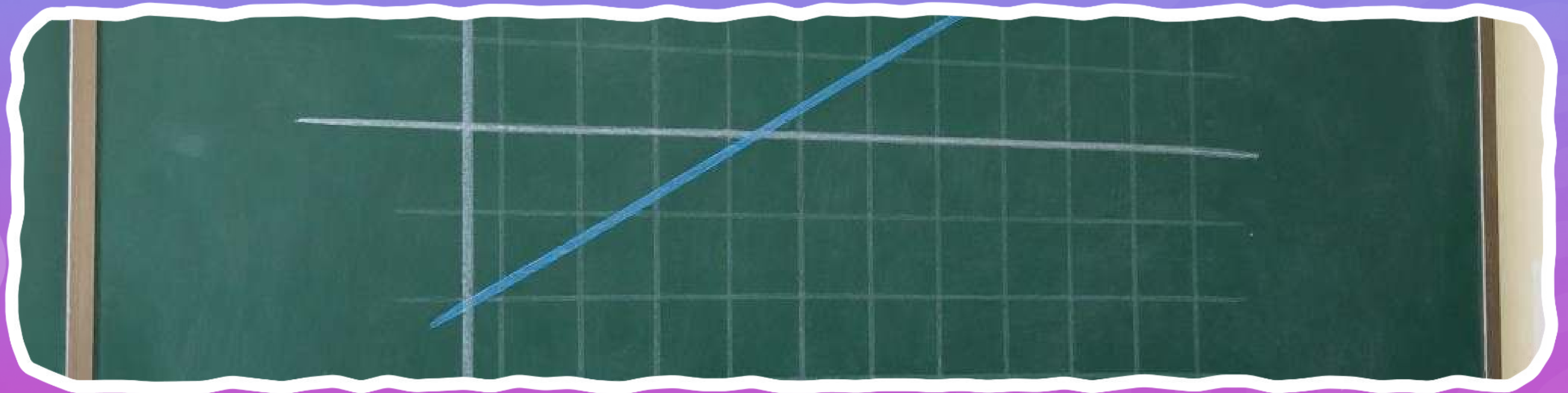


Линейная функция и ее график

Формула, наклон и прямая на координатной плоскости.



Где встречается линейная зависимость

Линейная зависимость помогает описывать реальные ситуации: поездки, связь, простые изменения величин. Здесь удобно связывать таблицу значений, формулу и график, а для построения часто достаточно всего двух точек.



Что называют линейной функцией

01

Общий вид

Линейная функция записывается формулой $y = kx + b$, где x — независимая переменная, а y — зависимая. Эта запись показывает, как меняется значение функции при изменении аргумента.

02

Роль коэффициента k

Число k называют угловым коэффициентом. Именно оно определяет, будет прямая подниматься, опускаться или оставаться горизонтальной, а также насколько крутым получится ее наклон.

03

Роль числа b

Число b называют свободным членом. Оно задает, на какой высоте прямая пересекает ось Oy , то есть где график начинается при $x = 0$.

04

Особый случай

Если $k = 0$, формула превращается в $y = b$. Тогда график не наклоняется и изображается горизонтальной прямой, параллельной оси Ox .

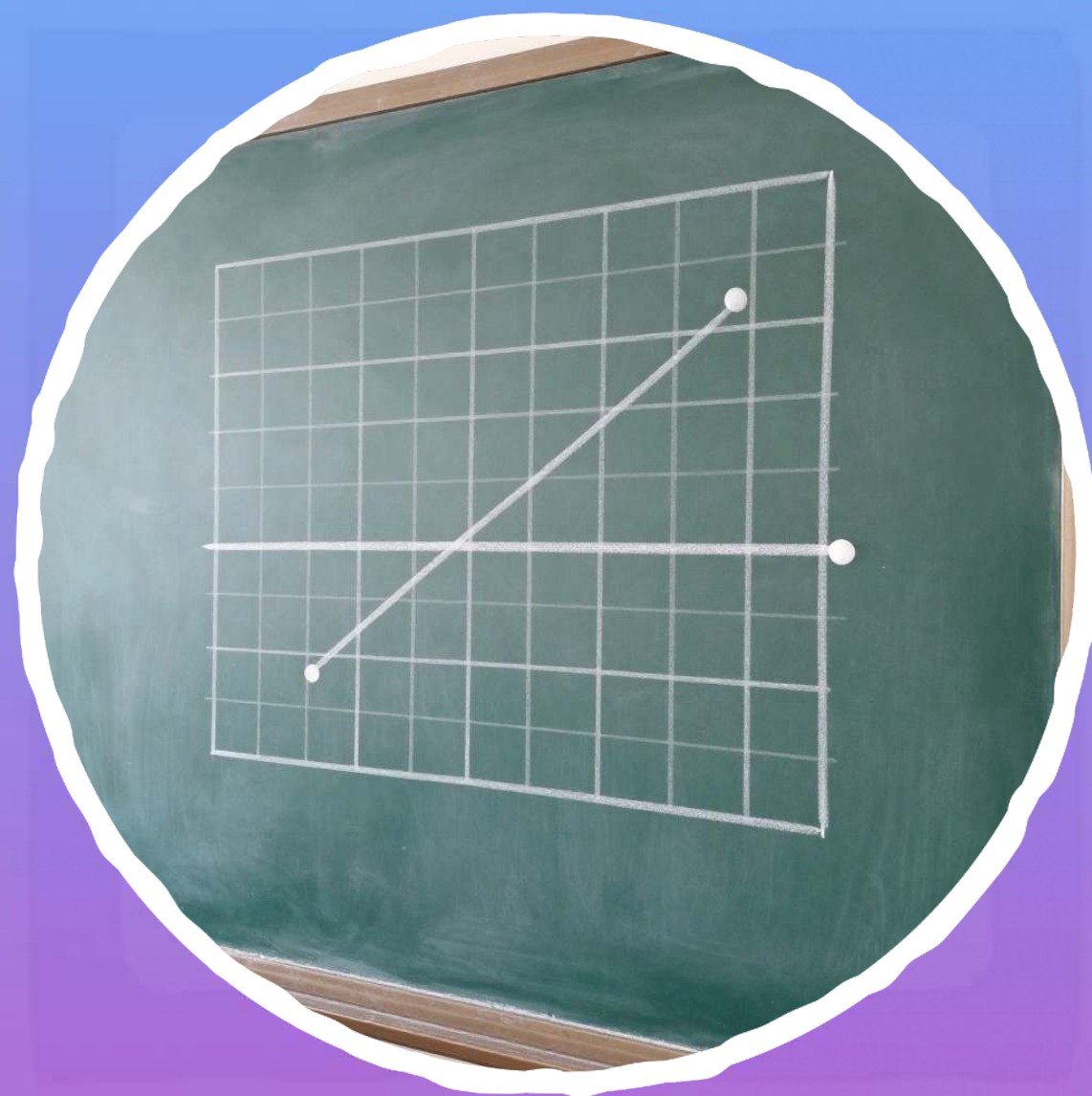
График линейной функции на координатной плоскости

Вид графика

График линейной функции всегда представляет собой прямую линию. Каждая точка этой прямой имеет координаты, которые подходят формуле $y = kx + b$.

Координатная плоскость

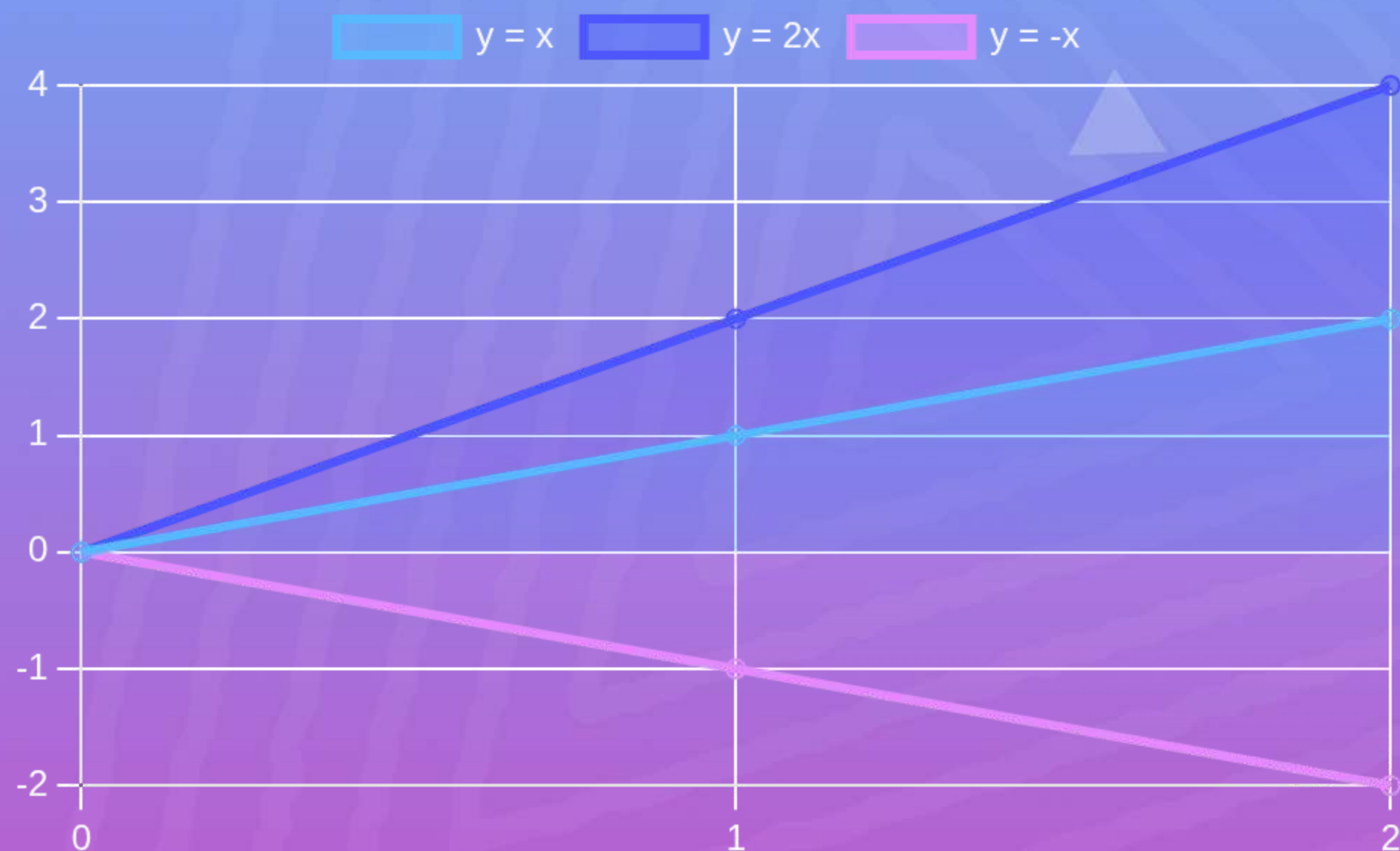
Для построения используют оси Ox и Oy , деления и отмеченные точки. По ним удобно находить нужные координаты и точно размещать график на плоскости.



Две точки достаточно

Чтобы провести прямую, обычно достаточно найти две точки с подходящими координатами. Затем их соединяют прямой линией и проверяют, что обе точки удовлетворяют формуле.

Как коэффициент k меняет наклон прямой



На одинаковых значениях x видно, как меняется скорость роста или убывания графика при разных k .

Положительный k дает возрастание, отрицательный — убывание, а больший модуль k делает прямую круче.

Составлено по учебным примерам линейных функций.

Значение коэффициентов в разных формулах

Сравнение формул помогает быстро увидеть, как k и b влияют на вид графика и поведение функции.

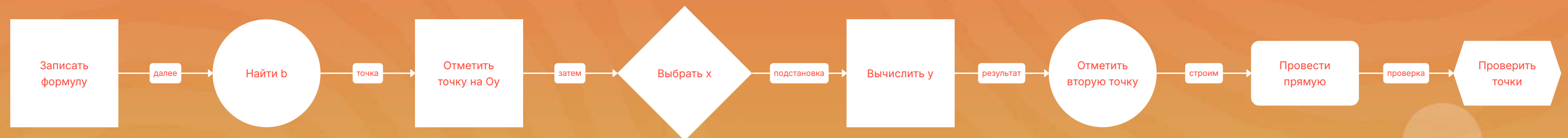
Формула	k и b	График/поведение
$y = 2x + 1$	$k = 2; b = 1$	прямая возрастает
$y = -x + 3$	$k = -1; b = 3$	прямая убывает
$y = 4$	$k = 0; b = 4$	горизонтальная прямая
$y = 0,5x - 2$	$k = 0,5; b = -2$	растет медленно

k определяет наклон и направление, а b сдвигает прямую вверх или вниз.

Учебные примеры линейных функций.

Построение графика по формуле

Алгоритм построения линейной функции по двум точкам.



Как находить точки для построения

01

Начальная точка

Чаще всего удобно брать $x = 0$. Тогда сразу получается точка пересечения с осью Oy , потому что значение u равно свободному члену b .

02

Вторая точка

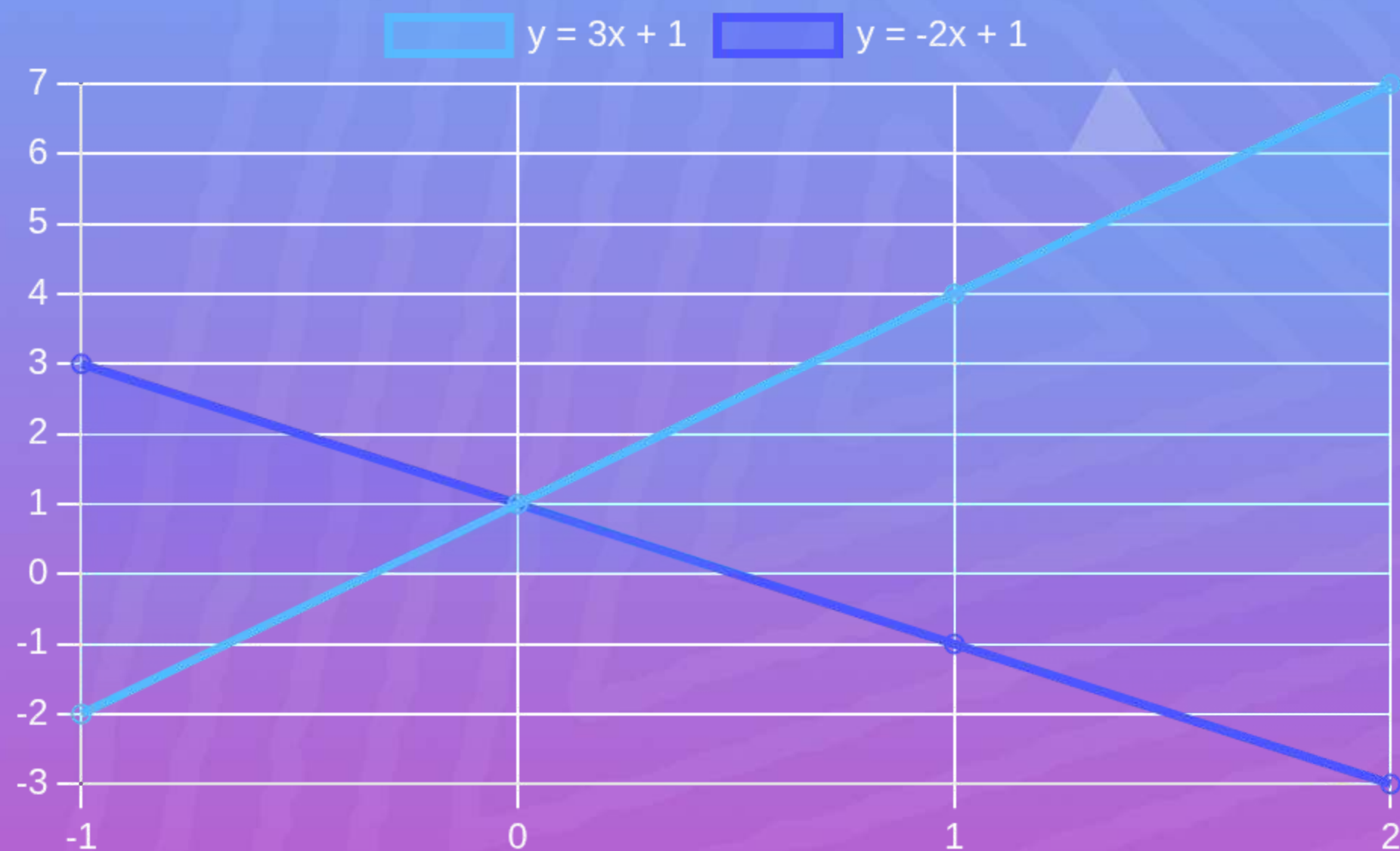
Для следующей точки можно выбрать $x = 1$ или $x = 2$. Так легче вычислить u и увидеть, как быстро меняется значение функции.

03

Аккуратность вычислений

Важно подставлять числа в формулу без ошибок и не путать x и u . Тогда точки будут точными, а график получится правильно.

Возрастание и убывание линейной функции



Обе прямые проходят через одну точку на оси Oy, но дальше расходятся в разных направлениях.

Знак k сразу показывает поведение функции: положительный — рост, отрицательный — убывание.

Составлено по учебным формулам линейных функций.

Пересечение с осями координат

01

Пересечение с Oy

Чтобы найти точку на оси Oy, нужно взять $x = 0$. Тогда координаты точки будут $(0; b)$, и ее легко отметить на графике.

02

Пересечение с Ox

Для оси Ox берут $y = 0$ и решают уравнение. Если оно имеет решение, получается точка пересечения прямой с осью абсцисс.

03

Пример вычисления

Для функции $y = 2x - 4$ при $y = 0$ получаем $2x - 4 = 0$. Отсюда $x = 2$, значит точка пересечения — $(2; 0)$.

04

Не всегда есть пересечение

Если прямая параллельна оси Ox, она может не пересекать ее вовсе. В этом случае значение y у всех точек одинаковое.

Линейная функция в жизни и в задачах

Поездка и тариф

Если за посадку платят одну сумму, а затем добавляют одинаковую цену за каждый километр, стоимость растет по линейному закону. Такие задачи удобно описывать формулой и проверять по таблице значений.

Связь с повседневными расчетами

Линейная зависимость часто встречается в тарифах связи, где есть абонентская плата и отдельная оплата за минуты или гигабайты. Постоянная часть и переменная часть вместе образуют простую модель.



Почему это удобно

Для линейной функции достаточно двух точек, чтобы построить график и увидеть изменение величины. Поэтому она помогает быстро переходить от текста задачи к формуле, таблице и рисунку на координатной плоскости.

Примеры линейных функций

Формула	k	b	Рост/убывание
$y = x + 5$	1	5	возрастает
$y = -3x$	-3	0	убывает
$y = 0$	0	0	постоянная
$y = 1,5x - 4$	1,5	-4	возрастает

В таблице показано, как по формуле определить коэффициенты, направление изменения и особенности графика.

Знак k показывает, растёт функция или убывает, а число b задаёт её положение по вертикали.

Линейная и нелинейная функция

Линейный график

У линейной функции график всегда прямой. Это значит, что все его точки лежат на одной линии, а изменение y при одинаковом изменении x остается постоянным.

Другие виды графиков

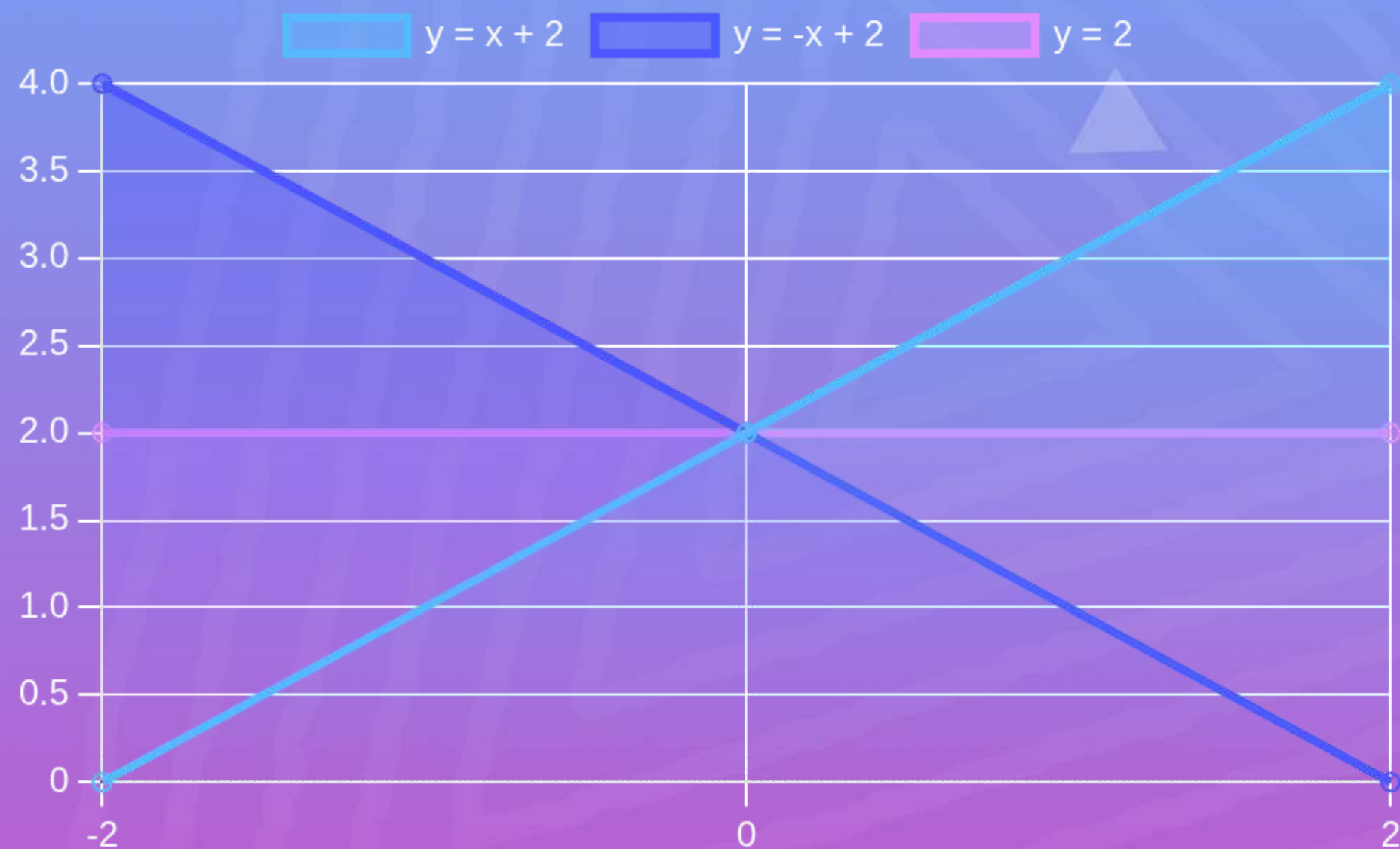
У квадратичной функции график выглядит как парабола, а у обратной пропорциональности — как гипербола. Их форма сразу показывает, что зависимость устроена не так, как у прямой.



Как отличить

Если при одинаковом шаге по x значения y у меняются по-разному, функция нелинейная. В 7 классе линейная функция служит самым простым примером связи между формулой, таблицей и графиком.

Сравнение нескольких прямых



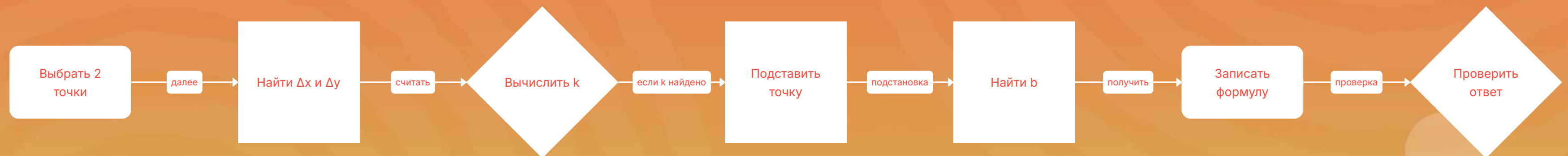
Иллюстративные данные по формулам $y = x + 2$, $y = -x + 2$, $y = 2$.

На одном поле видно, что одинаковый вид графика не означает одинаковое поведение функции: прямые могут по-разному наклоняться и располагаться выше или ниже.

Знак k определяет направление прямой, а b сдвигает ее по вертикали; у $y = 2$ график не меняется при любом x .

Как определить формулу по графику

Последовательность действий при чтении линейной функции с графика



Параллельные и пересекающиеся прямые

01

Одинаковый наклон

Если у двух линейных функций одинаковый коэффициент k , их графики имеют один и тот же наклон. Такие прямые не пересекаются и идут рядом друг с другом на постоянном расстоянии.

02

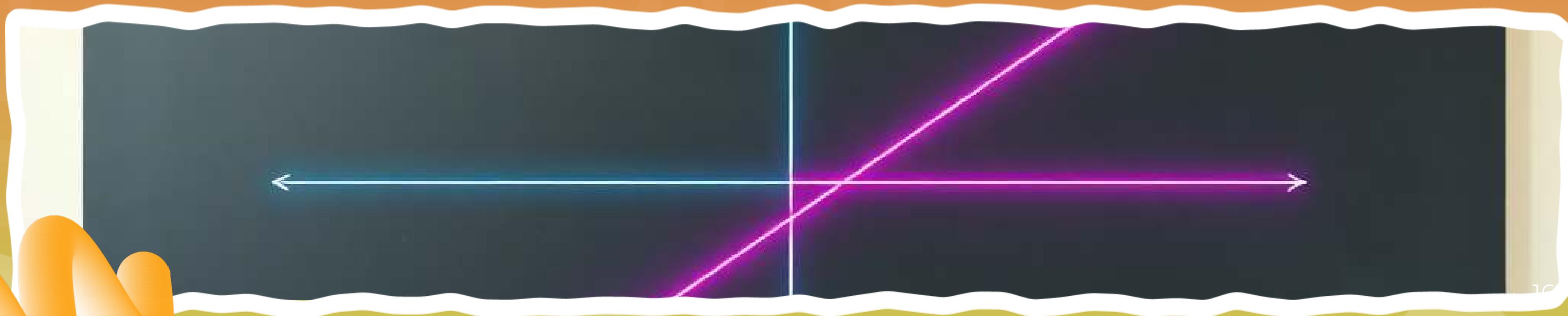
Разные коэффициенты

Когда коэффициенты k различаются, прямые меняют наклон по-разному и обычно пересекаются в одной точке. Это позволяет сразу сравнить функции, не строя каждую линию полностью.

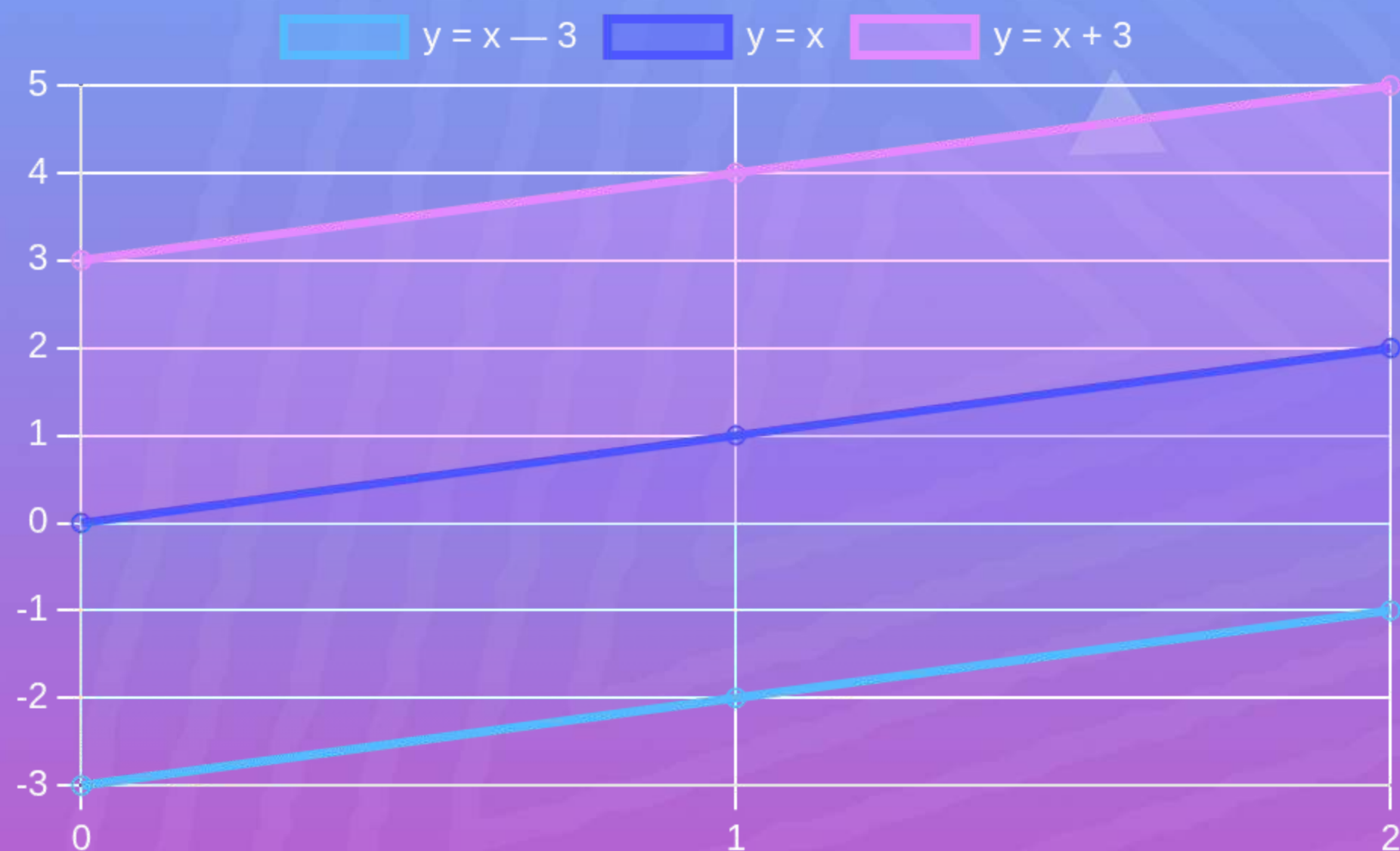
03

Роль свободного члена

Число b определяет, где именно находится прямая выше или ниже на плоскости. Поэтому у параллельных прямых одинаковый наклон, но разное положение относительно оси Oy .



Как свободный член b сдвигает график



Все три прямые имеют одинаковый наклон, потому что коэффициент k одинаков. Меняется только высота расположения графика относительно осей координат.

Число b не влияет на крутизну прямой: оно сдвигает график вверх или вниз, сохраняя его форму.

Иллюстративные данные по формулам $y = x - 3$, $y = x$, $y = x + 3$.

Типичные ошибки при работе с графиком

01

Путают k и b

Иногда ученик считает, что b отвечает за наклон, а k — за сдвиг. На самом деле k определяет направление прямой, а b показывает, где она пересекает ось Oy .

02

Ошибаются в координатах

При построении важно правильно читать числа по осям и не перепутать x с y . Одна неверно отмеченная точка может изменить весь график и привести к неправильному ответу.

03

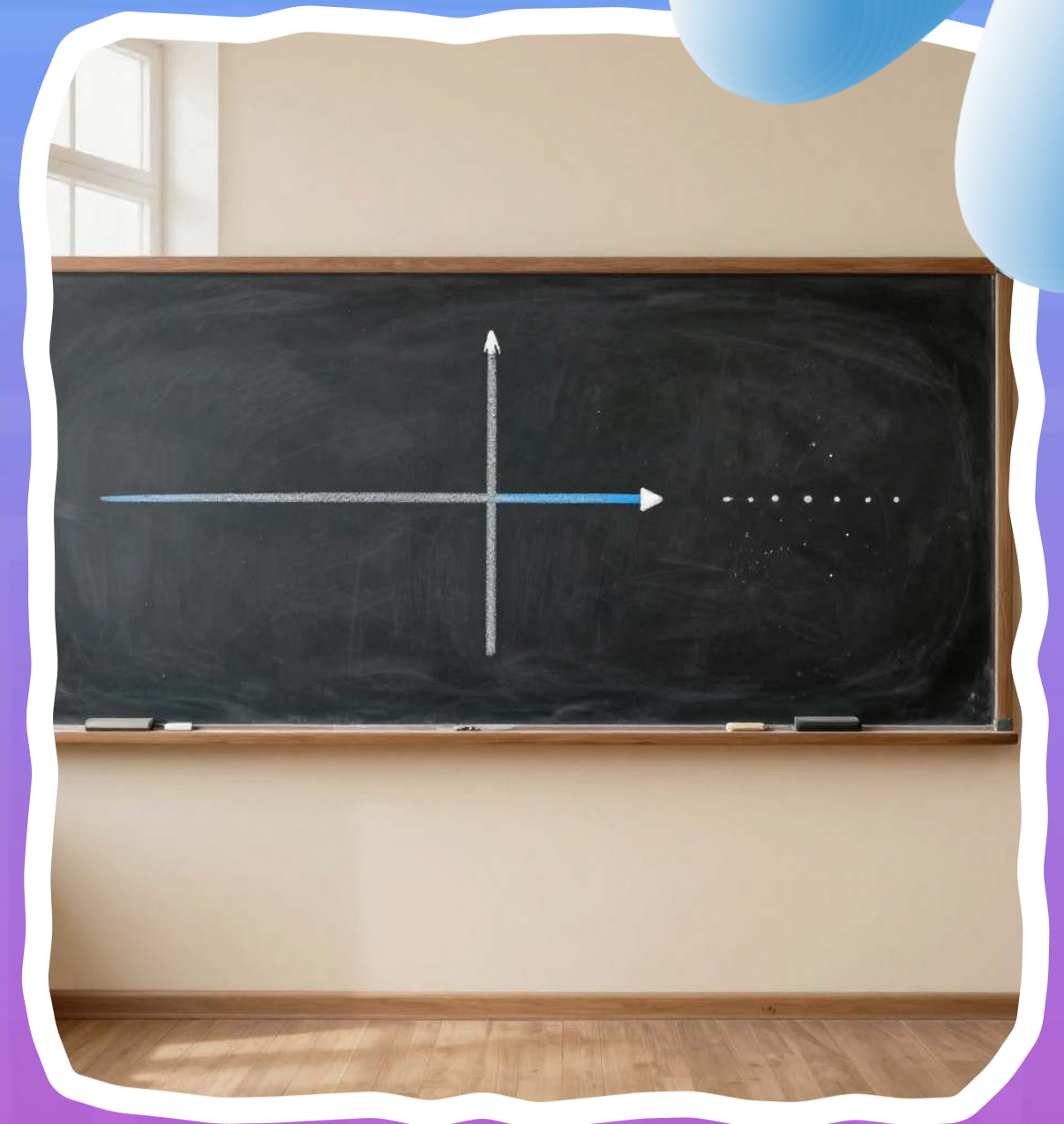
Проводят не прямую

График линейной функции должен быть ровной прямой линией, а не ломаной. Если точки соединены неровно, это означает, что построение выполнено неаккуратно.

04

Забывают случай $k = 0$

Когда k равно нулю, функция становится постоянной, а график — горизонтальной прямой. В этом случае наклона нет, и линия идет параллельно оси Ox .



Главные свойства линейной функции

Таблица помогает быстро увидеть, как знак коэффициента k влияет на поведение функции и форму графика.

Свойство	$k > 0$	$k < 0$	$k = 0$
Поведение	возрастает	убывает	постоянная
График	вверх	вниз	горизонтальная
Пересечение Oy	$(0; b)$	$(0; b)$	$(0; b)$

По знаку k можно заранее определить, как ведет себя функция, а число b всегда задает точку пересечения с осью Oy .

Свойства линейной функции $y = kx + b$.

Линейная функция: формула, график, смысл

Линейная функция связывает формулу и график через простые правила: k задает наклон, b — положение прямой, а две точки позволяют построить ее без лишних вычислений.