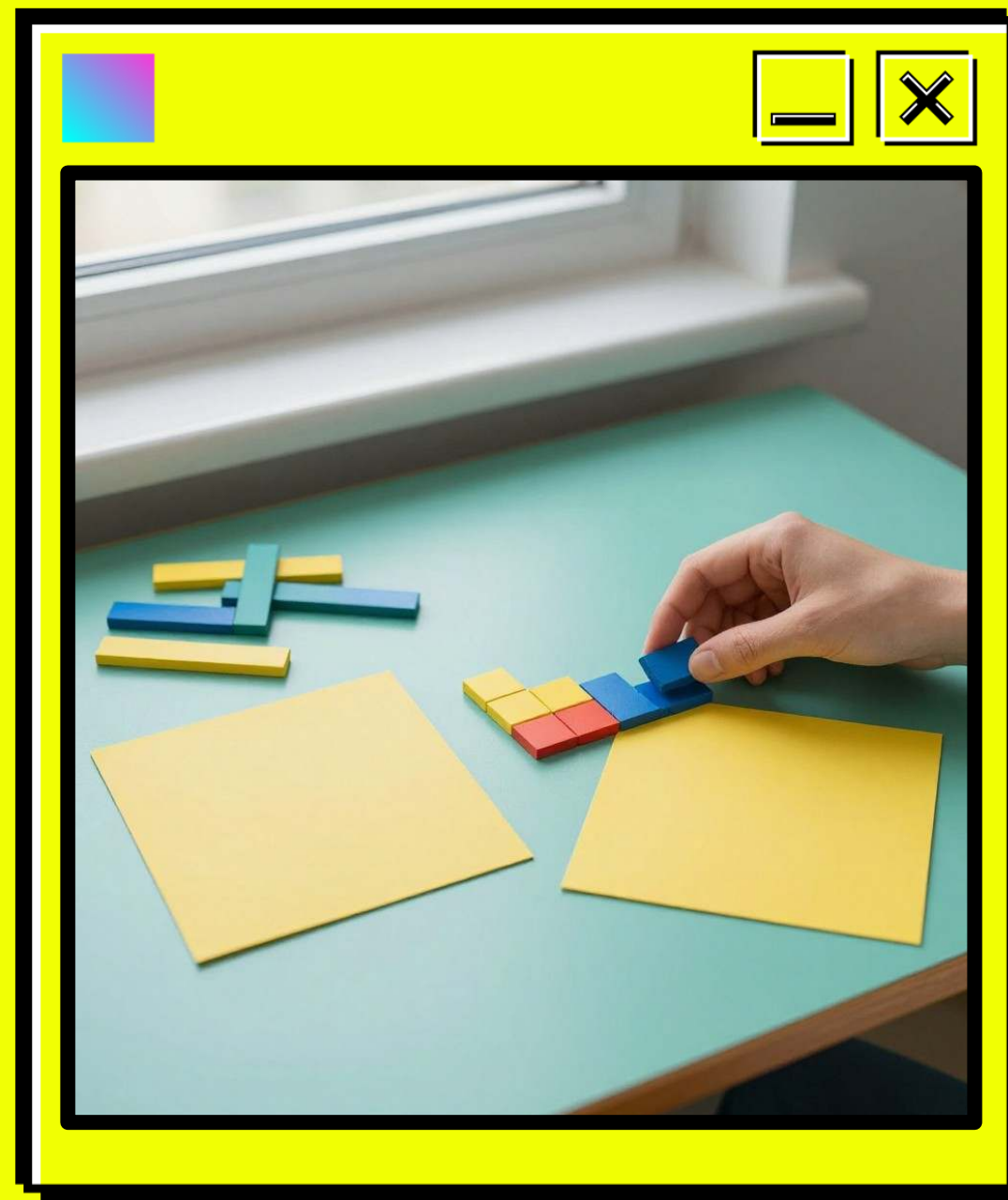


Формулы квадрата суммы и разности

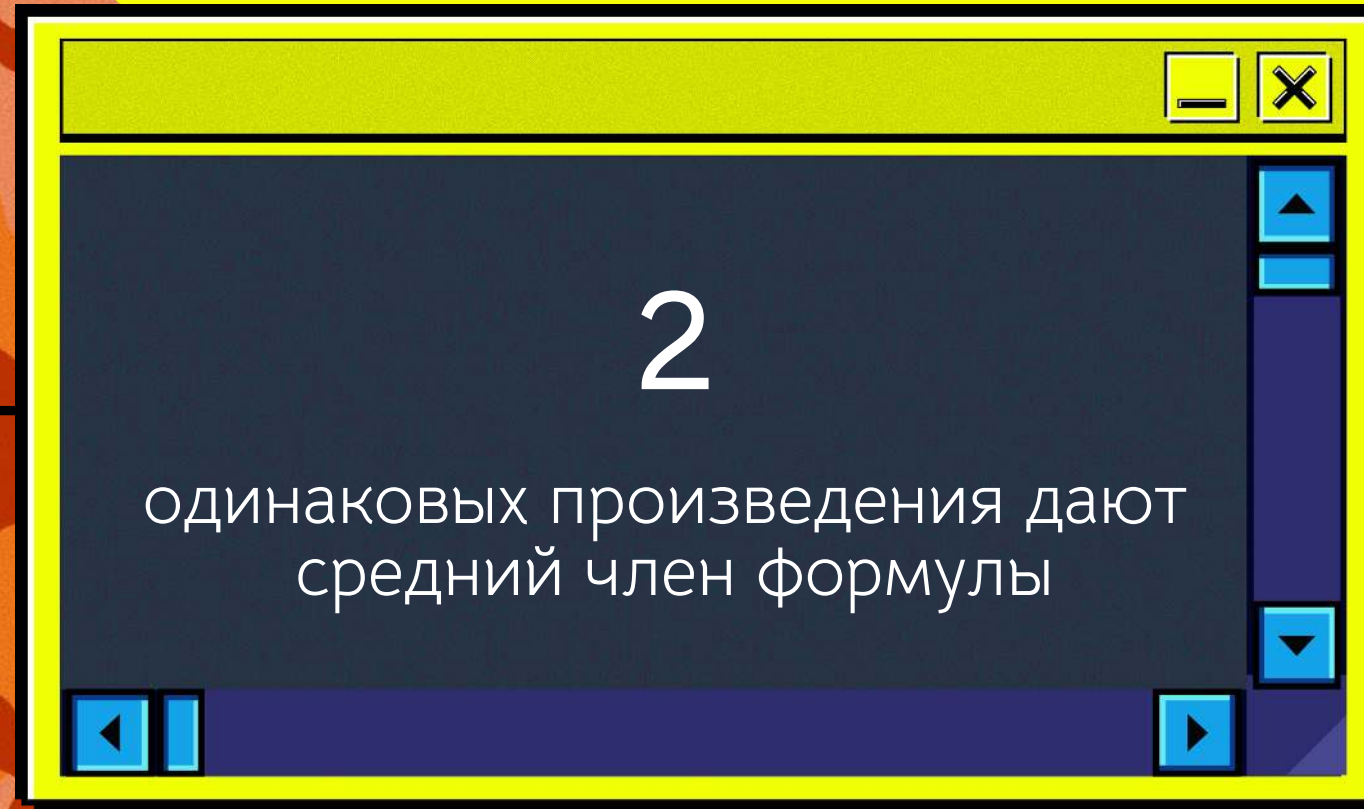
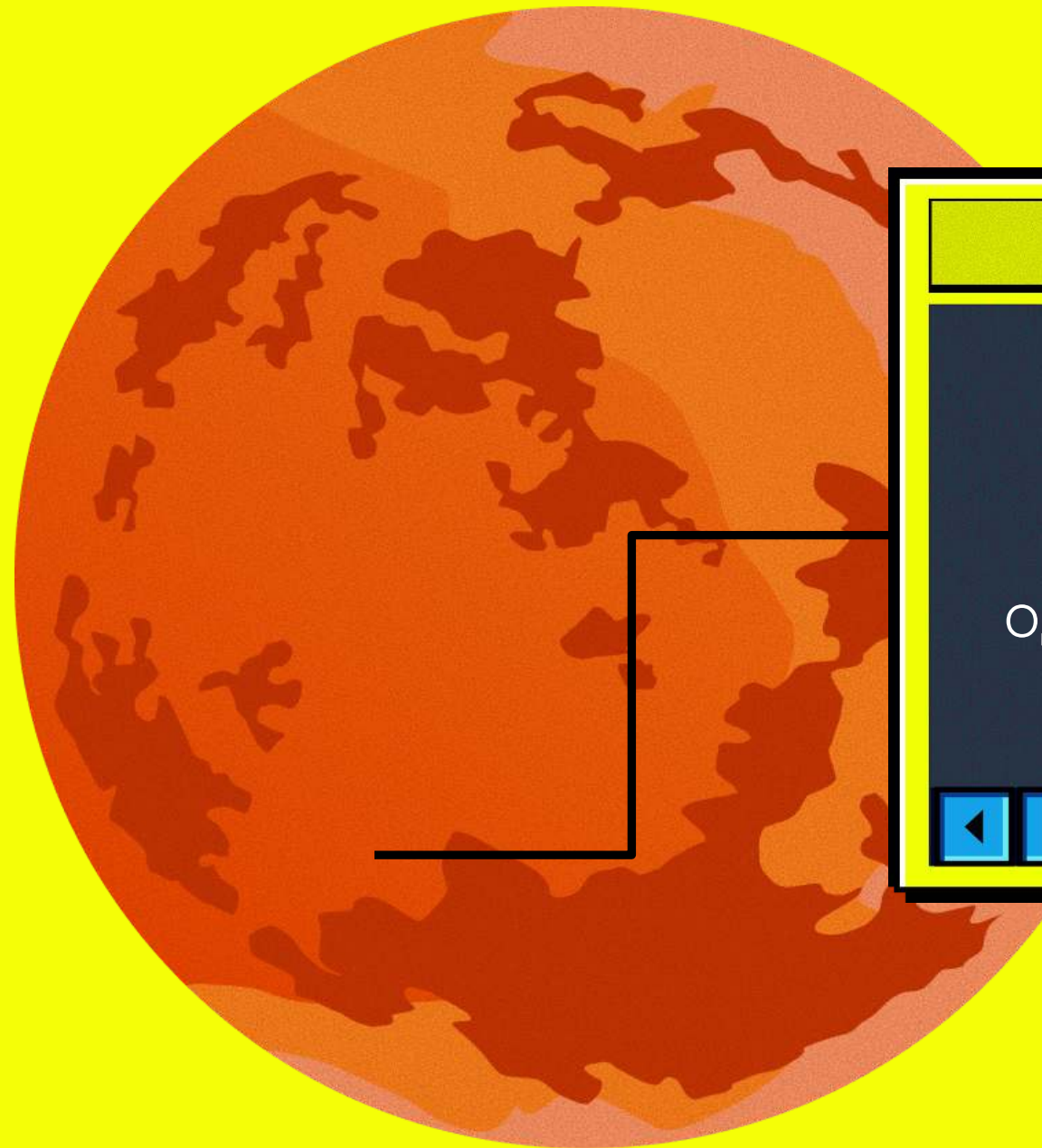
Разберём формулы, которые быстро
упрощают квадраты суммы и разности.



Где работают эти формулы

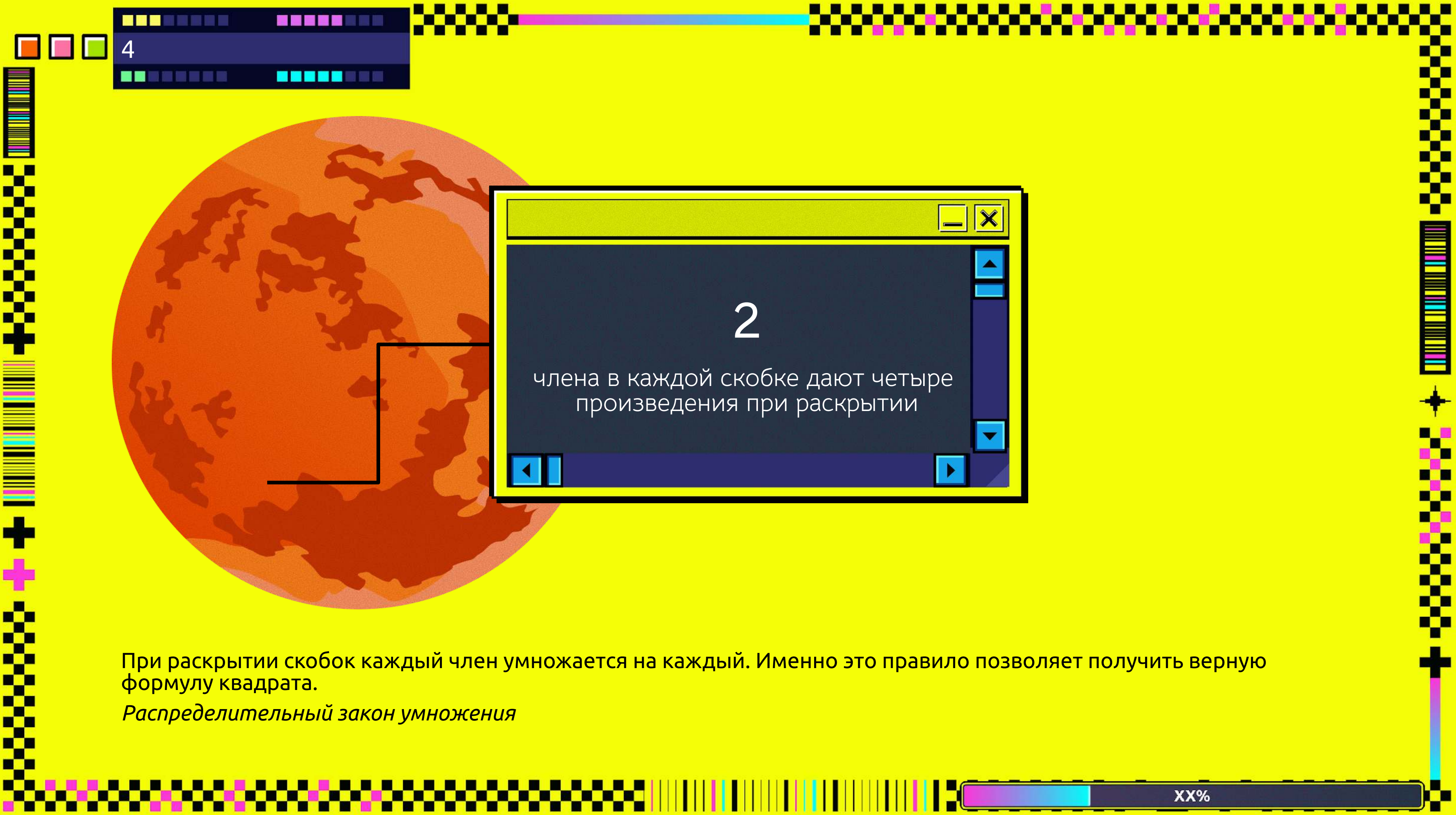
Эти формулы помогают считать быстрее, раскрывать скобки без лишних шагов и сразу замечать ошибки в знаках.





Два одинаковых произведения в середине превращаются в один удвоенный член, поэтому запись становится короче и удобнее.

Алгебраическое раскрытие скобок



При раскрытии скобок каждый член умножается на каждый. Именно это правило позволяет получить верную формулу квадрата.

Распределительный закон умножения

Геометрическая модель суммы

- 
Общая площадь
 Квадрат со стороной $a+b$ можно мысленно разделить на части. Тогда его площадь складывается из площади большого квадрата, двух прямоугольников и маленького квадрата.
- 
Квадрат a
 Одна часть имеет площадь $a \times a$, то есть a^2 . Это первая квадратная часть формулы, которая всегда остаётся в начале записи.
- 
Две одинаковые части
 Два одинаковых прямоугольника имеют площадь $a \times b$ каждый. Вместе они дают $2ab$, поэтому в середине появляется удвоенное произведение.
- 
Квадрат b
 Маленький квадрат имеет площадь $b \times b$, то есть b^2 . Он завершает формулу и показывает, что по краям стоят квадраты обеих величин.



Геометрическая модель разности



Исходный квадрат

Если сторона равна $a-b$, удобно представить её как часть большого квадрата со стороной a . От исходной площади нужно убрать лишние участки по краям.



Два вычитаемых прямоугольника

Из большой площади вычитаются два одинаковых прямоугольника $a \times b$. Именно они дают средний член со знаком минус в итоговой формуле.



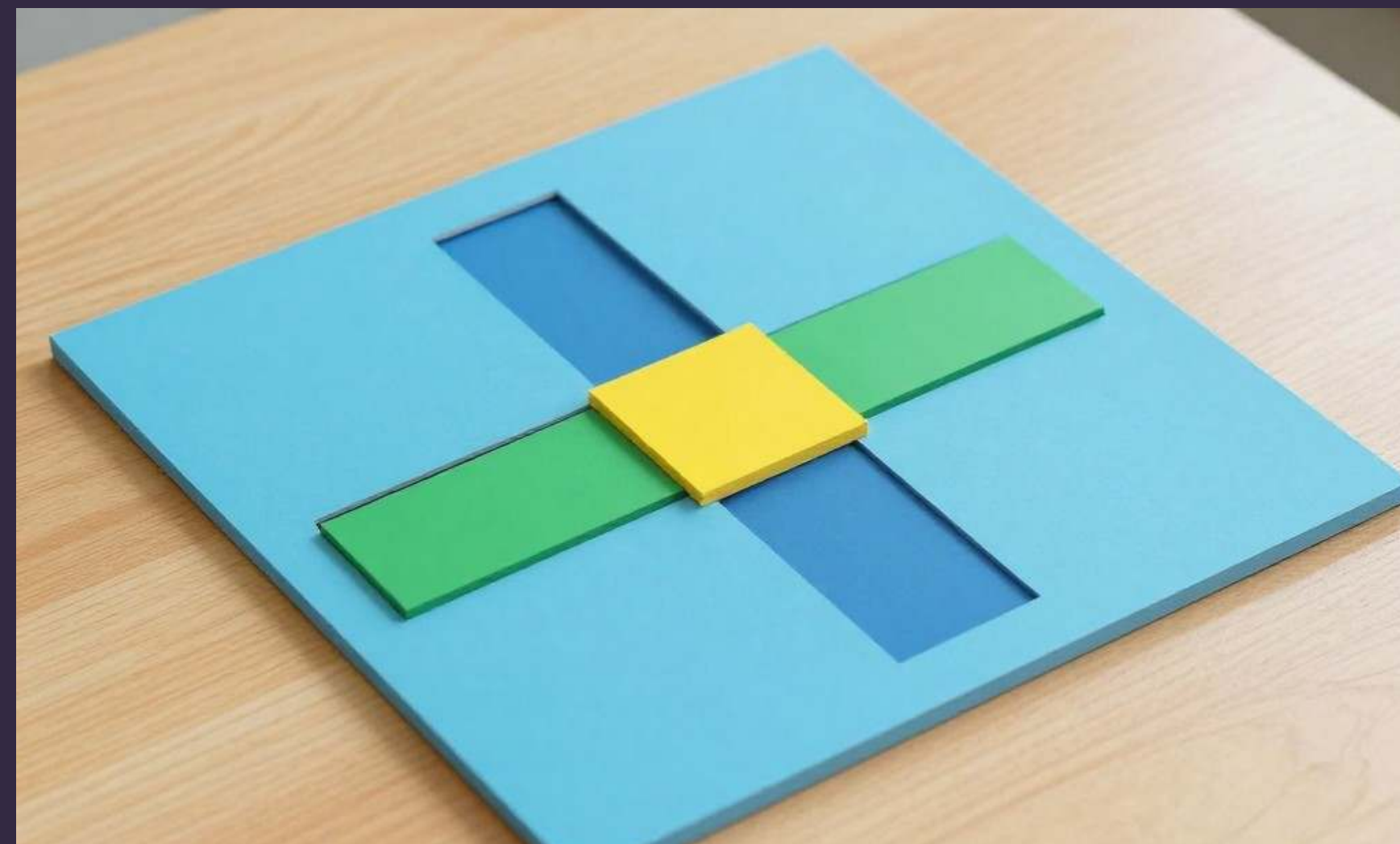
Возврат маленького квадрата

Маленький квадрат $b \times b$ возвращается в запись как добавка. Он компенсирует пересечение вычитенных частей и остаётся положительным слагаемым.



Итоговый вид

Поэтому формула принимает вид $a^2 - 2ab + b^2$. Знак в середине меняется, но крайние квадраты остаются такими же, как в формуле суммы.



Вывод формулы суммы

1 1. Записать произведение

Начинаем с записи $(a+b)^2$, которую можно заменить произведением $(a+b)(a+b)$. Это позволяет увидеть, как формула возникает из умножения скобок.

2 2. Раскрыть скобки

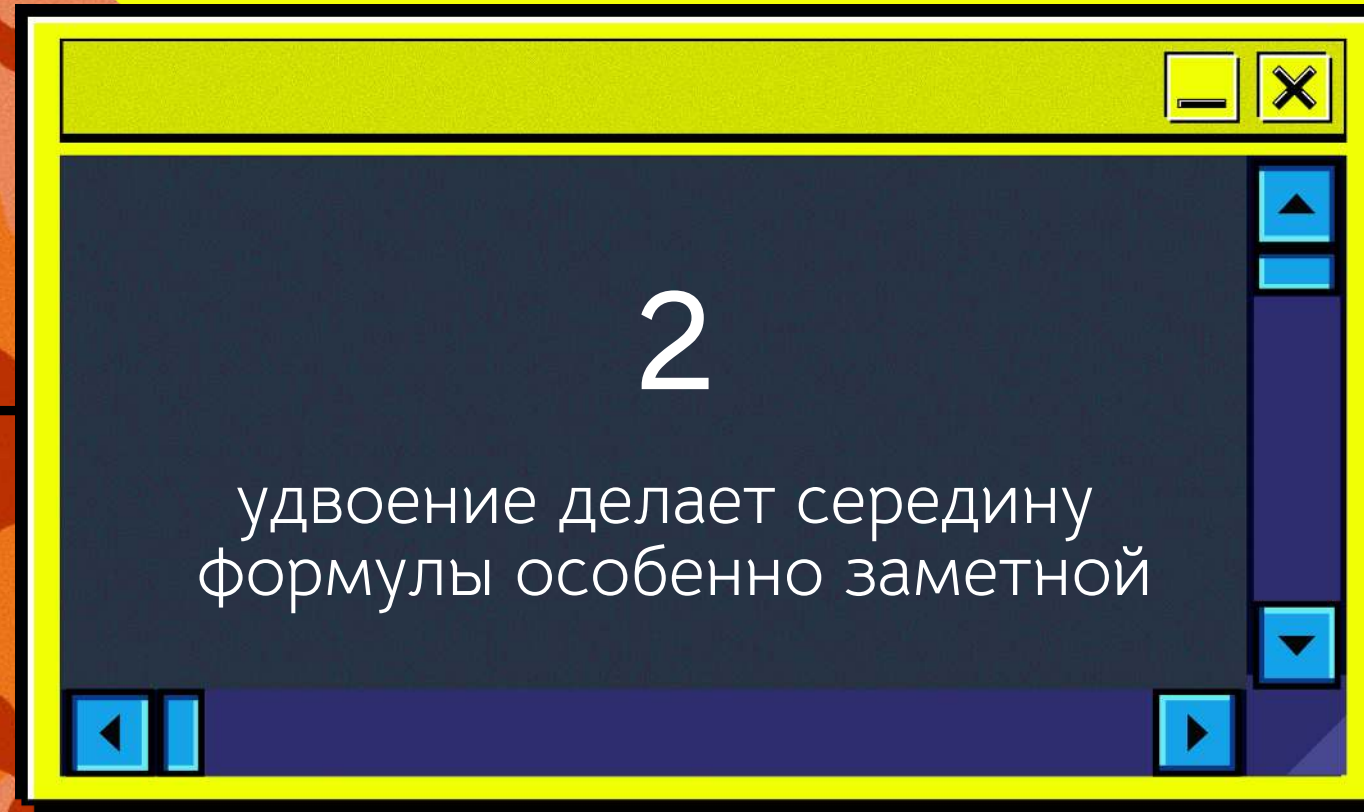
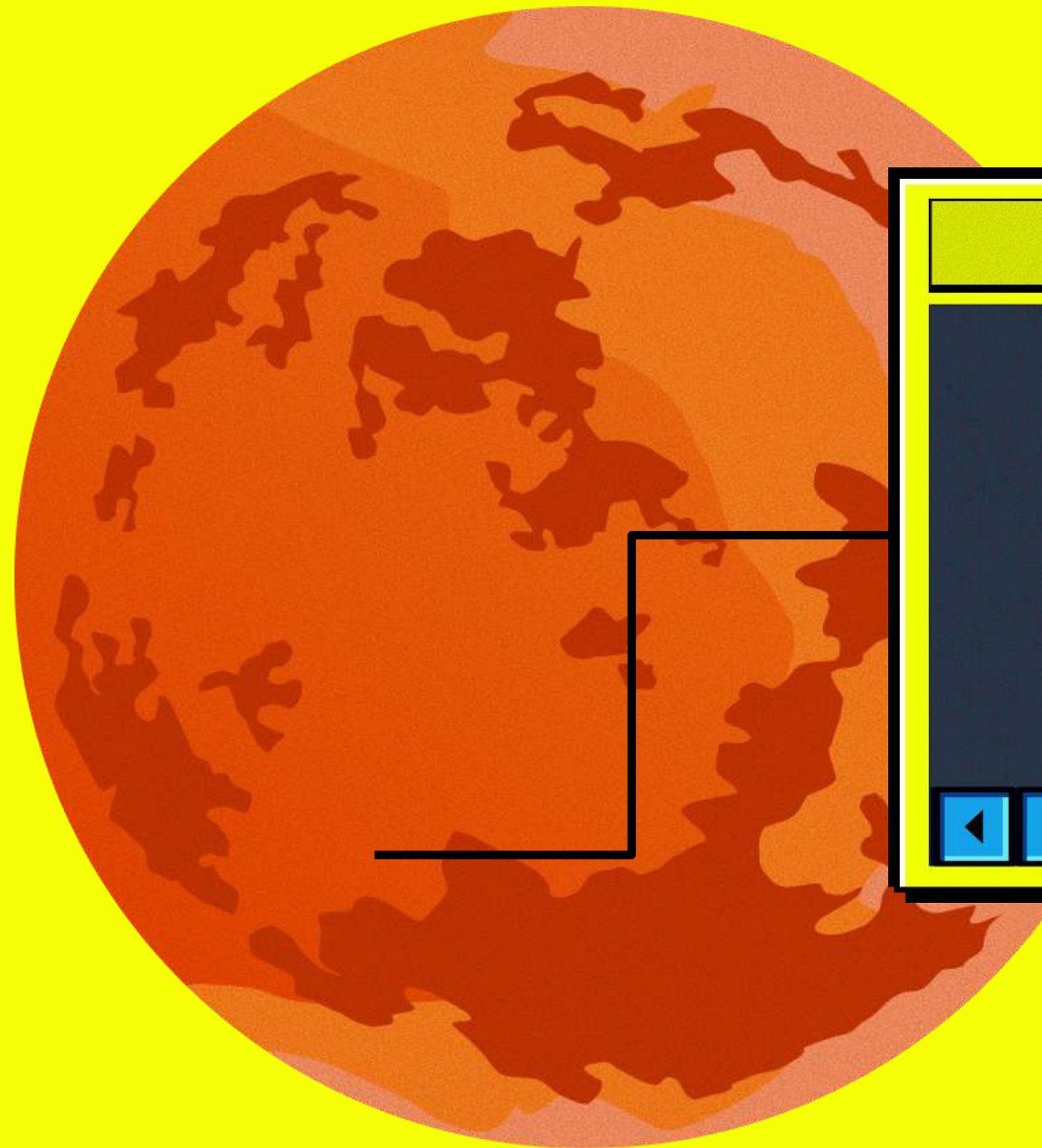
Теперь умножаем каждый член первой скобки на каждый член второй. Получаются четыре произведения: a^2 , ab , ba и b^2 .

3 3. Сложить одинаковые части

Слагаемые ab и ba одинаковы, поэтому их можно сложить. Вместе они дают $2ab$ и образуют средний член формулы.

4 4. Получить ответ

В результате получаем формулу $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Она показывает, что по краям стоят квадраты, а в середине — удвоенное произведение.



Средний член формулы появляется из двух одинаковых произведений, поэтому его коэффициент равен 2.
Алгебраическое раскрытие скобок

Вывод формулы разности

1

1. Начать с произведения

Запишем квадрат разности как произведение $(a-b)(a-b)$. Так легче увидеть, откуда появляются все части итогового выражения.

2

2. Раскрыть скобки

После раскрытия скобок получаем $a^2-ab-ba+b^2$. Здесь два отрицательных произведения стоят в середине и пока записаны отдельно.

3

3. Объединить одинаковые члены

Поскольку ab и ba одинаковы, их можно объединить. Сумма этих членов равна $-2ab$, поэтому средний член остаётся отрицательным.

4

4. Сделать вывод

Итоговая формула имеет вид $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$. Она отличается от формулы суммы только знаком в середине.

Сравнение двух формул

Сравним две формулы и увидим, что меняется только знак в середине.

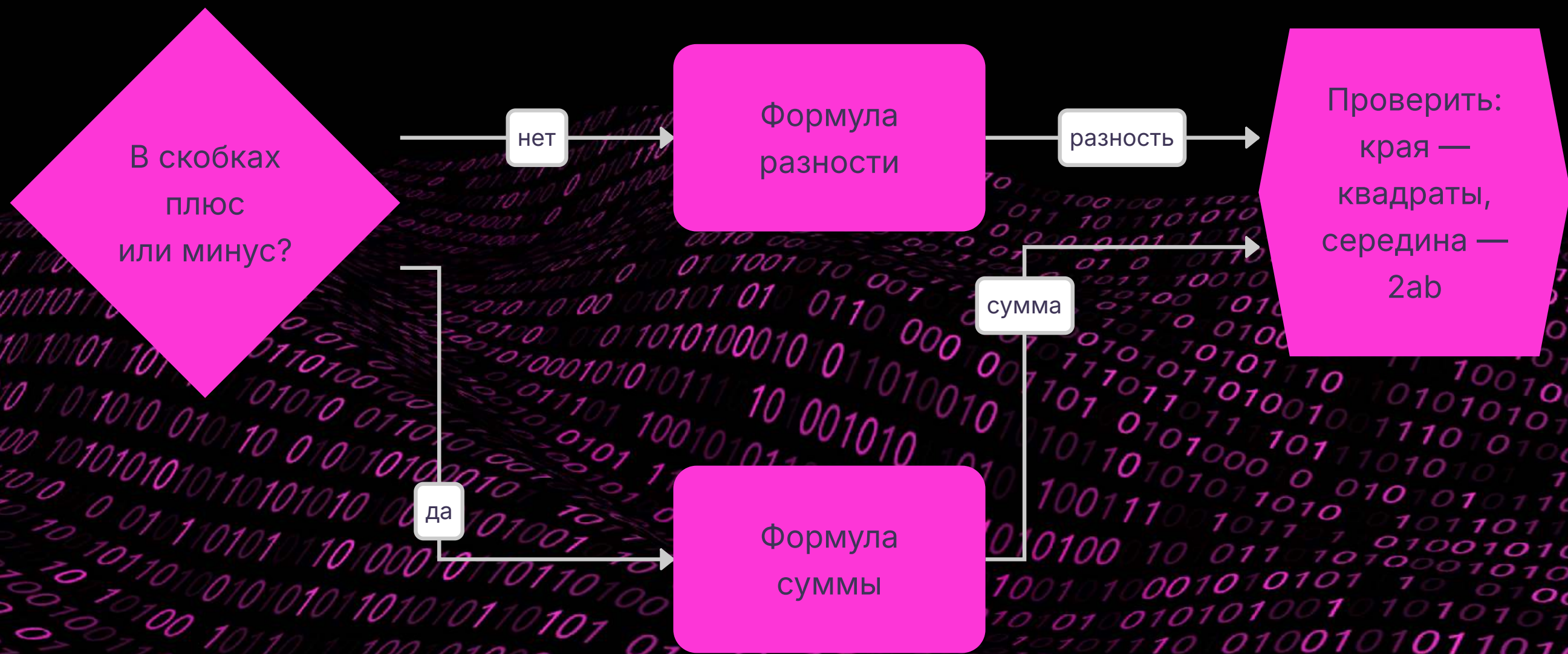
Одинаковые крайние члены помогают запомнить структуру, а знак середины сразу показывает нужную формулу.

Алгебраическое раскрытие скобок

Формула	Средний член	Когда применять
$(a+b)^2$	$+2ab$	Если в скобках плюс
$(a-b)^2$	$-2ab$	Если в скобках минус

Как выбрать нужную формулу

Определяем формулу по знаку в скобках и сверяем структуру результата.



получается коэффициент при x
в среднем члене.

При раскрытии скобок средний член складывается из двух одинаковых произведений.
Пример раскрытия скобок $(3x+2)^2$.

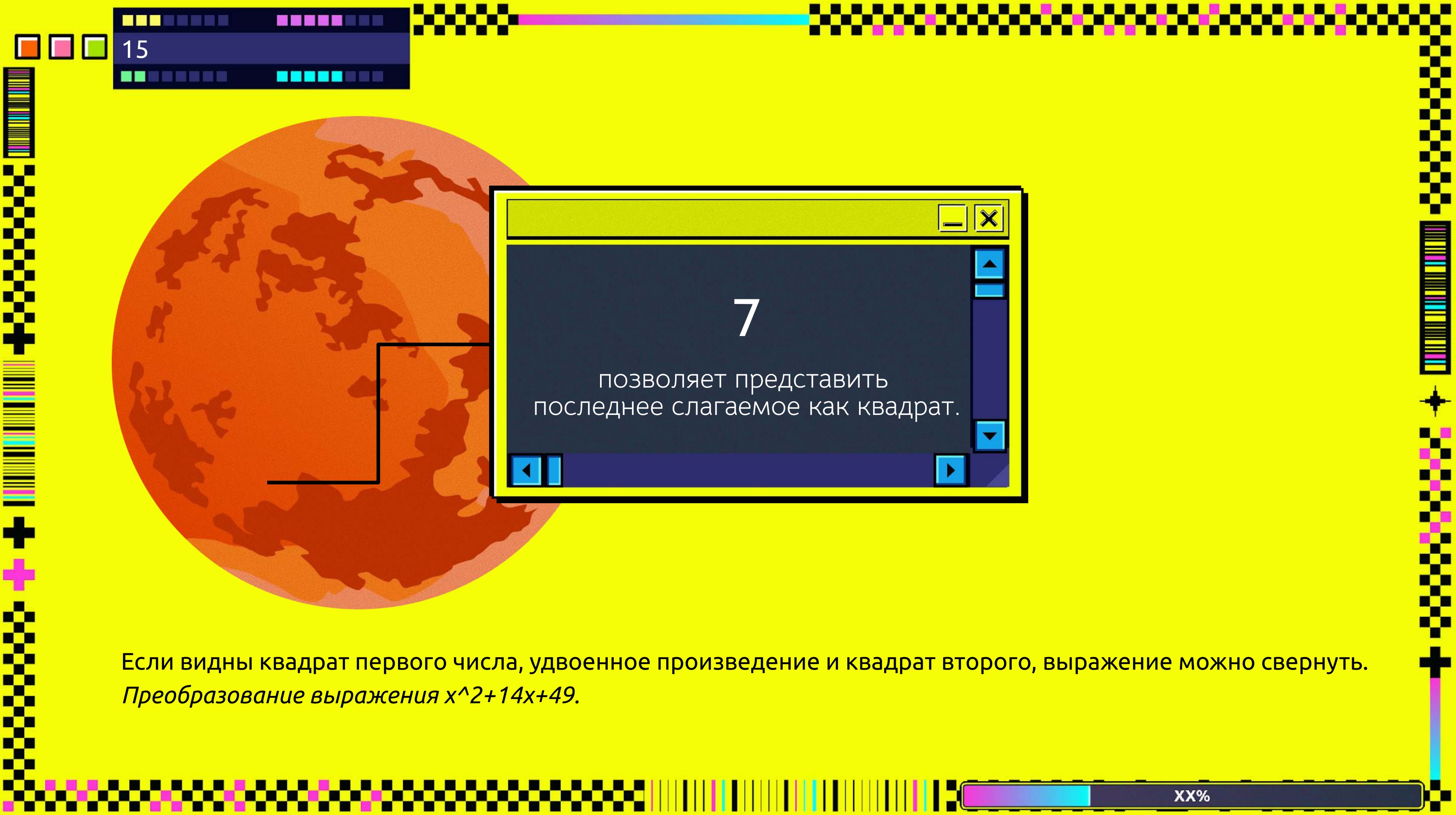
10

получается коэффициент при ab
в среднем члене.

Знак в середине повторяет знак между слагаемыми в исходных скобках.
Пример раскрытия скобок $(5a-b)^2$.



Формула позволяет считать в уме через ближайшее круглое число и поправку.
Вычисление по формуле квадрата разности.



Если видны квадрат первого числа, удвоенное произведение и квадрат второго, выражение можно свернуть.
Преобразование выражения $x^2+14x+49$.

3

основные части помогают
быстро заметить ошибку.

При проверке полезно мысленно разложить выражение на три части и сравнить их со схемой формулы.
Алгоритм проверки по формуле $a^2 \pm 2ab + b^2$.



Чем внимательнее к знакам и множителю 2, тем меньше ошибок в ответе.
Анализ типичных ошибок при применении формул.

Набор коротких задач

№	Задание
1	$(x+4)^2$
2	$(2a-3)^2$
3	81^2
4	$x^2-18x+81$
5	$(5y+1)^2$
6	$(m-7)^2$

Подборка тренировочных примеров по теме.

Короткий набор
для тренировки: раскрыть,
свернуть и проверить знак.

Задания охватывают оба
правила: раскрытие скобок
и обратное преобразование
в квадрат двучлена.

— точный ответ для вычисления 81^2 без длинного умножения.

В каждом примере нужно увидеть крайние квадраты и средний член, который получается удвоением произведения.
Разбор примера $81^2 = (80+1)^2$.

Итоги урока

Запомните две формулы и проверяйте знак в середине: он совпадает со знаком в скобках. На дом — три раскрытия и два обратных преобразования, чтобы закрепить навык.