 5$, потому что прибавление одинакового числа не изменяет направление сравнения.

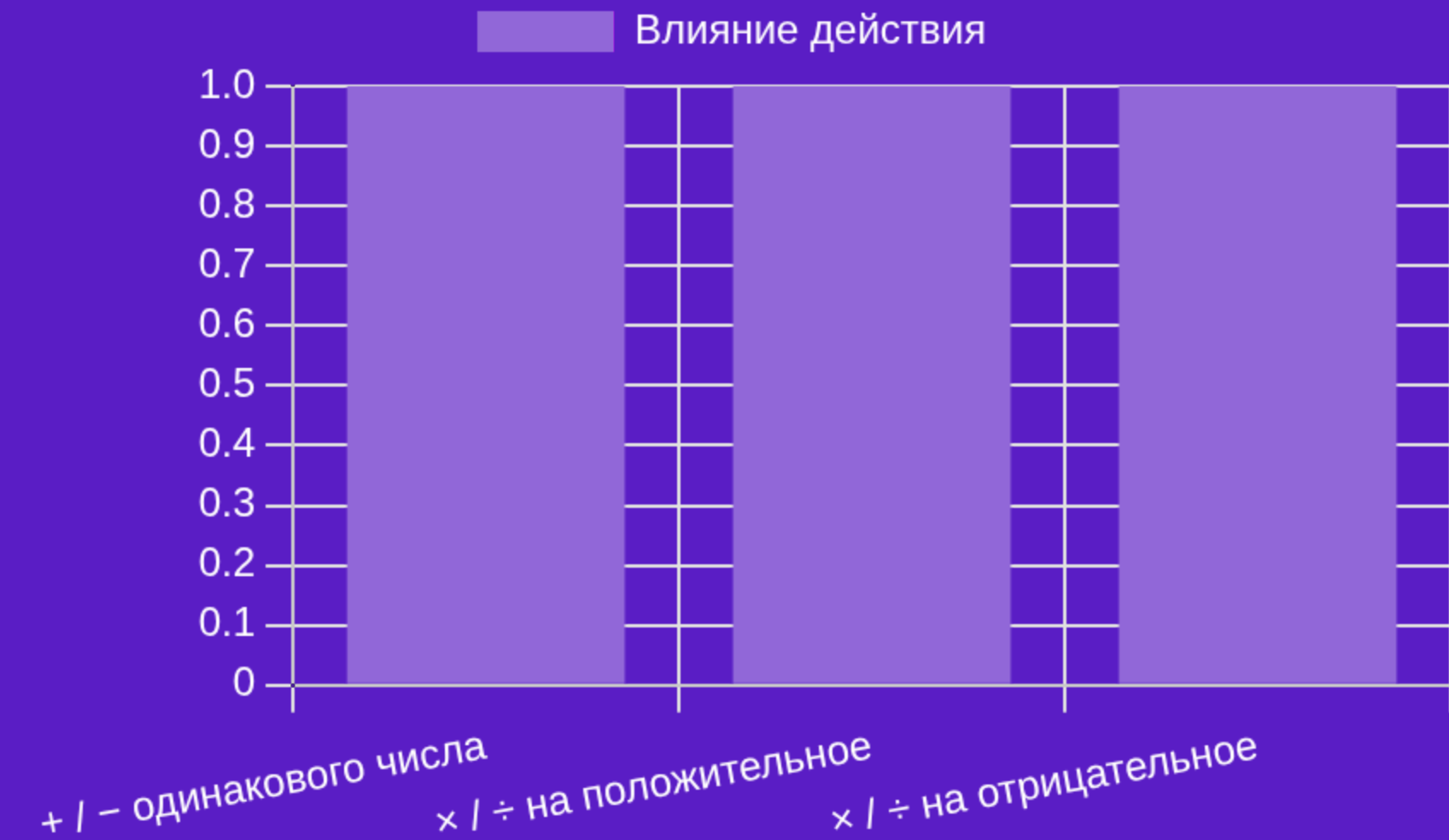
Деление на коэффициент

Если $2x<8$, обе части делят на 2. Получается $x<4$, и видно, как деление помогает быстро отделить неизвестное от числа.

Как ведёт себя знак неравенства при преобразованиях

Все три группы действий одинаково важны при решении неравенств, но только отрицательный множитель требует особой внимательности к направлению сравнения.

При сложении, вычитании, умножении и делении на положительное число знак сохраняется; изменение происходит только при отрицательном множителе.



Школьный курс алгебры, 9 класс

Решения неравенств на числовой прямой

1. Открытая точка

Для строгих неравенств $x > 3$ или $x < 3$ число 3 не входит в ответ, поэтому на прямой ставят пустую точку и отмечают нужную сторону.

2. Закрашенная точка

Если записано $x \leq -1$ или $x \geq -1$, граница включается в решение. Тогда точку -1 закрашивают и выделяют все подходящие числа слева или справа.

3

**главные ошибки
повторяются чаще всего
и требуют особой проверки.**

Школьная алгебра, 9 класс

Именно столько основных видов ошибок чаще всего встречается при преобразовании неравенств: знак, перенос слагаемых и равносильность действий.

Примеры преобразований и правильный результат

Исходное	Действие	Результат
$6 < 10$	$+2$	$8 < 12$
$9 > 3$	$\div 3$	$3 > 1$
$-4 < 2$	$\times (-1)$	$4 > -2$

Школьная алгебра, 9 класс

В таблице показано, как меняется неравенство после одинаковых действий с обеими частями.

Знак сохраняется при положительном действии и меняется только при умножении на отрицательное число.

Проверка решения неравенства

1. Получить ответ

После преобразований записывают найденное неравенство, например $x < 5$. Это ещё не окончательная гарантия, поэтому результат нужно проверить на исходной записи.

2. Подставить значения

Берут одно подходящее число, например 4, и одно неподходящее, например 6. Так видно, совпадает ли решение с условиями неравенства.

3. Сверить вывод

Если 4 подходит, а 6 нет, ответ выбран верно. Проверка помогает заметить ошибку до того, как решение будет записано окончательно.

Наиболее частые ошибки в теме

Диаграмма показывает, что большинство ошибок связано не с вычислениями, а с невнимательностью к правилу изменения знака и записи сравнения.

Главный риск — отрицательный множитель; если помнить правило, число ошибок заметно снижается.

Знак при отрицательном числе Путаница $<$ и $>$
Неверный перенос Нет проверки ответа



Учебная практика по алгебре, 9 класс

Неравенства в жизни и в учебных задачах

Время и расписание

Когда говорят, что урок длится не более 45 минут, используют неравенство $t \leq 45$. Оно удобно для расписаний, контрольных и поездок, где важна граница допустимого времени. Такой знак сразу показывает, что значение может быть любым, но не выше указанного предела.



Покупки и масса

На ценнике или упаковке часто встречаются ограничения вида $m \geq 3$ кг или цена ≤ 500 рублей. Неравенство помогает быстро понять, какой товар подходит по массе или стоимости. В реальной жизни это экономит время и делает выбор более точным.



Возраст и рост

В заданиях на возраст, рост или допуск к соревнованиям неравенства задают минимальное или максимальное значение. Например, рост > 150 см означает, что граница не входит в ответ. Такие записи учат читать условия аккуратно и избегать лишних допущений.



Что важно запомнить о неравенствах

Числовые неравенства сравнивают величины, а их свойства позволяют преобразовывать записи без потери смысла. Главное правило: одинаковые действия сохраняют равносильность, а отрицательное число меняет знак сравнения.