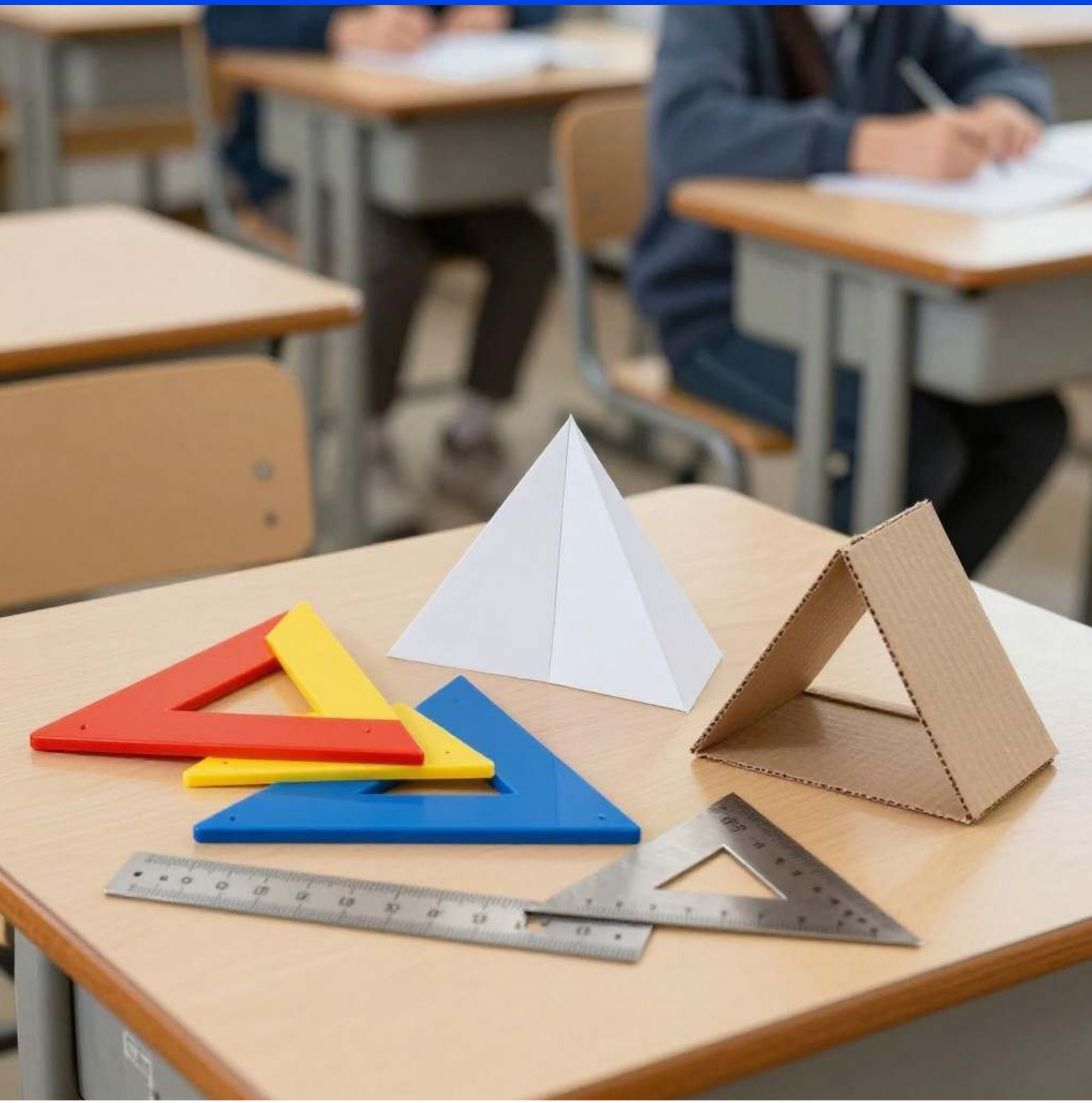


Треугольники в курсе геометрии 7 класса

Треугольник — ключевая фигура планиметрии: стороны, вершины и углы помогают решать задачи.



Почему треугольники изучают в 7 классе



Треугольник — самая «жёсткая» плоская фигура: меняя форму, приходится менять длины сторон. Поэтому его используют в мостах, крышах, башнях и спортивных сооружениях, а в школе — для работы с углами и формулами площади.

Основные элементы треугольника



У треугольника есть три вершины и три стороны. Обычно стороны обозначают маленькими латинскими буквами, а вершины — большими, чтобы легче читать чертеж.



Внутренние углы треугольника в сумме дают 180° . Зная один или два угла, можно находить третий и использовать это при решении уравнений и задач на углы.



Периметр треугольника находят как сумму длин всех трёх сторон. Это базовое понятие помогает связывать рисунок с числовыми данными в задачах.



Виды треугольников по сторонам и углам

В таблице собраны основные классификации треугольников, их признаки и простой пример.

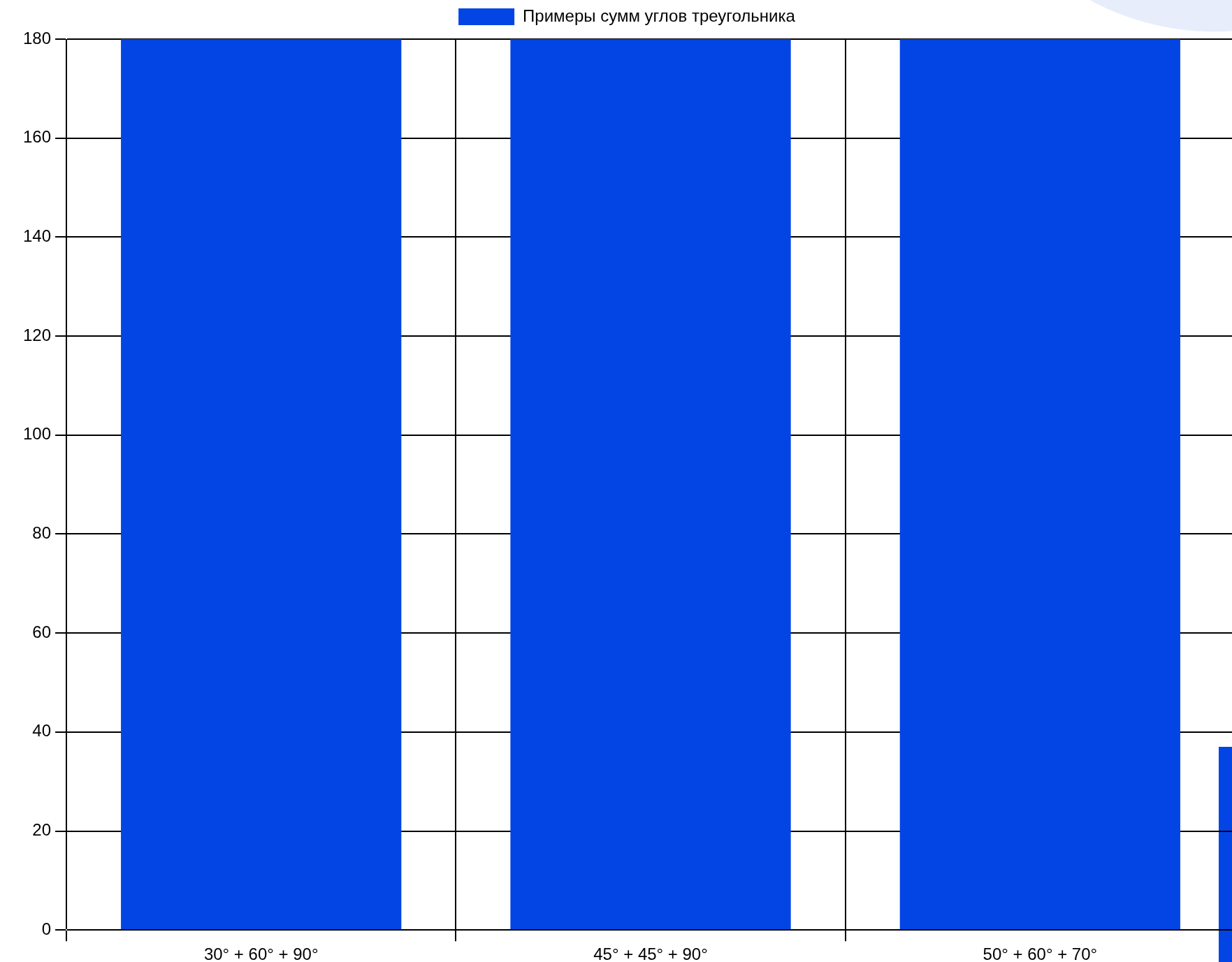
Разные подходы к классификации (по сторонам и по углам) дают удобные «ярлыки» для чтения чертежей и выбора решения.

Вид треугольника	Признак	Пример
Равносторонний	3 равные стороны и углы	Все углы по 60°
Равнобедренный	2 равные стороны, углы у основания равны	Две стороны равны
Разносторонний	3 разные стороны	Стороны разной длины
Прямоугольный	есть угол 90°	Катеты и гипотенуза
Остроугольный	все углы < 90°	Углы «острые»
Тупоугольный	есть угол > 90°	Один угол «тупой»

Сумма углов треугольника

Какие бы углы ни были заданы, внутри треугольника они «собираются» в 180° . Это свойство служит опорой для задач на поиск неизвестных углов.

Диаграмма подтверждает единое правило: сумма углов не зависит от формы. Следовательно, любые три подходящих угла должны давать 180° .



Внутреннее свойство треугольников; примеры сумм углов из условия слайдом ($30^\circ+60^\circ+90^\circ$, $45^\circ+45^\circ+90^\circ$, $50^\circ+60^\circ+70^\circ$)

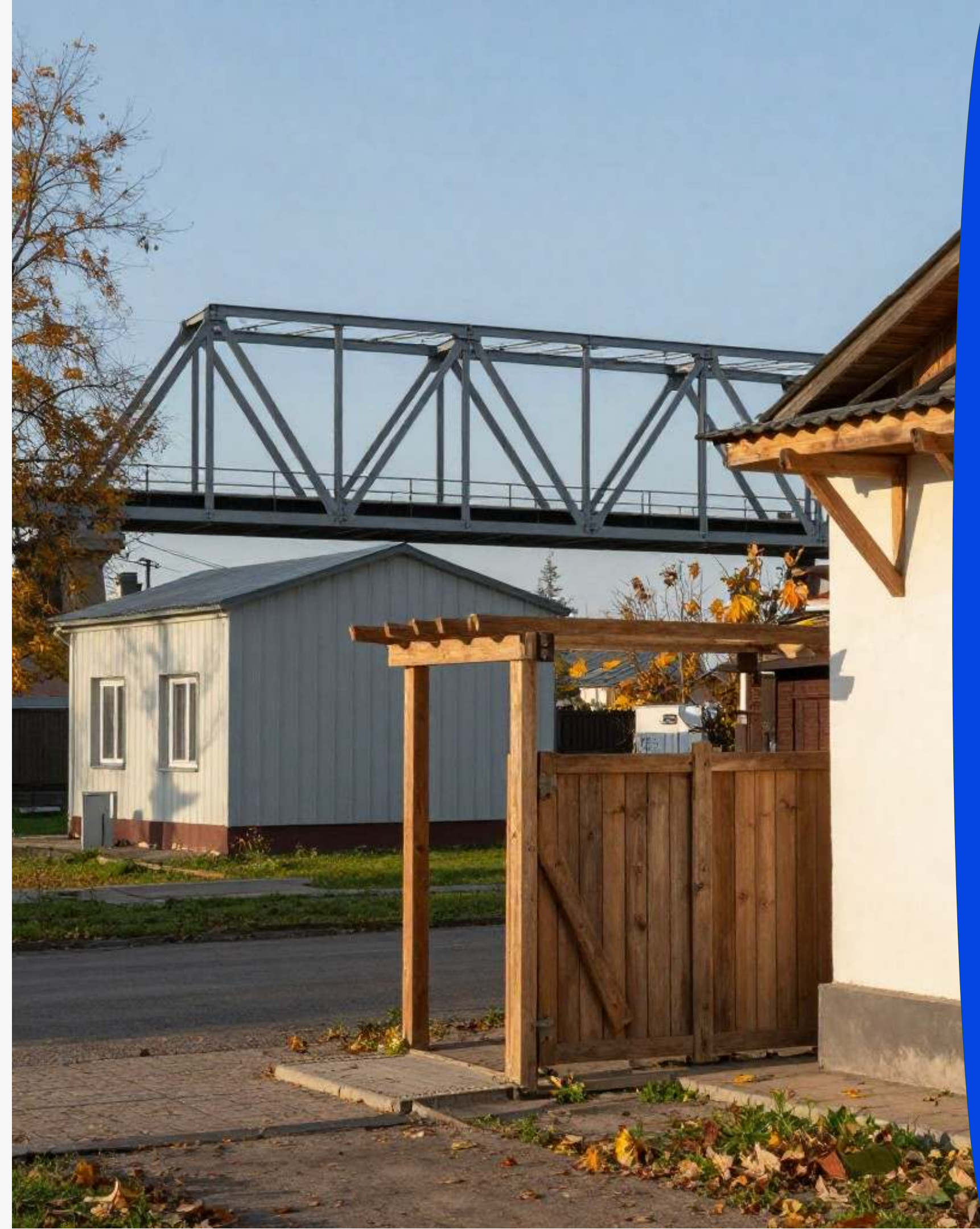
Треугольники вокруг нас

Почему треугольники «держат форму»

Треугольные формы делают конструкции прочнее: нагрузка распределяется более устойчиво, чем в простых «плоских» схемах. Поэтому их часто используют в мостовых фермах и элементах крыш.

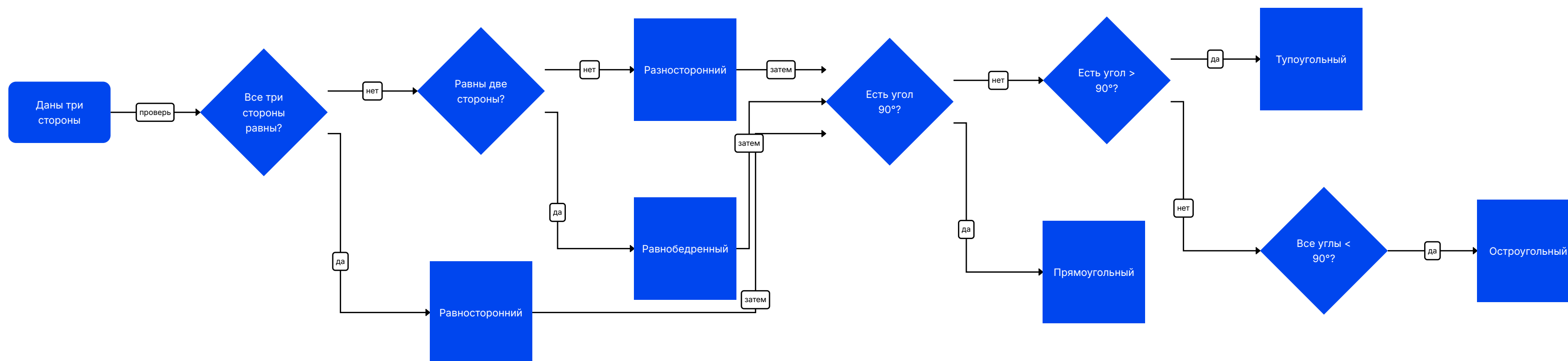
Где их видно в повседневности

В быту треугольники встречаются в линейках и деталях мебели, в дорожных знаках и орнаментах. Даже в спортивном оборудовании элементы конструкций нередко имеют треугольную форму.



Как определить вид треугольника

Последовательно проверяйте сначала стороны, затем углы.



$$a + b > c, a + c > b, b + c > a$$

Для существования треугольника необходимо, чтобы каждая пара сторон была больше третьей.

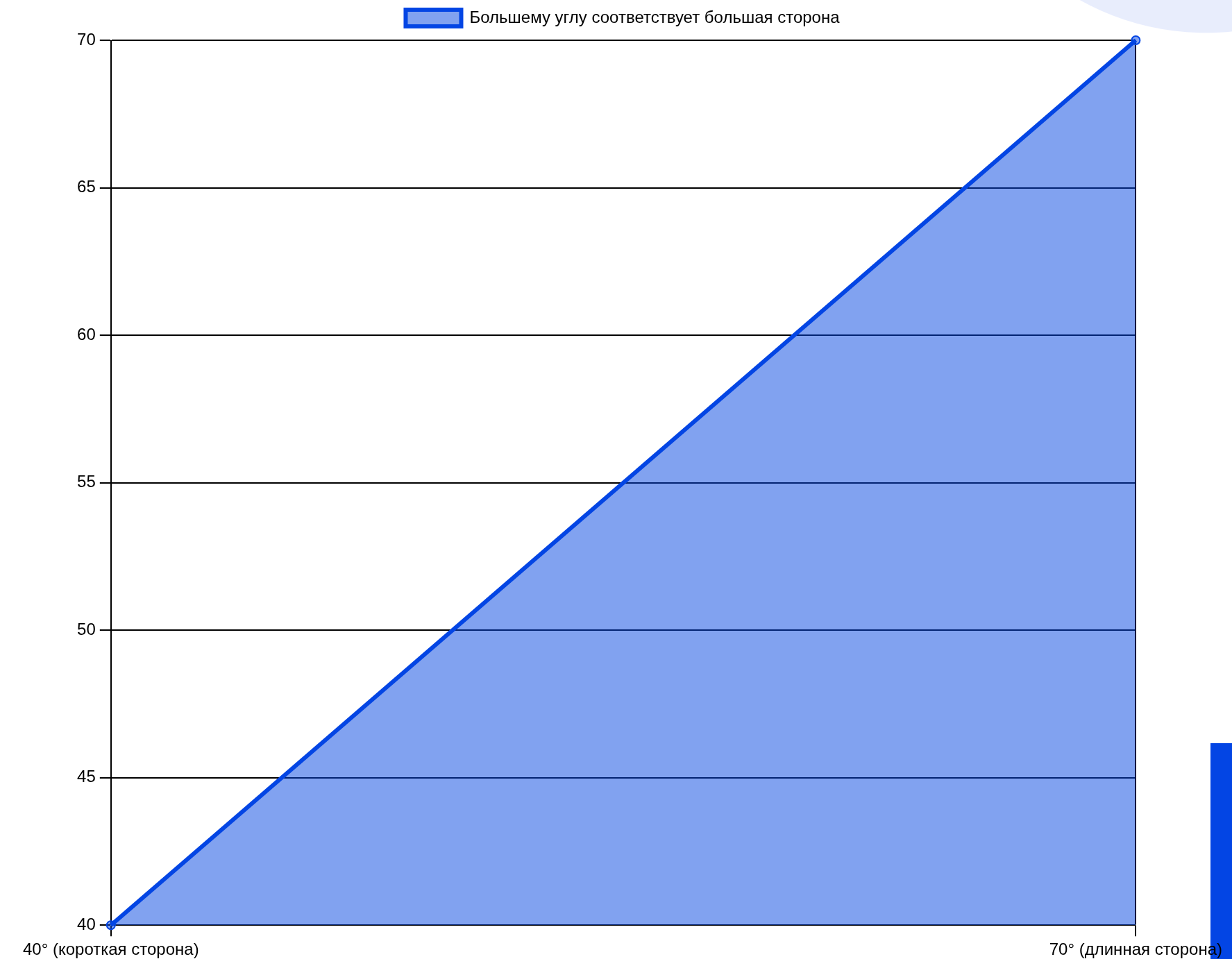
Учебный курс геометрии 7 класса; правило существования треугольника по трём сторонам

Неравенство треугольника помогает проверить, возможна ли фигура по заданным длинам, и обнаружить ошибки в условии.

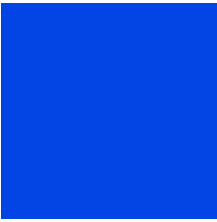
Связь между сторонами и углами

Угол и лежащая напротив него сторона связаны по порядку: если угол больше, то и противоположная сторона длиннее.

Это свойство удобно для проверки чертежей: если на рисунке перепутаны стороны и углы, соответствие нарушится.



Свойство связи «угол — противоположная сторона» для треугольников; опора на утверждение из учебной программы



Равнобедренный треугольник

01

В равнобедренном треугольнике две стороны равны, а углы при основании тоже равны. Поэтому форма треугольника симметрична относительно прямой, проходящей через «серединные» точки.

02

Ось симметрии проходит через вершину и середину основания. Это означает, что отражение относительно этой оси совмещает левую и правую части треугольника.

03

Высота, опущенная к основанию, в равнобедренном треугольнике одновременно является медианой и биссектрисой. Поэтому в задачах её часто используют для нахождения углов и отрезков.

Равносторонний треугольник

Все стороны равны

В равностороннем треугольнике длины трёх сторон одинаковы. Именно равенство сторон задаёт одинаковые углы, поэтому фигура получается «строгой» и хорошо подходит для симметричных построений.

Три оси симметрии

Фигура имеет 3 оси симметрии: каждая проходит через вершину и противоположную ей середину стороны. Поэтому равносторонние треугольники часто встречаются в орнаментах, мозаиках и значках.

Все углы по 60°

Каждый внутренний угол равен 60° . Это следует из того, что сумма углов любого треугольника составляет 180° , и в равностороннем они делятся поровну.



Прямоугольный треугольник и теорема Пифагора

Прямоугольный треугольник — это треугольник с одним углом 90° . Сторона напротив прямого угла называется гипотенузой (c), а две другие — катетами (a и b).

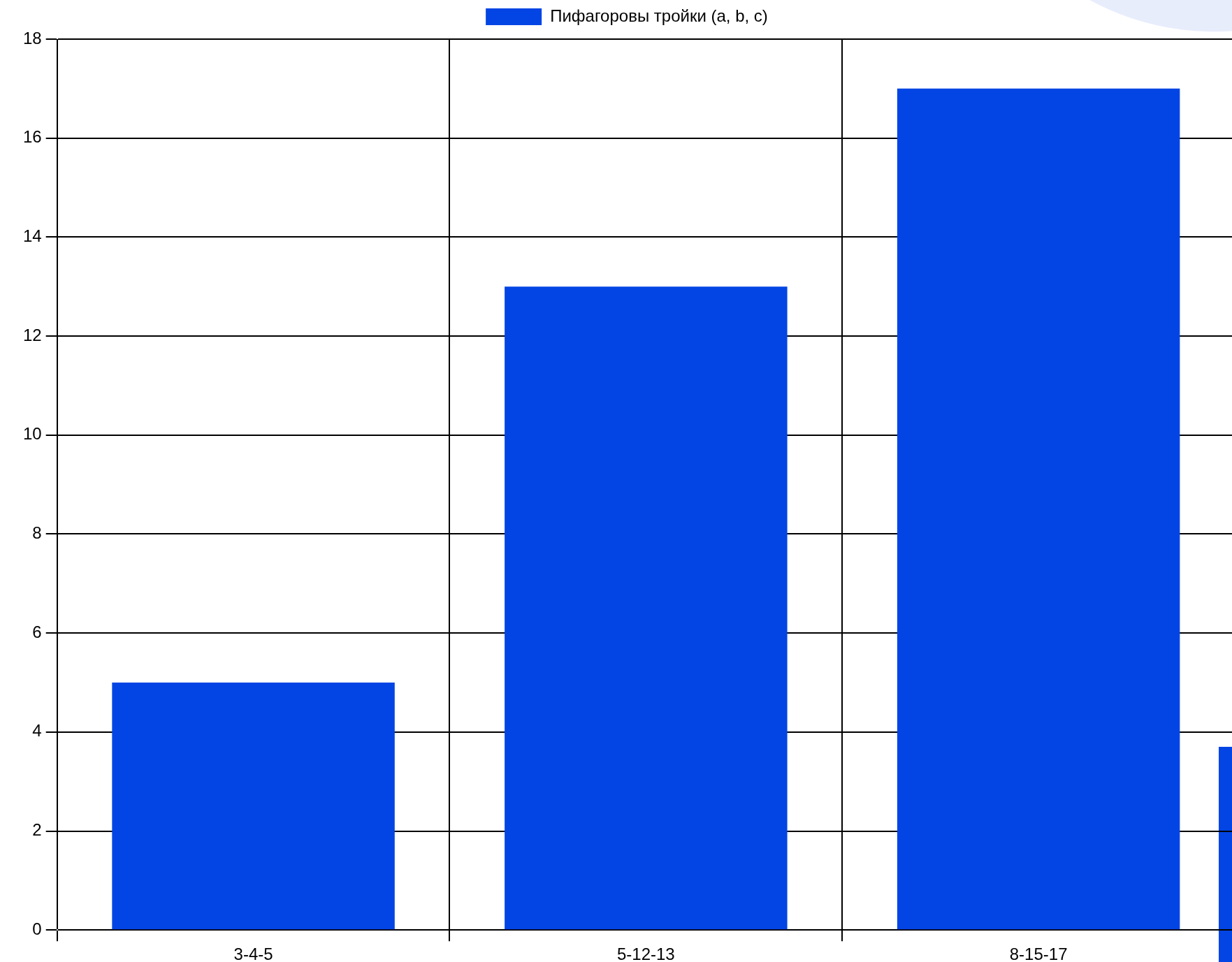
Теорема Пифагора связывает длины сторон: $a^2 + b^2 = c^2$. Если известны два из трёх значений, третью сторону можно найти по этой формуле.

Эта связь помогает решать задачи на диагонали, расстояния, высоты и неизвестную сторону прямоугольного треугольника, когда в условии есть прямой угол или его можно получить вычислениями.

Пифагоровы тройки

Пифагоровы тройки — готовые наборы длин катетов и гипотенузы. По ним удобно узнавать, является ли треугольник прямоугольным, без долгих вычислений квадратов.

Если для заданных чисел выполняется равенство $a^2 + b^2 = c^2$, то угол напротив c — прямой. Поэтому такие тройки служат быстрым «тестом» на прямоугольность.



Учебные примеры школьной геометрии: тройки 3–4–5, 5–12–13, 8–15–17 (проверка по $a^2 + b^2 = c^2$).

Формулы площади треугольника

Способ	Формула	Когда применяют
Через основание и высоту	$S = 1/2 \cdot a \cdot h$	Если известны a и h
Через две стороны и угол	$S = 1/2 \cdot a \cdot b \cdot \sin C$	Если даны a , b и угол C
По трём сторонам	Формула Герона	Если известны a , b , c (через полупериметр)

Площадь можно находить разными способами — в зависимости от того, какие величины известны. Выбирайте формулу по набору данных: стороны и высота, стороны и угол или три стороны.

Высота всегда перпендикулярна основанию, поэтому при выборе формулы важно правильно определять, какая именно высота относится к выбранной стороне. Тогда вычисления становятся прямыми.

Сведения из школьной программы по геометрии
(7 класс) о формулах площади.

Три способа «увидеть» специальные отрезки



Высота: короткий путь до основания

Высота опускается перпендикулярно к стороне. Представьте, как от вершины проводится «прямой луч вниз» к основанию. Именно это делает её полезной для площади: удобно сочетать основу и перпендикуляр.



Медиана: середина противоположной стороны

Медиана соединяет вершину с серединой противоположной стороны. Даже если треугольник неравносторонний, точка-середина фиксирует медиану. Такие отрезки помогают находить равные части и рассматривать симметрию.

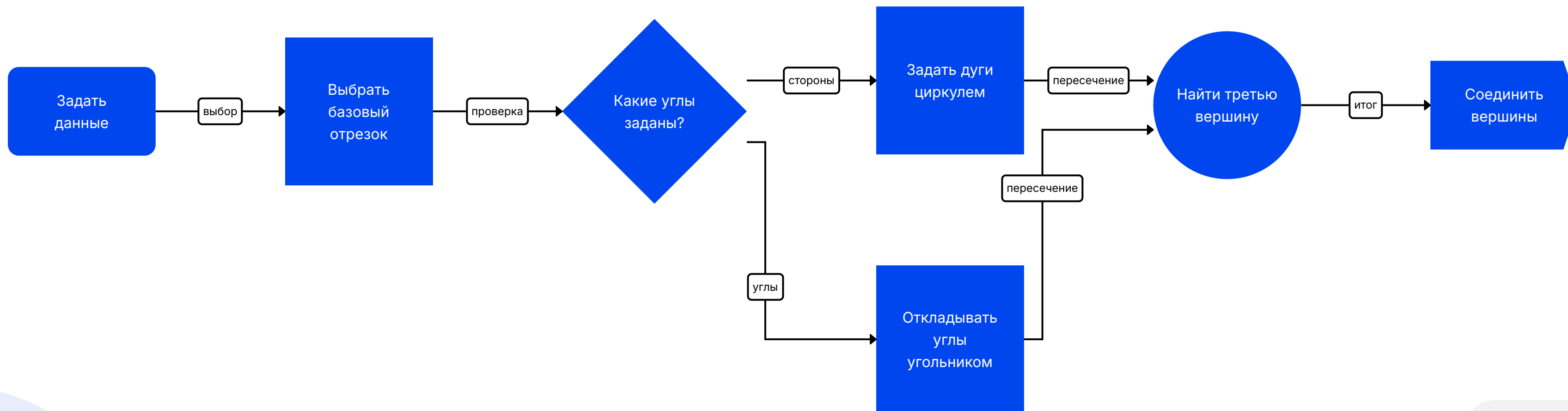


Биссектриса: делит угол пополам

Биссектриса делит угол на две равные части. Она помогает «разобрать» угол на более простые элементы и часто становится ключом к построениям. Если нужно доказать равенства углов или найти точки особого расположения — используйте её свойства.

Построение треугольника по заданным данным

Схема описывает типовой порядок действий при построении по одной из стандартных групп исходных данных (три стороны; сторона и два угла; две стороны и угол).

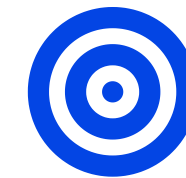


Вписанная и описанная окружности: что нужно помнить



Вписанная окружность

Вписанная окружность касается всех сторон треугольника. Её центр лежит в точке пересечения биссектрис, потому что именно биссектрисы находятся на одинаковом расстоянии от сторон.



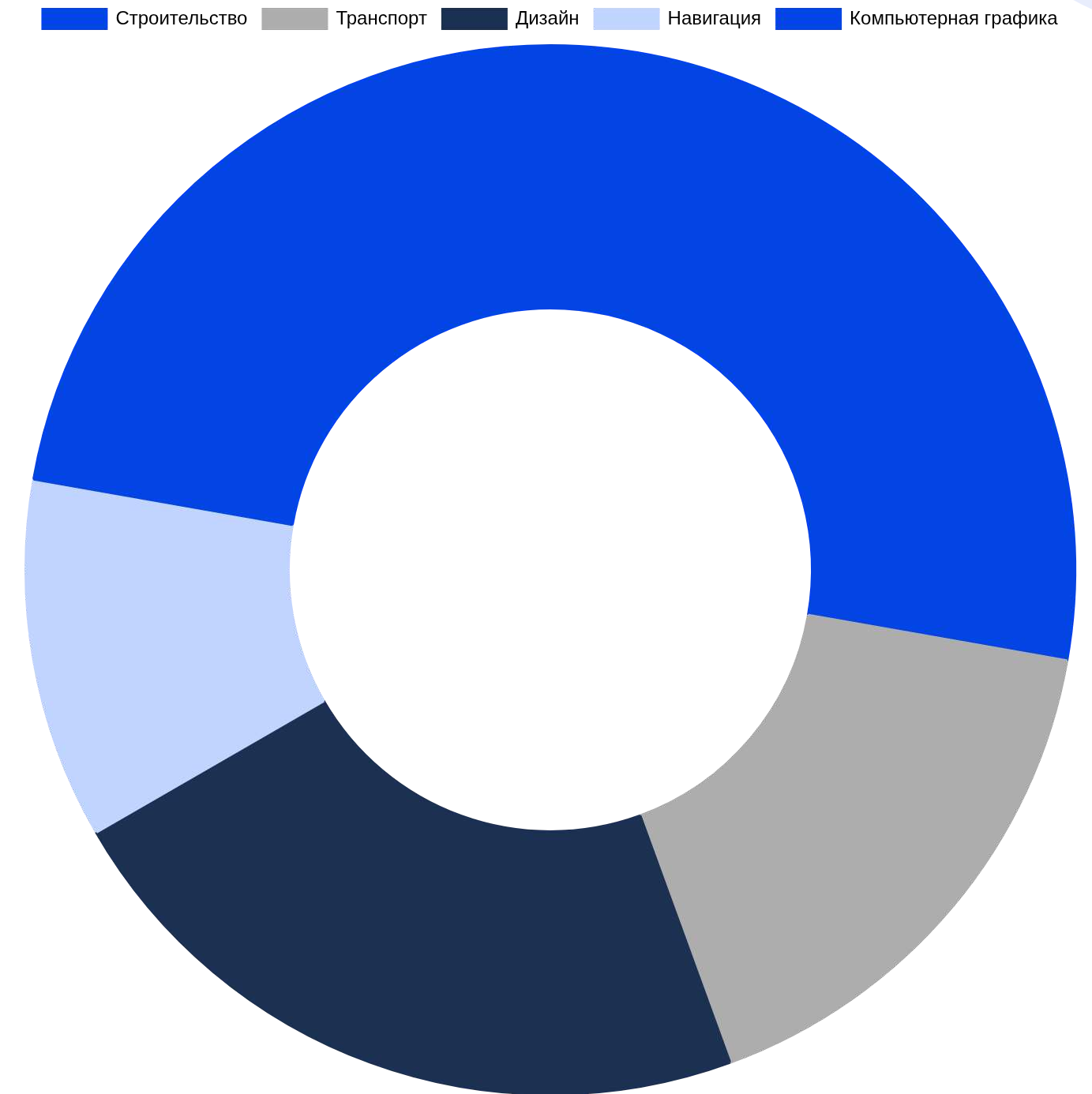
Описанная окружность

Описанная окружность проходит через все вершины треугольника. Её центр — в точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам, то есть на равном расстоянии от вершин.

Где применяются треугольники

Чаще всего треугольники используют там, где важны прочность и наглядность схемы: фермы крыш, дорожные знаки, карты и элементы графики.

У треугольной формы понятные связи между сторонами и углами, поэтому её удобно рассчитывать и «вписывать» в чертежи при проектировании.



Обобщение типичных применений из школьных материалов и учебных примеров; точные доли не приводятся.

Типичные ошибки в задачах на треугольники

1. Часто путают высоту, медиану и биссектрису: высота перпендикулярна стороне, медиана идёт к середине, а биссектриса делит угол. Из-за этого меняется и формула, и логика решения.
2. Ещё одна распространённая ошибка — забывать, что сумма углов треугольника равна 180° . Если использовать неверное равенство, можно найти «подходящее» число, которое не соответствует геометрии.
3. В прямоугольном треугольнике иногда неправильно выбирают гипотенузу и катеты. Напомните себе правило: гипотенуза всегда лежит напротив угла 90° .
4. Наконец, встречаются смешения равнобедренного и равностороннего треугольников, а также игнорирование неравенства треугольника. Проверка по сторонам помогает избежать невозможных фигур.



Треугольники: ключевые правила и что они дают

Треугольник объединяет свойства сторон, углов, симметрии и построений. Важно помнить: сумма углов 180° , неравенство сторон и связь большего угла с большей стороной. Эти идеи ведут к формулам площади, доказательствам, теореме Пифагора и задачам на построение, нужным и дальше.