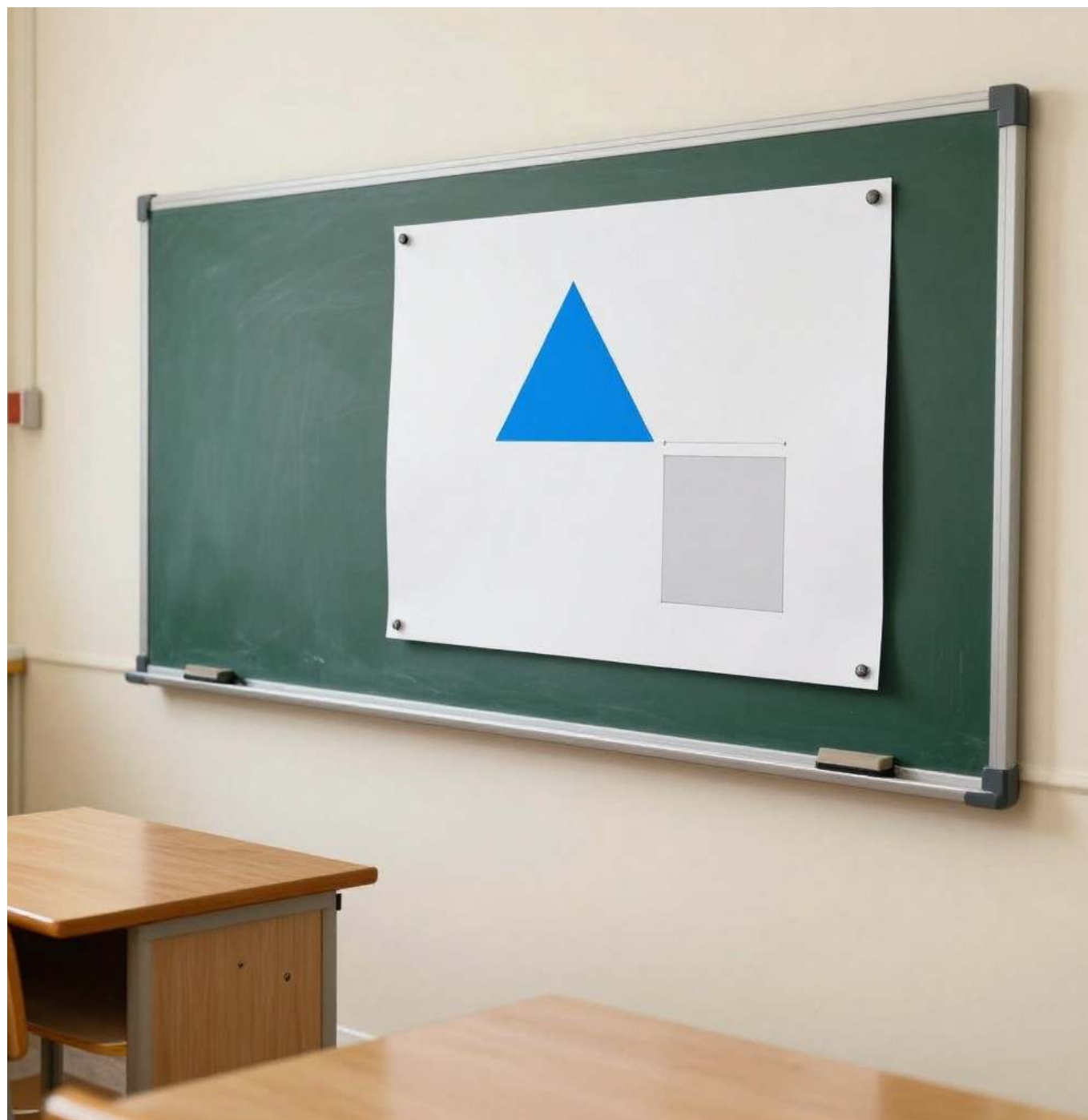




Преобразование фигур: как меняется положение и форма на плоскости

Параллельный перенос, отражение и поворот: учимся видеть движения фигур.

Зачем изучать преобразования фигур в 9 классе

Преобразования помогают сравнивать фигуры, доказывать их равенство и понимать чертежи. На координатной плоскости удобно видеть, что сохраняется при движениях и как они работают в заданиях и окружающем мире.



Что такое преобразование фигуры



Правило соответствия

Преобразование задаёт правило, по которому каждой точке исходной фигуры соответствует новая точка. По этим соответствиям можно восстановить положение полученного изображения на плоскости.



Прообраз и образ

Исходная фигура называется прообразом, а фигура после преобразования — образом. Эти термины помогают точно описывать, откуда берётся новая фигура и как она связана с исходной.



Точки попарно

При преобразовании соответствующие точки всегда образуют пары. Если известны такие пары, можно проверить, верно ли построено изображение, и сравнить обе фигуры.



Движения фигур

Если при преобразовании сохраняются расстояния и углы, оно называется движением. К таким движениям относятся параллельный перенос, отражение и поворот.



Почему это важно

Преобразования позволяют не только строить новые фигуры, но и объяснять, почему две фигуры равны. Это основа многих геометрических доказательств и построений.

Три основных движения и их свойства

Вид	Что происходит	Что сохраняется	Что меняется
Перенос	Сдвиг на вектор	Длины, углы	Положение
Отражение	Зеркально через прямую	Длины, углы	Ориентация
Поворот	Вращение вокруг центра	Длины, углы	Положение

Таблица показывает, как каждое движение меняет фигуру и какие свойства остаются неизменными.

Все три преобразования сохраняют форму и размеры фигуры, поэтому относятся к движениям.

Параллельный перенос на координатной плоскости

Один и тот же сдвиг

При параллельном переносе каждая точка фигуры смещается на один и тот же вектор. Поэтому все вершины сохраняют взаимное расположение, а сама фигура остаётся равной исходной.

Запись на координатах

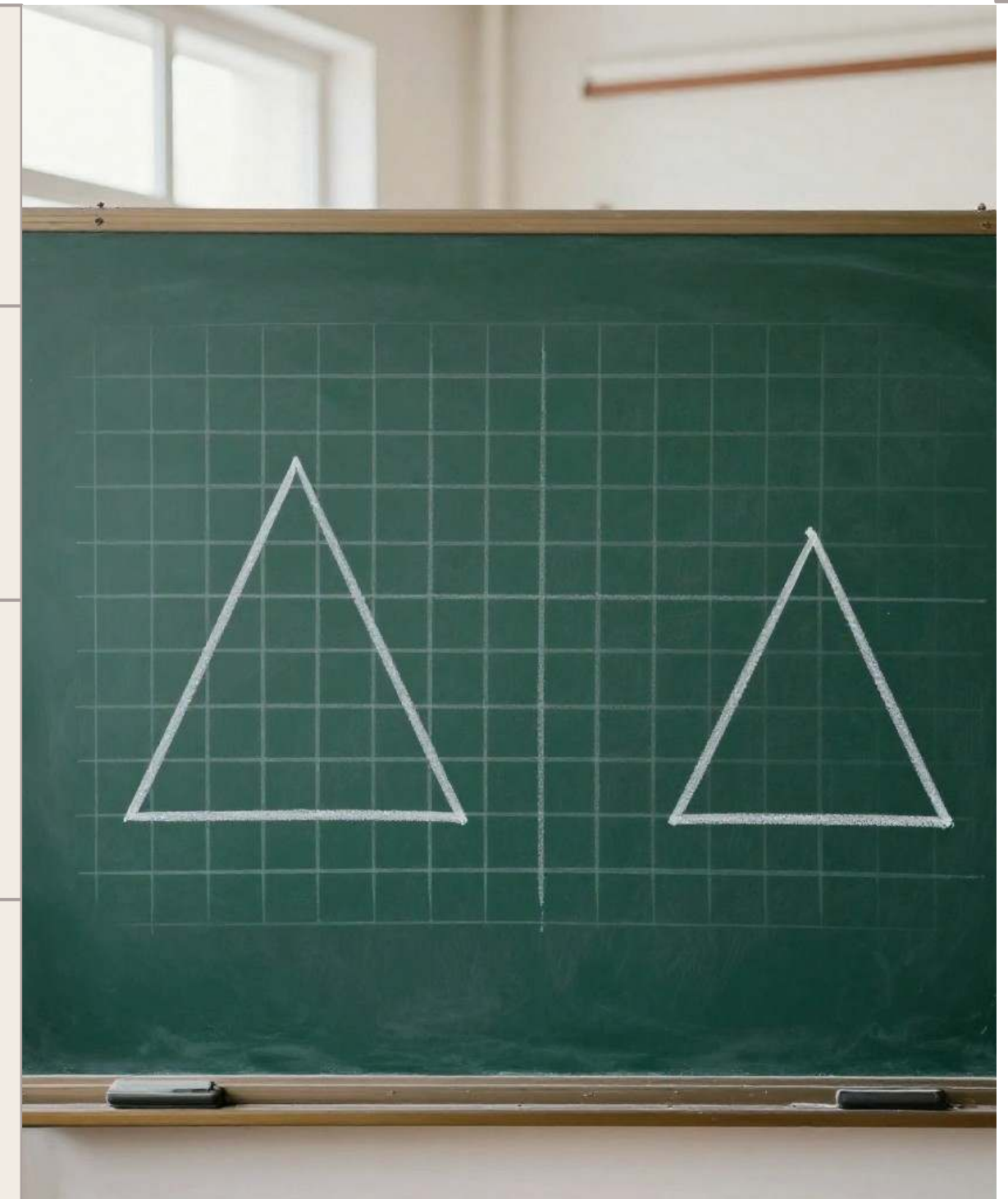
Если вектор переноса задан как $(a; b)$, то точка $(x; y)$ переходит в точку $(x+a; y+b)$. Эта запись помогает быстро выполнять построения на координатной плоскости.

Наглядный пример

Например, треугольник можно сдвинуть вправо на 3 клетки и вверх на 2 клетки. Его стороны, углы и форма не изменятся, изменится только положение.

Зачем нужен перенос

Такой способ часто используют при построении одинаковых элементов узора, при создании чертежей и в компьютерной графике, когда требуется точно повторить фигуру в новом месте.



Что сохраняется при движениях фигуры

Длины сторон Величины углов Периметр
Площадь Форма



Движение не растягивает и не сжимает фигуру: оно только переносит её в другое положение на плоскости.

Сохранение всех основных свойств означает, что после движения фигура остаётся равной исходной; меняется лишь её расположение.

Схематическое представление свойств движений в геометрии

Отражение относительно прямой

Две стороны от оси

При отражении точка и её образ находятся по разные стороны от прямой. Расстояния до этой прямой одинаковы, поэтому отражение строится строго по правилу равенства отрезков.

1

Серединный перпендикуляр

Прямая отражения проходит посередине между точкой и её образом и перпендикулярна отрезку, их соединяющему. Это помогает проверять правильность построения и находить ошибку.

2

Зеркальная фигура

После отражения фигура остаётся равной исходной, но выглядит зеркально. Из-за этого меняется её ориентация: левая и правая стороны как будто меняются местами.

3

Ось симметрии

Если у фигуры есть ось симметрии, то отражение относительно этой прямой даёт ту же самую фигуру. Так происходит, например, у некоторых букв, узоров и природных объектов.

4

Где это видно

Отражение легко заметить в повседневных изображениях: в узорах, орнаментах, архитектурных деталях и предметах с выраженной симметрией. Оно помогает создавать аккуратные и уравновешенные рисунки.

5

Как построить отражение фигуры

Пошаговое построение зеркального образа относительно заданной прямой



Поворот фигуры вокруг центра



Центр поворота

Фигура вращается вокруг одной неподвижной точки. Эта точка называется центром поворота и остаётся на месте, пока все остальные точки описывают дуги вокруг неё.



Угол поворота

В школьных задачах часто встречаются повороты на 90° , 180° , 270° и 360° . Именно угол определяет, насколько далеко фигура повернётся вокруг центра.



Сохранение расстояний

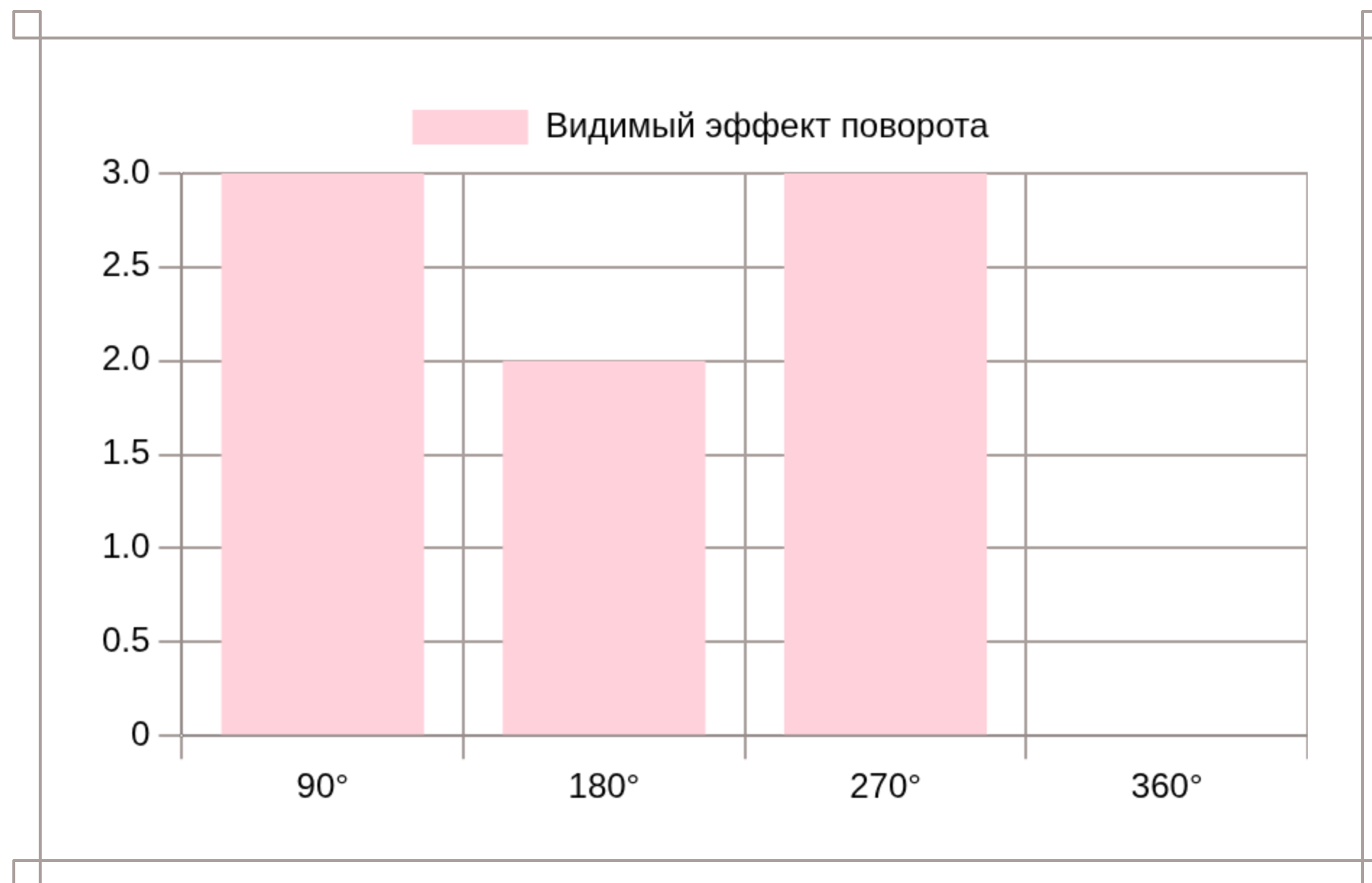
Расстояние от любой точки фигуры до центра поворота не меняется. Поэтому после вращения фигура остаётся равной исходной, хотя занимает другое положение.



Что меняется

При повороте меняются направление и расположение фигуры на плоскости. Однако её форма, размеры, стороны и углы сохраняются, поэтому движение не деформирует изображение.

Результат поворота при разных углах

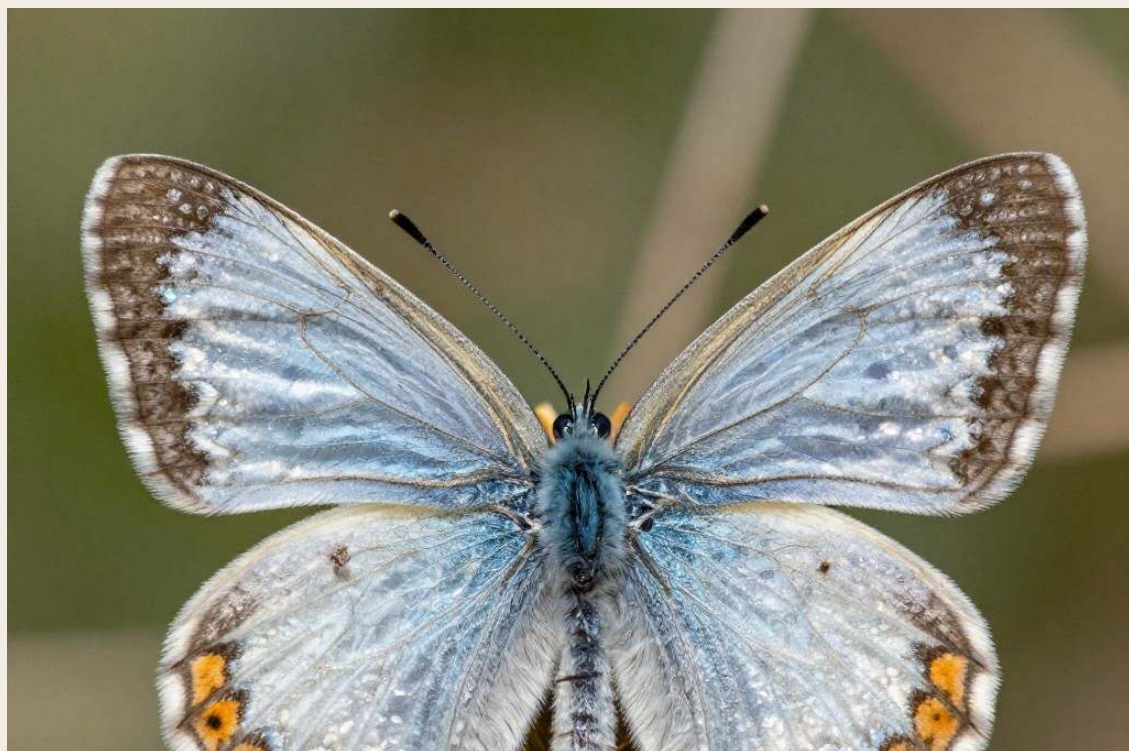


Чем меньше угол, тем заметнее изменяется положение фигуры относительно исходного вида. При полном обороте изображение возвращается на место.

Повороты на 90° и 270° дают заметное новое расположение, 180° связывается с центральной симметрией, а 360° возвращает фигуру в исходное положение.

Схематическое сравнение результатов поворота в школьной геометрии

Истории симметрии в природе и вокруг нас



Бабочка как зеркало

Крылья бабочки часто выглядят как две почти одинаковые половины, разделённые осью симметрии. Если провести линию по телу насекомого, левая и правая части будут зеркально соответствовать друг другу, создавая ощущение точного равновесия.



Снежинка и узор льда

Снежинка показывает симметрию особенно наглядно: её лучи расходятся от центра и повторяют друг друга. У такой фигуры может быть несколько осей симметрии, поэтому она выглядит одинаково при разных поворотах.



Орнамент на фасаде

В архитектуре и декоративных узорах симметрия помогает создать порядок и красоту. Фасад здания, рисунок на плитке или ткани часто делят на равные части, которые совпадают при отражении относительно одной или нескольких осей.

Сравнение основных движений фигур

Преобразование	Длины/углы	Ориентация	Пример
Перенос	сохр.	нет	сдвиг на клетки
Отражение	сохр.	да	зеркало оси
Поворот	сохр.	иногда	90° вокруг О

Таблица показывает, что все три преобразования сохраняют форму и размеры фигуры, но могут по-разному менять её положение и ориентацию.

Параллельный перенос, отражение и поворот относятся к движениям, потому что не искажают фигуру и сохраняют её основные геометрические свойства.

Школьный курс геометрии, тема «Движения фигур»

Координатные правила для основных преобразований

1

Параллельный перенос

При параллельном переносе каждая точка получает одинаковое смещение по координатам. Если задан вектор $(a; b)$, то точка $(x; y)$ переходит в $(x+a; y+b)$, а вся фигура сохраняет свой вид.

3

Отражение относительно Oy

Если фигуру отражают относительно оси Oy , меняется знак абсциссы, а ордината сохраняется. Для точки это записывают так: $(x; y) \rightarrow (-x; y)$, что даёт зеркальный образ слева или справа от оси.

2

Отражение относительно Ox

При отражении относительно оси Ox абсцисса остаётся прежней, а ордината меняет знак. Поэтому точка $(x; y)$ переходит в $(x; -y)$, и изображение оказывается по другую сторону от оси.

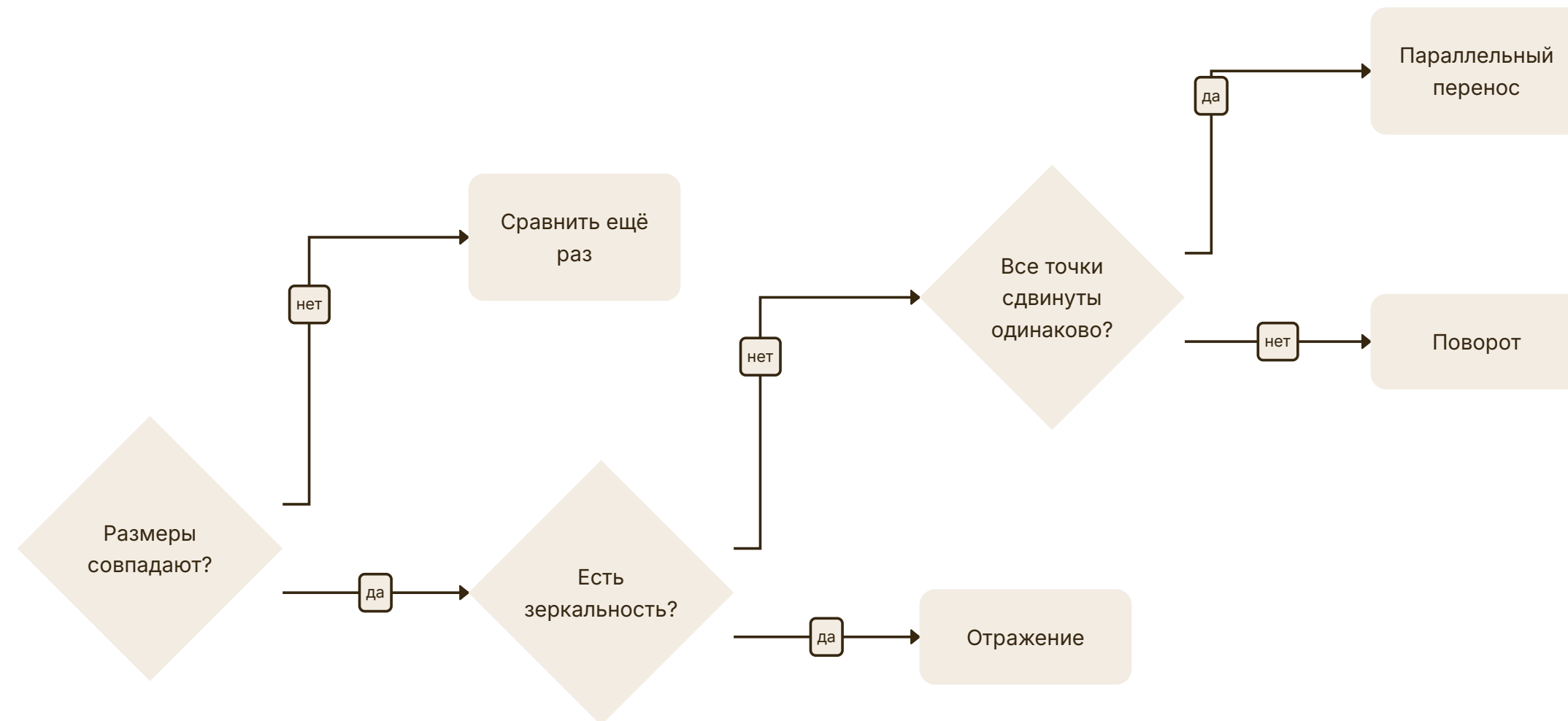
4

Поворот на 180°

При повороте на 180° вокруг начала координат обе координаты меняют знак. Точка $(x; y)$ переходит в $(-x; -y)$, поэтому фигура оказывается в противоположной части плоскости, сохраняя свои размеры.

Как распознать вид преобразования по фигурам

Схема помогает сравнить исходную и полученную фигуры по размерам, ориентации и расположению точек.

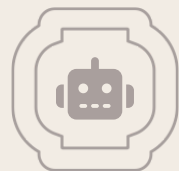


Где встречаются преобразования фигур



Черчение и архитектура

При создании чертежей и зданий преобразования помогают точно повторять элементы, выстраивать симметрию и сохранять пропорции. Это особенно важно, когда нужно сделать рисунок аккуратным и понятным.



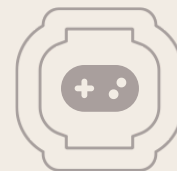
Роботы и механизмы

В технике поворот особенно заметен в колёсах, стрелках, вентиляторах и вращающихся деталях. Такие модели помогают описывать движение объектов и понимать, как работают механизмы.



Орнаменты и ткани

В узорах на плитке, обоях и ткани часто используют перенос и отражение. Благодаря этому рисунок выглядит ритмично, а одинаковые элементы легко повторяются без нарушения общей композиции.



Игры и анимация

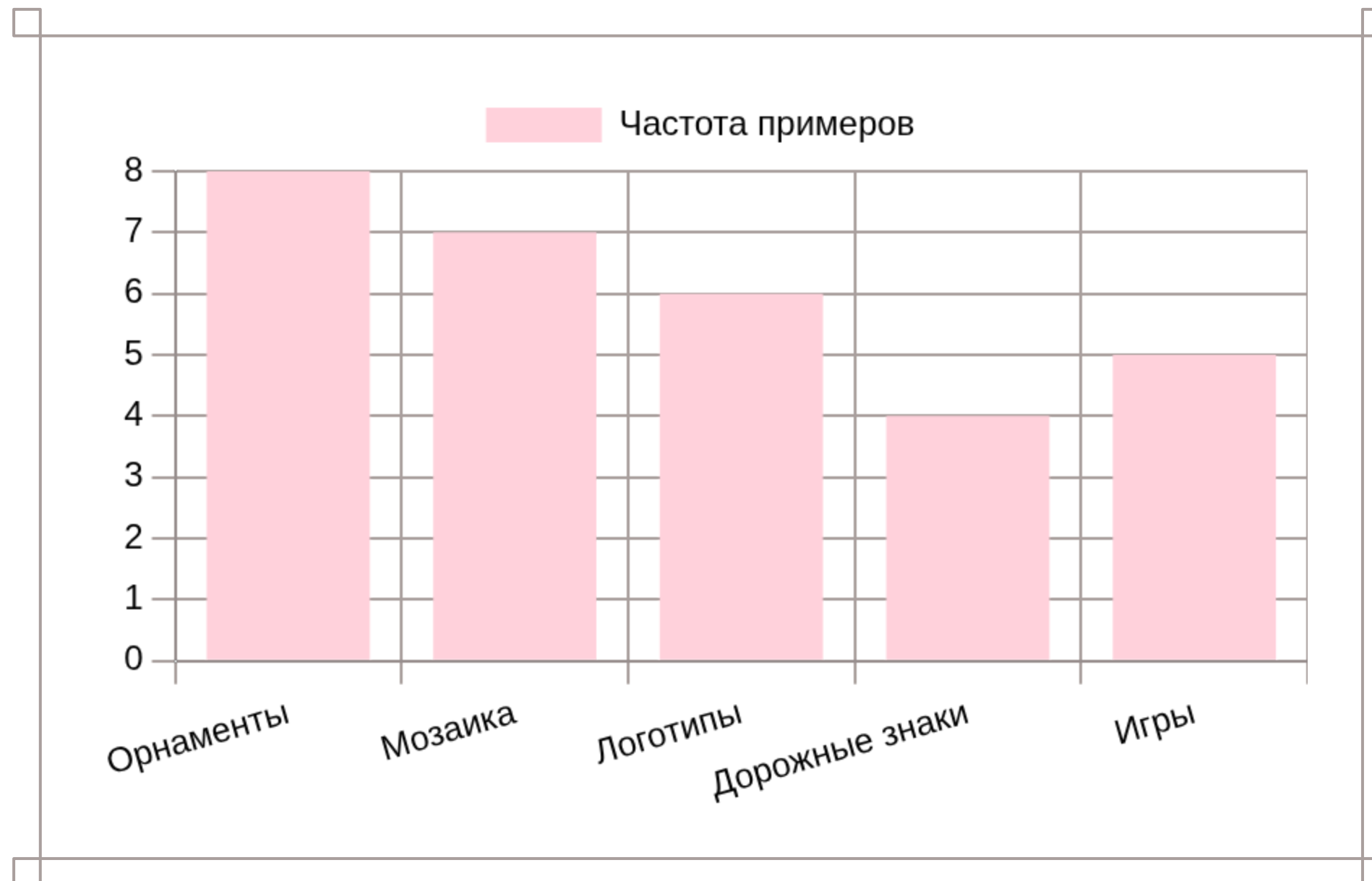
В компьютерных играх и анимации преобразования используют для перемещения, поворота и зеркального отражения объектов. Это делает движение персонажей и предметов на экране точным и естественным.



Логотипы и дизайн

Логотипы и оформление интерьеров нередко строятся на симметрии. Отражение и поворот делают изображение выразительным, помогают добиться равновесия в форме и подчёркивают замысел автора.

Преобразования в окружающем мире



На диаграмме показаны примеры объектов, где особенно заметны симметрия, повторение и вращение. Это иллюстрирует связь геометрии с повседневной средой.

Чаще всего встречаются отражение и параллельный перенос; поворот замечен реже, но хорошо проявляется в круглых и вращающихся объектах.

Иллюстративные данные по примерам из темы «Преобразование фигур»

Типичные ошибки при построении отображений



Сбивается расстояние

Частая ошибка при отражении — отложить точку на неверном расстоянии от оси. Тогда образ перестаёт быть зеркальным, хотя внешне фигура может выглядеть похожей на исходную.



Путается порядок вершин

Если соединить вершины в другом порядке, получится уже не та фигура. Особенно легко ошибиться в треугольнике или четырёхугольнике, где важно сохранить последовательность всех точек.



Меняется размер

При переносе, отражении и повороте фигуру нельзя растягивать или сжимать. Если стороны стали длиннее или короче, это значит, что движение построено неверно.



Неверный центр или угол

При повороте ученик иногда выбирает не тот центр или берёт неправильный угол. Тогда фигура оказывается в другом месте, а её положение не соответствует условию задачи.

Связь преобразований с координатной сеткой

Точные точки

Координатная сетка помогает точно отметить каждую вершину фигуры и быстро проверить, не сместилась ли она на лишнюю клетку. Это делает построение более аккуратным и понятным.

1

Оси и начало отсчёта

На плоскости удобно сразу видеть оси Ox и Oy , а также начало координат $O(0; 0)$. Благодаря этому проще выполнять отражение, перенос и поворот, используя координаты точек.

2

Проверка равенства

По клеткам легко сравнивать расстояния между соответствующими точками. Если они равны, значит, преобразование выполнено верно и фигура не изменила своих размеров или формы.

3

Наглядность построений

Клетчатая бумага делает движения фигур наглядными: видно, куда сместилась фигура, где появилась зеркальная копия и вокруг какой точки произошёл поворот. Это помогает проверять решение без догадок.

4

Памятка по основным преобразованиям

Название	Правило	Пример
Перенос	один вектор	3 вправо, 1 вверх
Отражение	через прямую	относительно Ох
Поворот	вокруг центра	90° вокруг О

Краткая таблица помогает быстро вспомнить правило каждого преобразования и привести простой пример из построения на плоскости.

По правилу легко восстановить образ фигуры: нужно повторить смещение, зеркальное построение или поворот вокруг заданной точки.



Что важно запомнить о преобразовании фигур

Преобразования помогают понять, как фигура меняет положение, не теряя своих размеров и формы. Параллельный перенос, отражение и поворот встречаются в задачах, чертежах и окружающем мире, а их правила удобно применять на координатной плоскости.