



Подобие треугольников: первый признак

Одинаковая форма, разные размеры: основа удобных геометрических решений.

Зачем изучают подобие фигур

Подобие помогает читать карты, понимать чертежи и находить неизвестные длины без прямого измерения. В геометрии оно связывает углы, стороны и пропорции в одной понятной системе правил.



Что такое подобные треугольники

Одинаковая форма

Подобные треугольники имеют одинаковую форму, но могут отличаться размером. Их углы попарно равны, а стороны, стоящие напротив этих углов, изменяются в одном и том же отношении.

Сравнение сторон

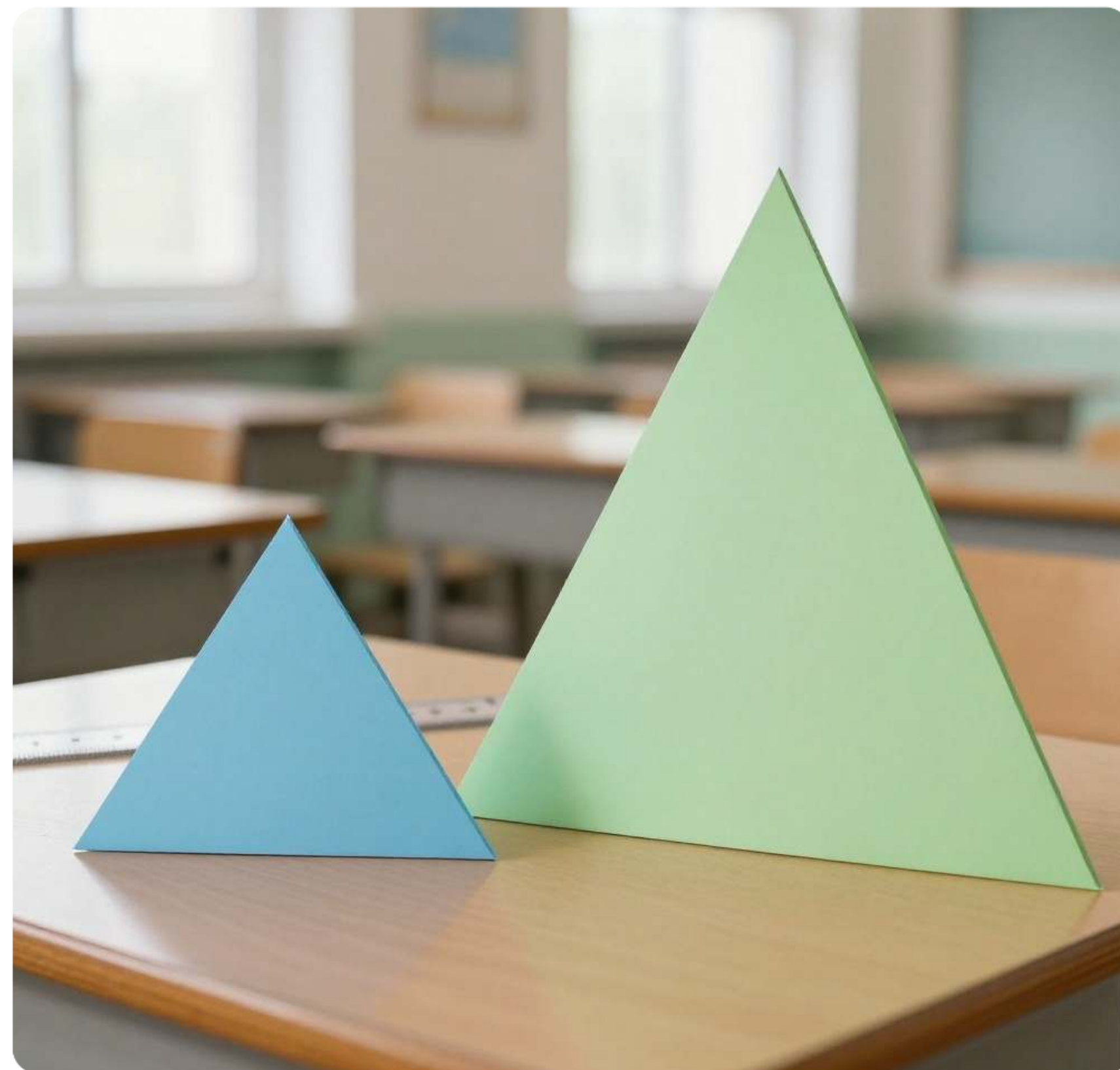
Если соответствующие стороны одного треугольника вдвое больше, чем у другого, то и все остальные стороны увеличены вдвое. Это отношение сохраняется для каждой пары соответствующих сторон.

Коэффициент подобия

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз один треугольник больше или меньше другого. Он равен отношению соответствующих сторон и позволяет быстро сравнивать фигуры без полного измерения.

Наглядный пример

Полезно рассмотреть два треугольника с одинаковыми углами, но разной длиной сторон. Тогда сразу видно, что совпадает форма, а различие касается только размера фигуры.



Соответственные элементы треугольников

1

Установить вершины

Сначала нужно понять, какие вершины двух треугольников соответствуют друг другу. Именно это определяет, какие углы и стороны будут сравниваться между собой.

2

Сопоставить углы

Углы, занимающие одинаковое положение, называются соответствующими. Их равенство проверяют первым делом, потому что от этого зависит вывод о подобии.

3

Сопоставить стороны

После углов определяют соответствующие стороны. Они должны лежать напротив равных углов и сравниваться в одном и том же порядке.

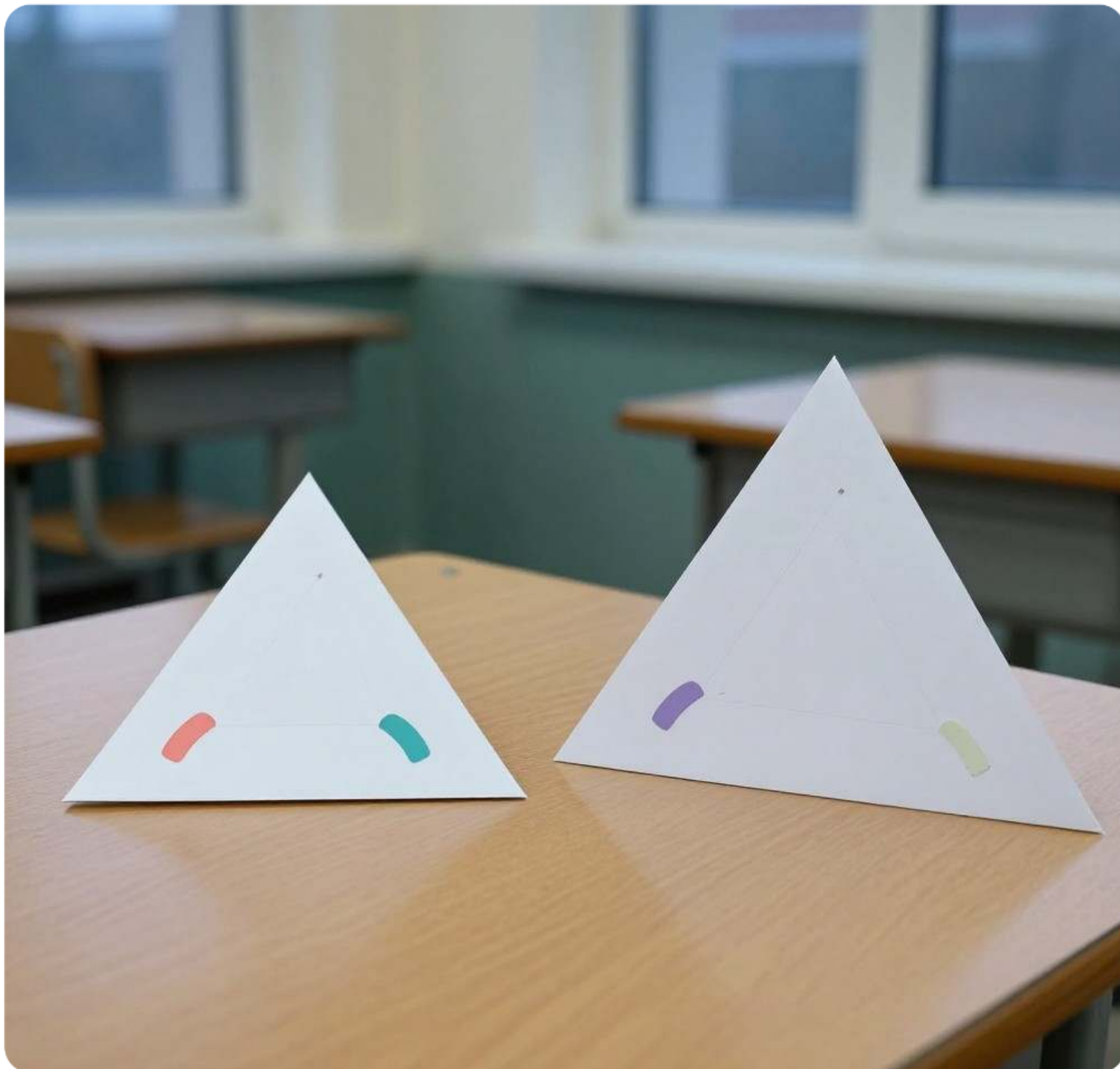
4

Записать без ошибок

Правильный порядок вершин в записи помогает не перепутать элементы. Если сопоставление выбрано неверно, пропорции сторон тоже будут составлены неправильно.



Первый признак подобия треугольников



1. Два равных угла

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то треугольники подобны. Этого достаточно для вывода без проверки всех сторон.

2. Третий угол тоже равен

Сумма углов любого треугольника равна 180° . Поэтому при равенстве двух углов автоматически равны и третьи углы, а значит, совпадает вся угловая структура.

3. Почему это удобно

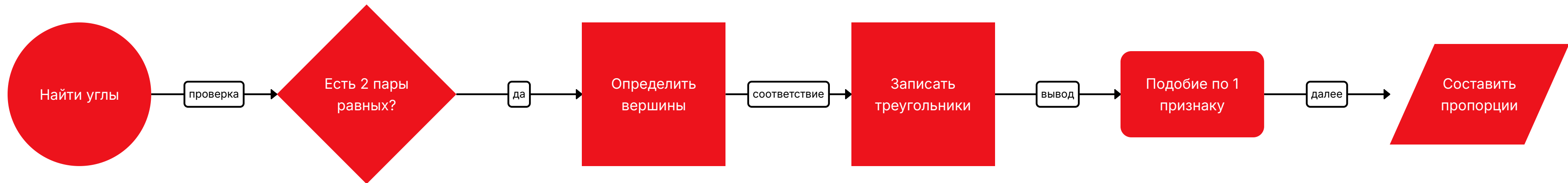
Этот признак особенно полезен в задачах с параллельными прямыми, вертикальными углами и пересечением прямых. Там равные углы часто можно увидеть сразу на чертеже.

4. Дальнейшие вычисления

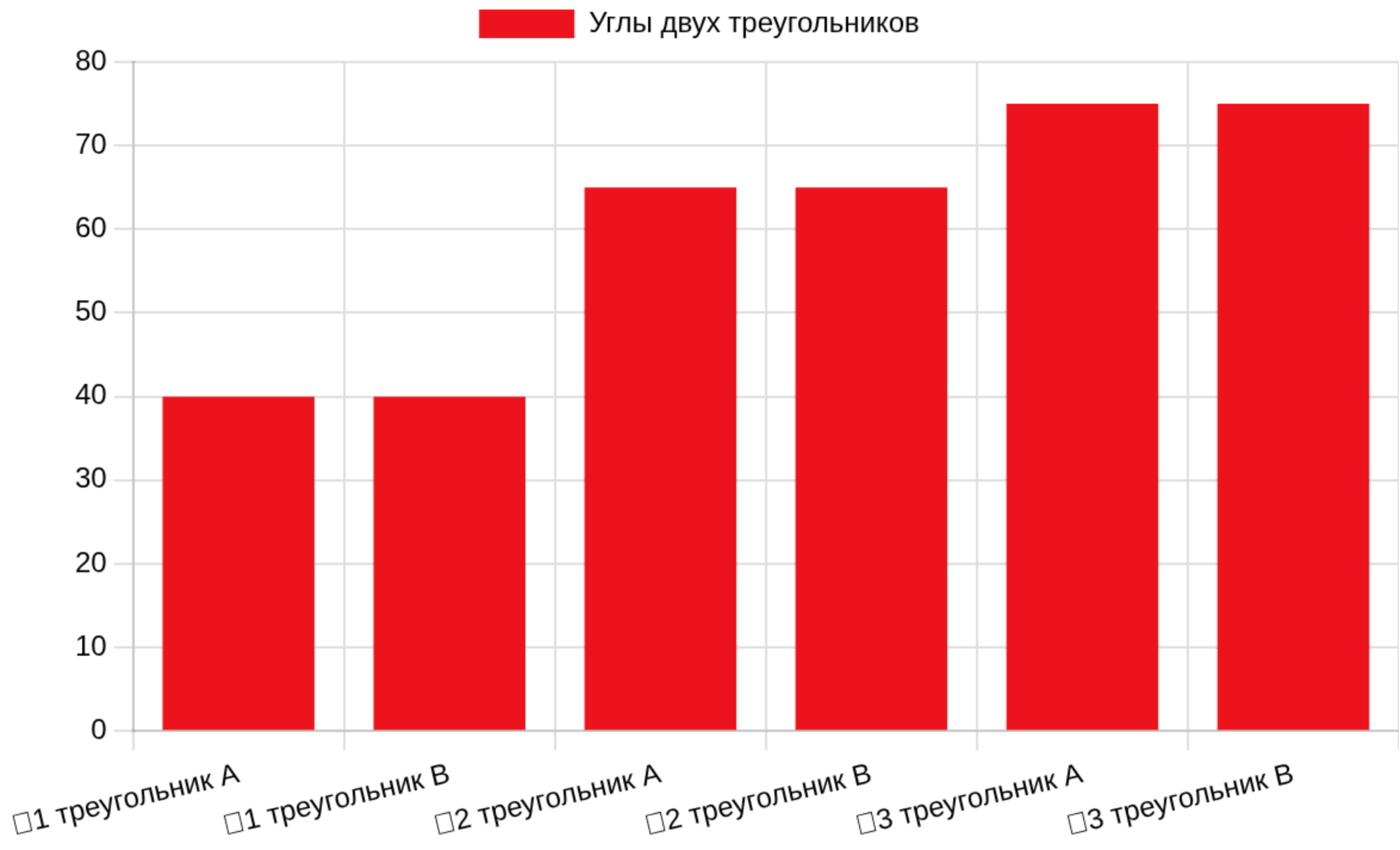
После установления подобия можно переходить к пропорциям соответствующих сторон. Это позволяет находить неизвестные длины аккуратно и без лишних измерений.

Проверка подобия по первому признаку

Последовательность действий при решении геометрической задачи



Сравнение углов в двух треугольниках



Две пары углов совпадают, а третий угол в каждом треугольнике определяется по сумме 180° . Это помогает увидеть признак подобия наглядно.

Равенства двух углов достаточно: треугольники имеют одинаковую форму и потому подобны.

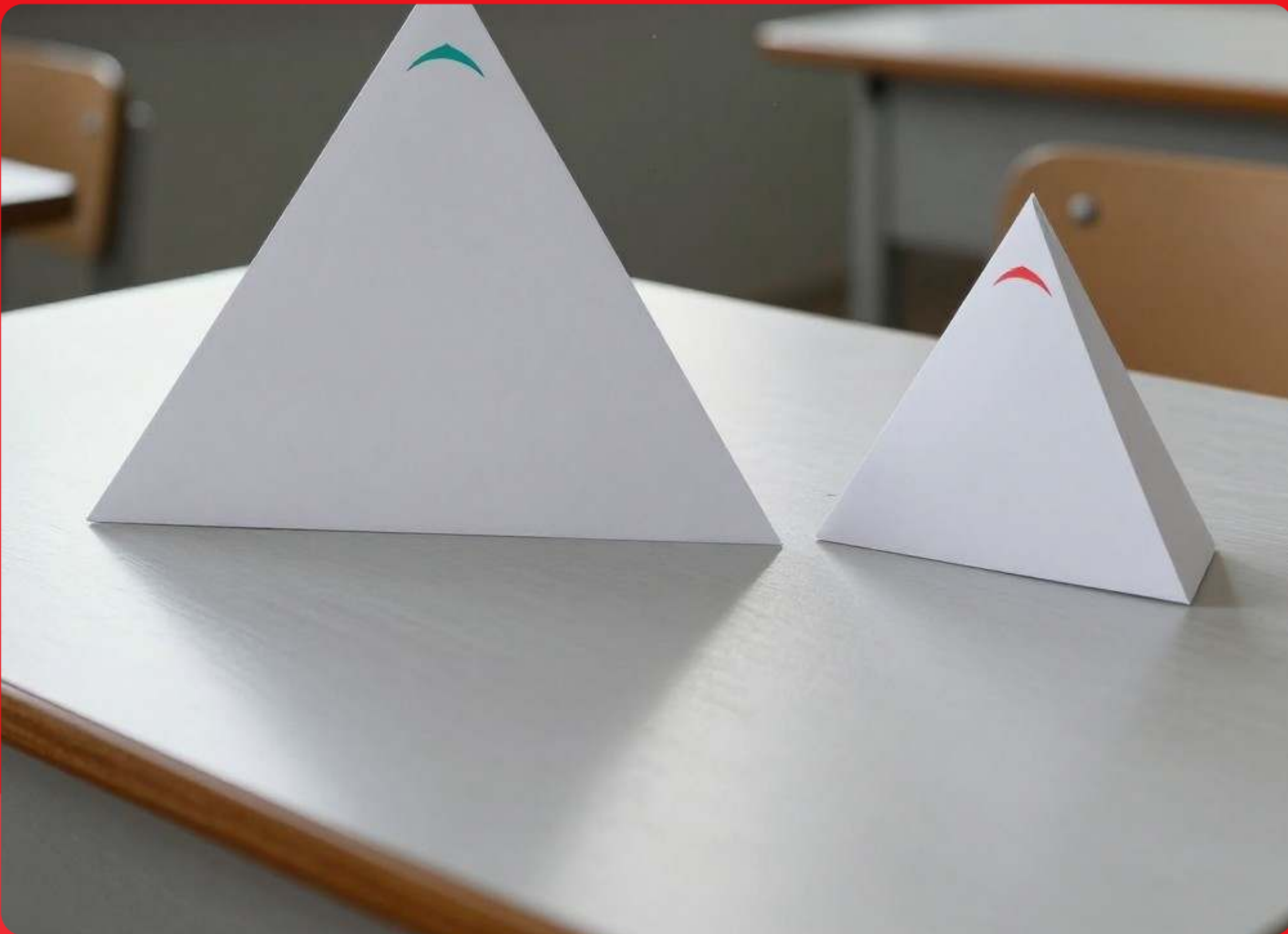
Признаки подобия треугольников

Признак	Что сравнивают	Когда применять
По двум углам	2 равных угла	Если углы известны
По 2 сторонам и углу	Пропорции и угол	Если известен угол между сторонами
По трём сторонам	3 пропорциональные стороны	Если заданы все стороны

Сравнение трёх основных признаков показывает, когда каждый из них удобнее применять на практике.

Первый признак самый быстрый, когда на рисунке удаётся сразу найти равные углы.

Почему двух углов достаточно



Сумма углов

В любом треугольнике сумма углов равна 180° . Поэтому, если известны два равных угла, третий угол в обоих треугольниках тоже будет равен.

Совпадает вся форма

Три равных угла задают одну и ту же форму треугольника. Различие остаётся только в размере, поэтому фигуры можно сравнивать как уменьшенную и увеличенную копию.

Пропорциональные стороны

Когда форма одинакова, соответствующие стороны изменяются в одном отношении. Именно поэтому у подобных треугольников можно составлять пропорции и находить неизвестные длины.

Практический смысл

Такой вывод экономит время: не нужно измерять все стороны. Достаточно проверить углы, чтобы понять, можно ли использовать свойства подобия в задаче.

Коэффициент подобия

Что он показывает

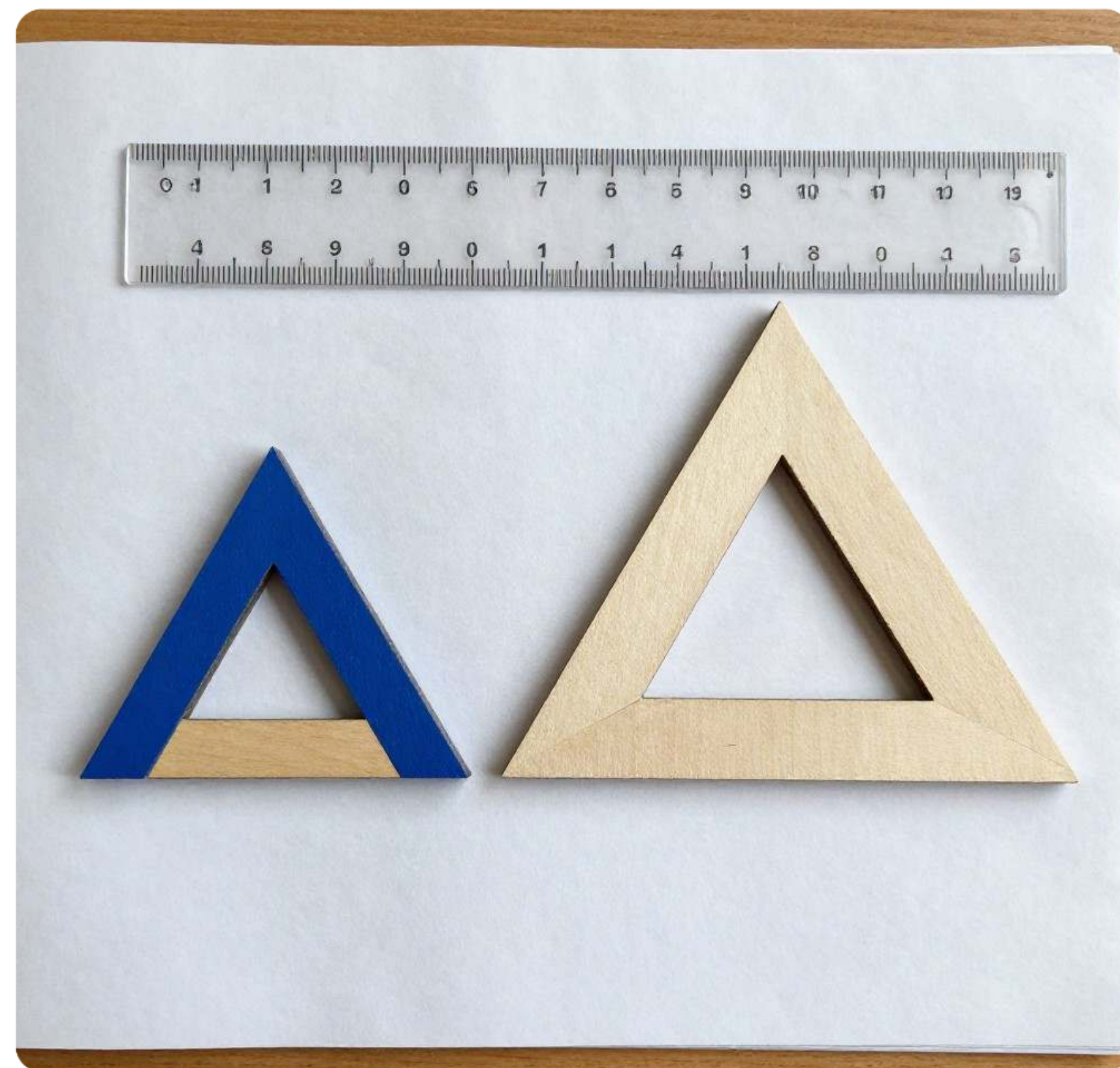
Коэффициент подобия — это отношение соответствующих сторон подобных треугольников. Он показывает, во сколько раз один треугольник больше или меньше другого.

Простой пример

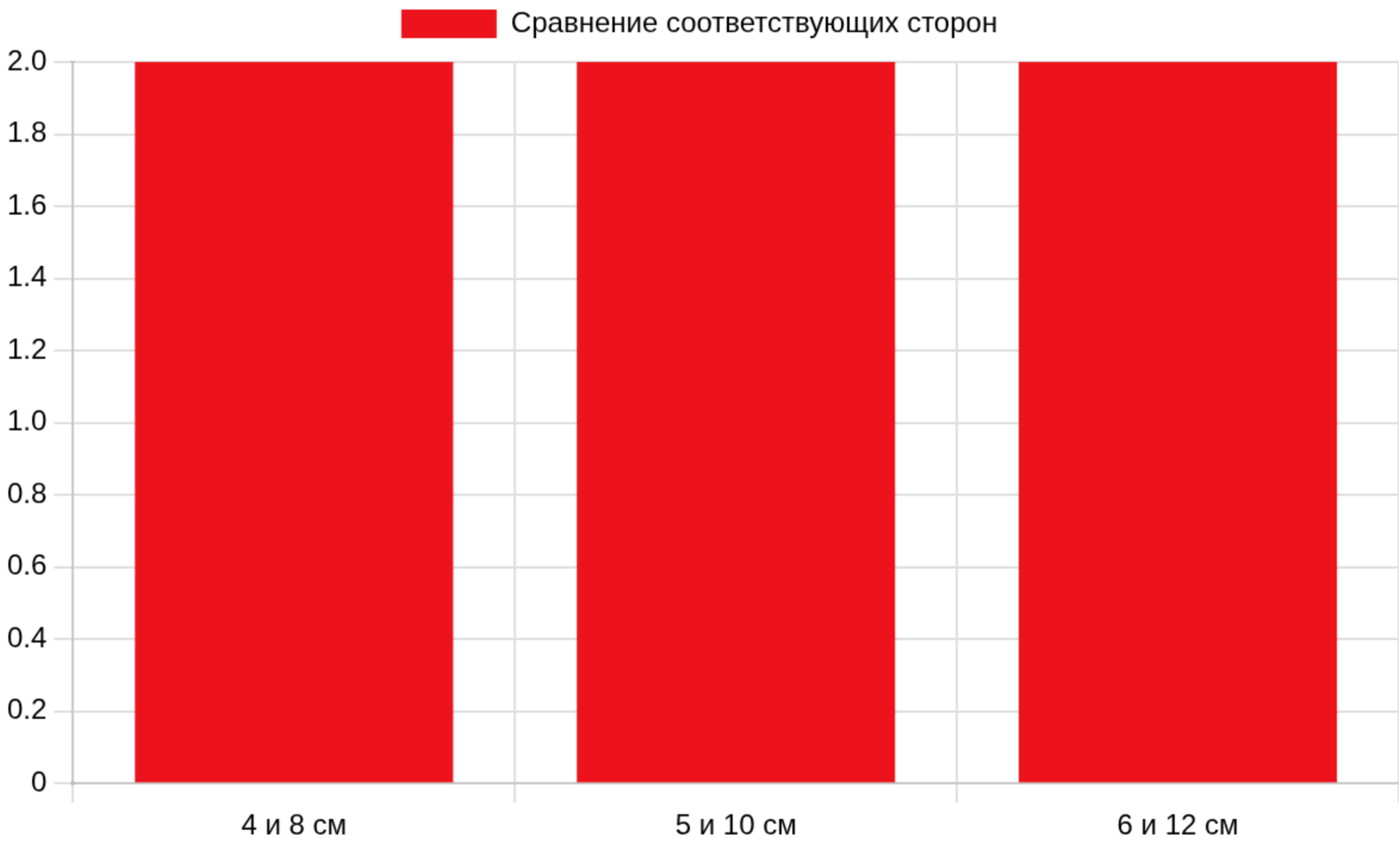
Если одна сторона равна 3 см, а соответствующая ей сторона — 6 см, коэффициент подобия равен 2. Значит, все стороны увеличены в два раза.

Зачем он нужен

Коэффициент помогает быстро находить неизвестные стороны и проверять правильность решения. Если отношения соответствующих сторон одинаковы, подобие подтверждается.



Пропорции соответствующих сторон



Одинаковый коэффициент подобия сохраняется для всех пар сторон, поэтому форму треугольника можно восстановить по одной известной стороне.

Все отношения равны 2, значит соответствующие стороны увеличены в одинаковое число раз и треугольники подобны.

Как записывают подобие треугольников

1

Сначала — соответствие

Перед записью нужно установить, какие вершины и углы соответствуют друг другу. Именно это определяет правильный порядок букв в обозначении подобных треугольников.

2

Порядок вершин важен

Если вершина А соответствует D, B — E, а C — F, то треугольники записывают в одинаковой последовательности: ABC и DEF. Перестановка букв меняет соответствие элементов.

3

Затем — знак подобия

Между названиями треугольников ставят знак подобия. Такая запись сразу показывает, что сравниваются не любые фигуры, а только те, у которых совпадает порядок соответствующих углов.

4

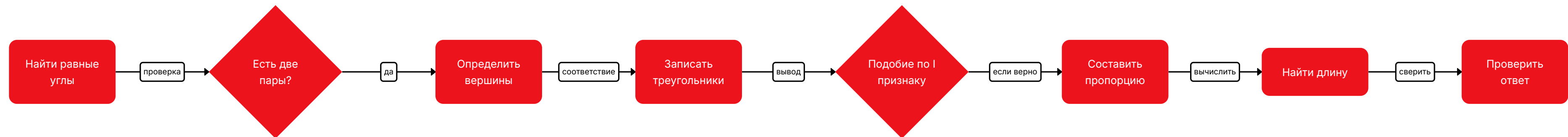
Для вычислений без ошибок

Правильная запись помогает верно составлять пропорции сторон и не путать числовые данные. Это особенно важно в задачах, где нужно найти неизвестную длину по уже известным отрезкам.



Путь к решению задачи

Последовательность действий при применении первого признака подобия треугольников.



Типичные ошибки при применении первого признака

Сначала устанавливают соответствие элементов, затем делают вывод о подобии и только после этого переходят к вычислениям.

Главная причина ошибок — неверное сопоставление элементов. Если порядок вершин и сторон определён правильно, решение становится надёжным.

Ошибка	Почему неверна	Как избежать
Путают углы	Сбивается соответствие	Сравнивать по вершинам
Берут один угол	Недостаточно данных	Искать две пары
Пишут не те стороны	Ломается пропорция	Соблюдать порядок

Подобие в задачах с параллельными прямыми

Проведена прямая

Внутри треугольника появляется отрезок, параллельный одной из его сторон. Он делит фигуру на меньший треугольник и трапецию.

Появляются равные углы

Из-за параллельности возникают соответственные и накрест лежащие углы. Это даёт нужные пары равных углов для первого признака подобия.

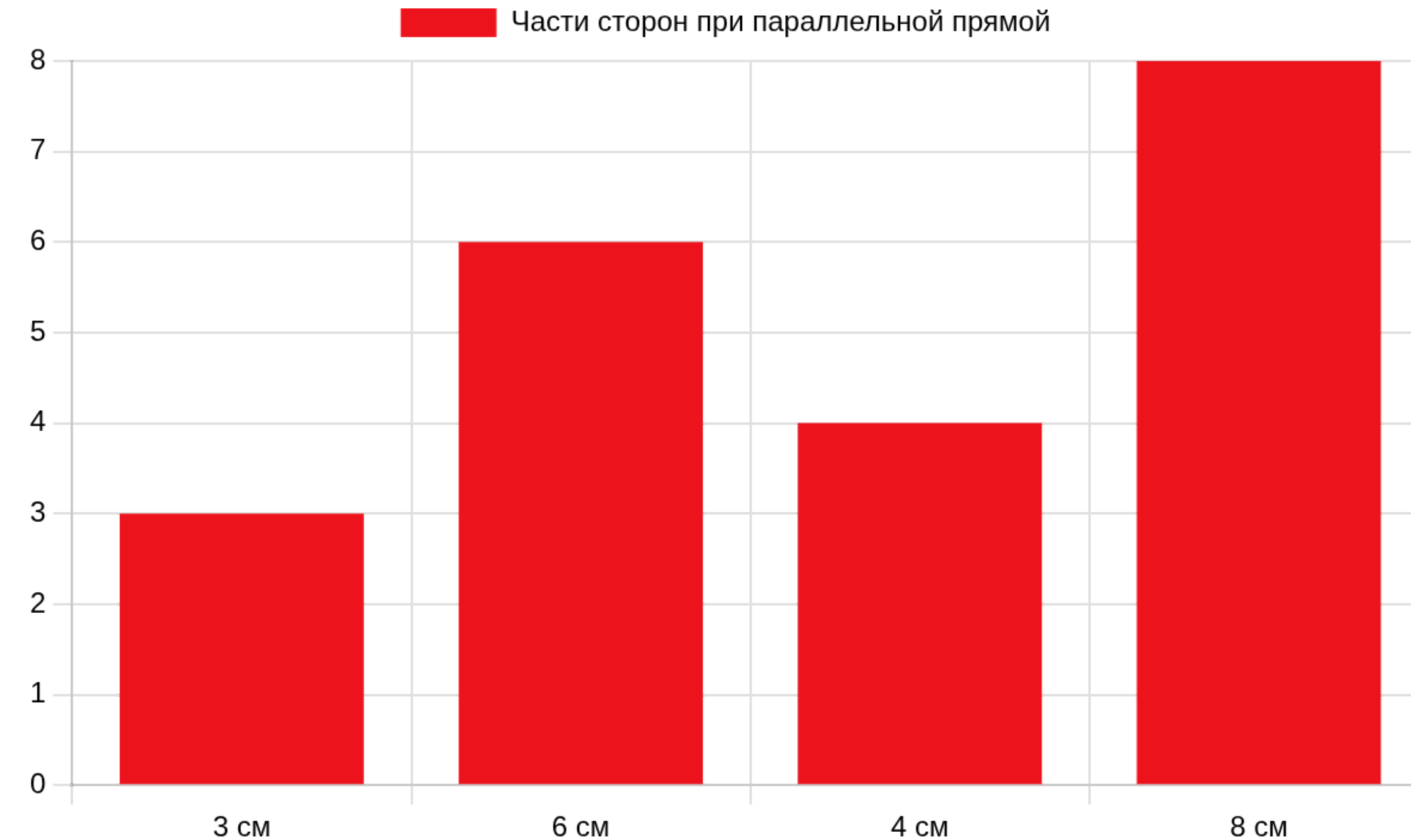
Делаем вывод о подобии

Маленький треугольник и весь треугольник оказываются подобными. После этого можно связывать их стороны через пропорции.

Находим отрезки

По известным частям сторон вычисляют неизвестные длины. Такие задачи часто встречаются в 7 классе и хорошо тренируют аккуратность вычислений.

Как параллельная прямая делит стороны треугольника



Параллельная линия создаёт одинаковые отношения на разных сторонах, поэтому можно находить недостающие отрезки без прямого измерения.

Отношения 3:6 и 4:8 одинаковы, значит деление сторон согласовано с подобием и позволяет применять пропорции.

Где пригодится подобие треугольников

Карта, которая уменьшает расстояния

На карте город кажется компактным, но его улицы и площади сохраняют форму благодаря масштабу. Именно подобие позволяет читать карту как уменьшенную, но точную модель местности. Поэтому можно быстро оценить расстояния и сравнивать объекты без выхода на местность.



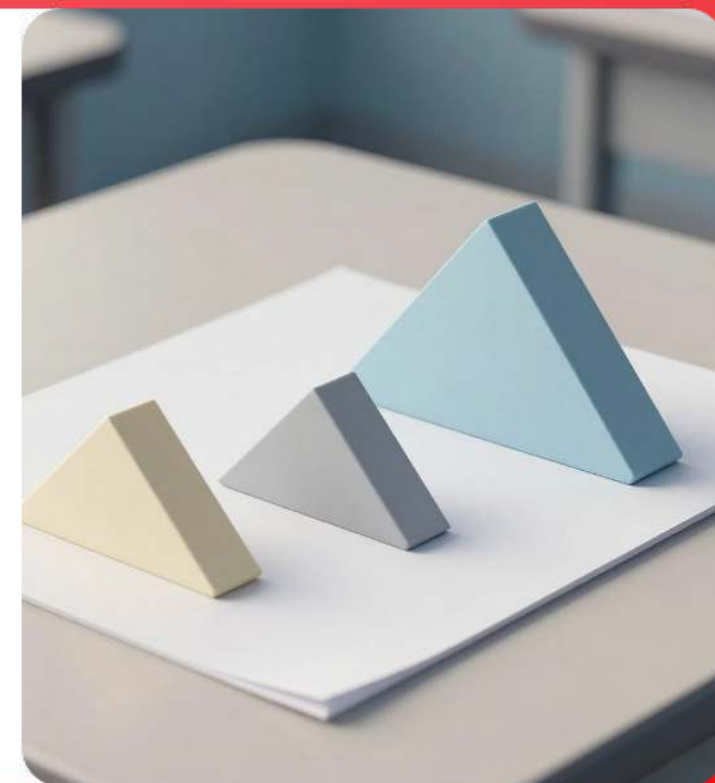
Модель здания на столе

Архитектор часто начинает не с большого здания, а с маленькой модели. Она показывает пропорции, силуэт и взаимное расположение частей, не требуя строительства полного объекта. Подобие помогает заранее увидеть, как будет выглядеть реальное сооружение.



Задача в учебнике

В геометрии подобие часто превращает сложный рисунок в понятную схему. Если известны углы и несколько длин, можно вычислить недостающую сторону через пропорцию. Так одна удачно найденная связь помогает решить всю задачу.



Как проверить себя при решении задачи

1. Проверь пары углов

Сначала убедись, что найдены именно две пары равных углов. Если хотя бы одна пара выбрана неверно, вывод о подобии будет ошибочным и дальше считать нельзя.

2. Сохрани порядок вершин

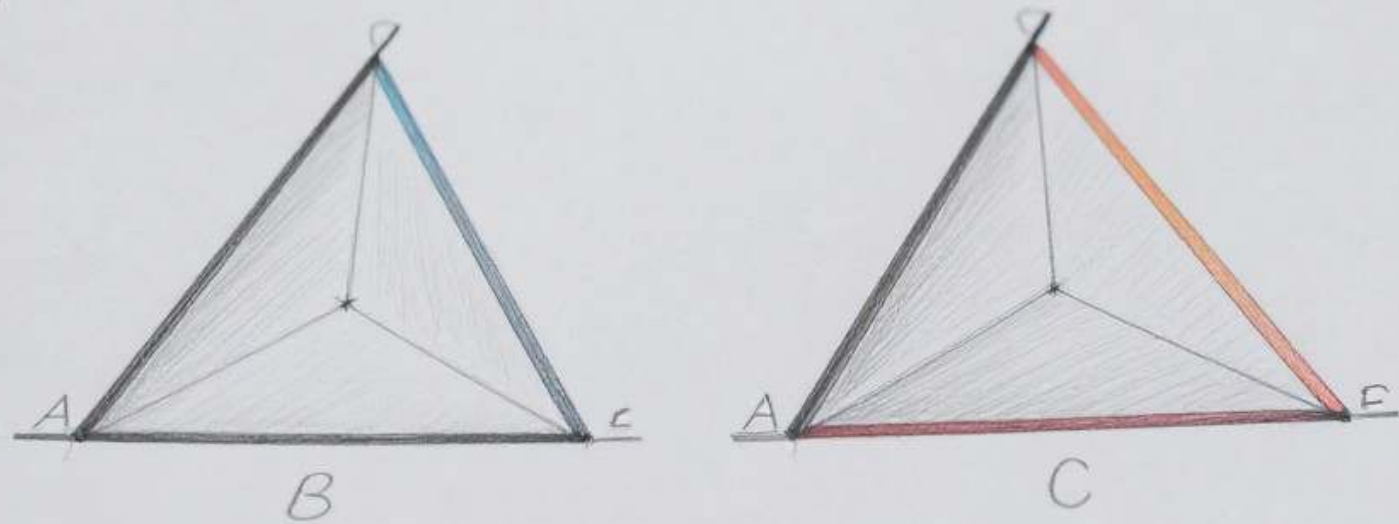
Записывай треугольники в одном и том же порядке, чтобы соответствующие вершины совпадали. Это защищает от путаницы при сравнении сторон и составлении пропорций.

3. Сравни коэффициенты

После вычислений проверь, одинаково ли изменяются все соответствующие стороны. Если отношения совпадают, решение согласуется с признаком подобия и выглядит надёжно.

4. Оцени ответ здраво

Полученная длина должна быть реалистичной по рисунку и по смыслу задачи. Если число выглядит странно, стоит ещё раз проверить условия и выбранное соответствие.



Короткий пример вычисления

1-й треугольник	2-й треугольник	Отношение
3 см	6 см	2
4 см	8 см	2
5 см	10 см	2

Простой пример показывает, как по трем парам сторон можно быстро проверить одинаковый коэффициент подобия.

Все отношения равны 2, значит стороны пропорциональны, а коэффициент подобия равен 2. Следовательно, треугольники подобны.

Первый признак, который быстро помогает

Первый признак подобия удобен тем, что двух равных углов достаточно для уверенного вывода. Он помогает решать задачи аккуратно, находить неизвестные длины и понимать, как связаны форма и размер.