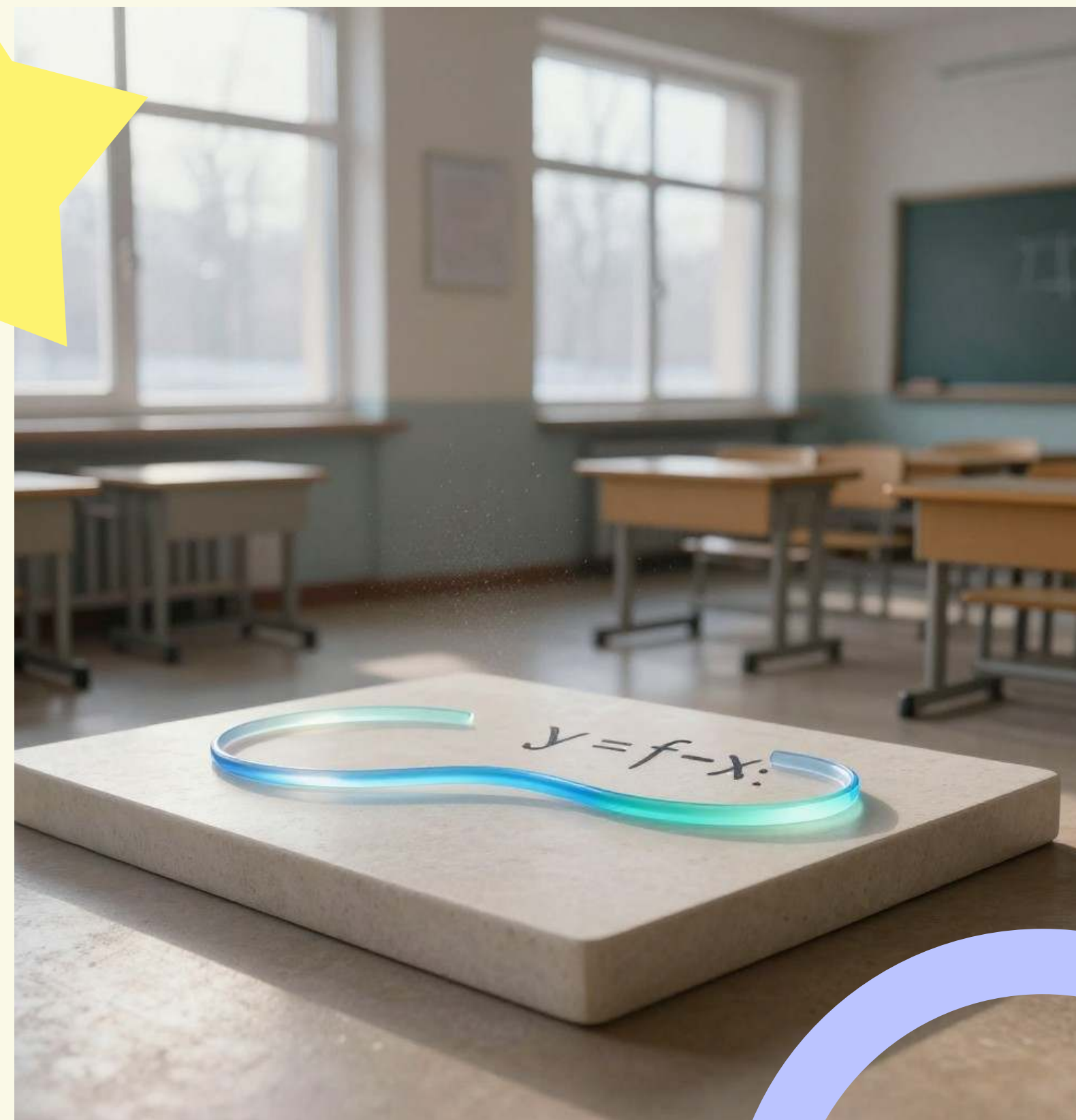




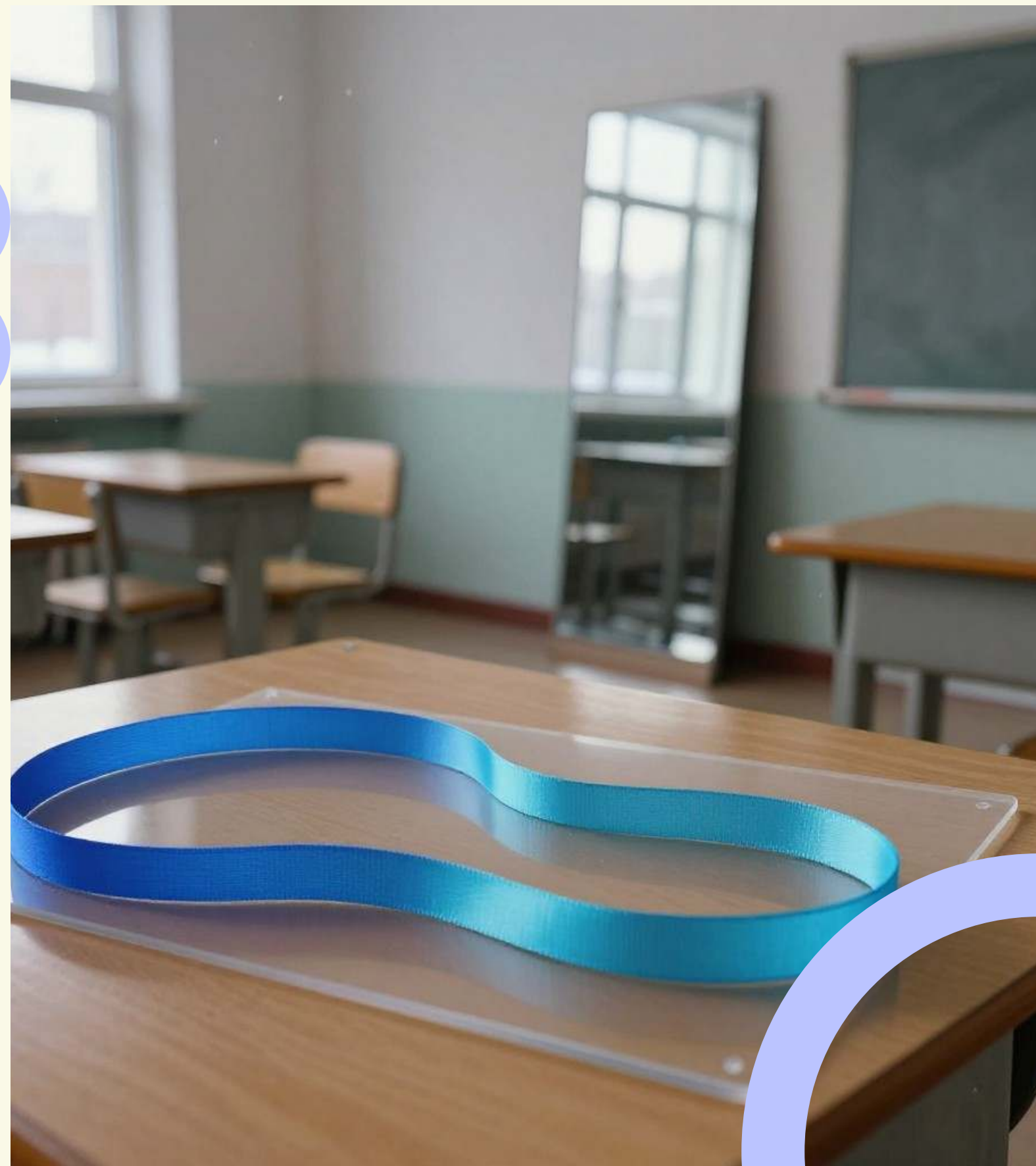
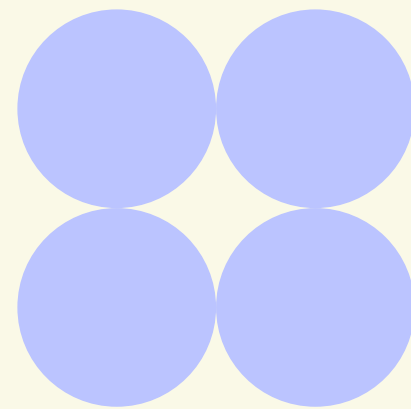
График $y = f(x)$ и график $y = f(-x)$: что меняется при замене аргумента

Разберём, как меняется график при замене аргумента на противоположный.

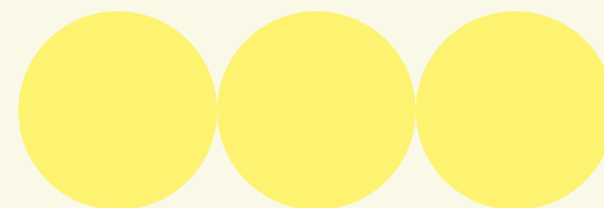


Зачем разбираться с заменой x на $-x$

Графики помогают увидеть зависимость между величинами, а замена x на $-x$ показывает, как устроена симметрия. Этот приём полезен при построении графиков, проверке таблиц значений и изучении чётных и нечётных функций в 9 классе.



Что означает запись $y = f(x)$



1 Значение функции

Запись $f(x)$ показывает, какое число получает функция при выбранном x . Это число и будет значением y в соответствующей точке графика.

2 Точка на графике

Каждая точка графика записывается в виде $(x; f(x))$. По первой координате находят аргумент, по второй — значение функции для этого аргумента.

3 Область определения

Область определения включает все допустимые значения x , для которых функцию можно вычислить. Если x не входит в эту область, значение $f(x)$ не рассматривается.

4 Область значений

Область значений — это все числа, которые могут получиться как y при подстановке допустимых x . Она показывает, какие высоты принимает график функции.

Как строится график функции по таблице значений

Выбирают аргументы

Сначала берут несколько удобных значений x . Обычно выбирают числа, для которых легко выполнить вычисления и получить точки без лишних ошибок.

Считают значения

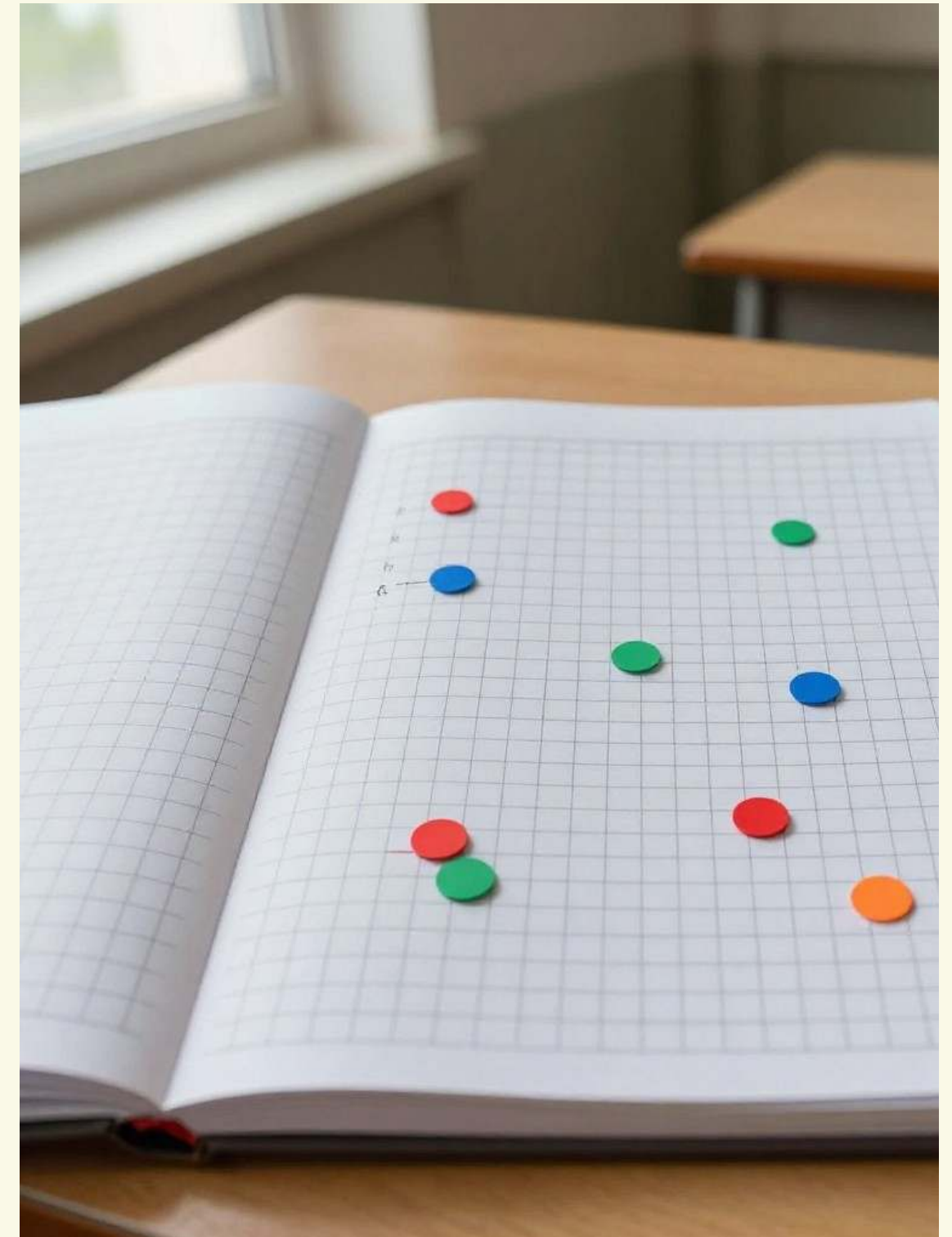
Для каждого выбранного x находят $f(x)$ и записывают пару чисел. Так получается таблица значений, по которой удобно строить график.

Отмечают точки

На координатной плоскости находят точки $(x; f(x))$ и ставят их на сетке. Чем больше точек, тем точнее можно увидеть форму графика.

Соединяют линией

После отметки всех точек их соединяют плавно или по частям, в зависимости от вида функции. Так получают прямую, параболу, ломаную или другую кривую.



Сравнение записей $y = f(x)$ и $y = f(-x)$

Запись	Что меняется
$y = f(x)$	исходные точки
$y = f(-x)$	x меняет знак
Точка $(a; b)$	$\rightarrow (-a; b)$
Положение графика	отражение у ОУ



При замене аргумента меняется положение точек относительно оси ОУ, но значение функции сохраняется.

Ордината остаётся прежней, а абсцисса меняет знак. Поэтому график при переходе к $f(-x)$ зеркально отражается относительно оси ОУ.

Свойство замены аргумента в функции

Правило преобразования точки при замене x на $-x$

1

Сохраняется ордината

Если точка $(a; b)$ лежит на графике $y = f(x)$, то после замены аргумента её образ имеет ту же ординату b , потому что значение функции не меняется.

2

Меняется абсцисса

Новая точка записывается как $(-a; b)$. Это значит, что меняется только знак x , а расстояние до оси OY остаётся прежним.

3

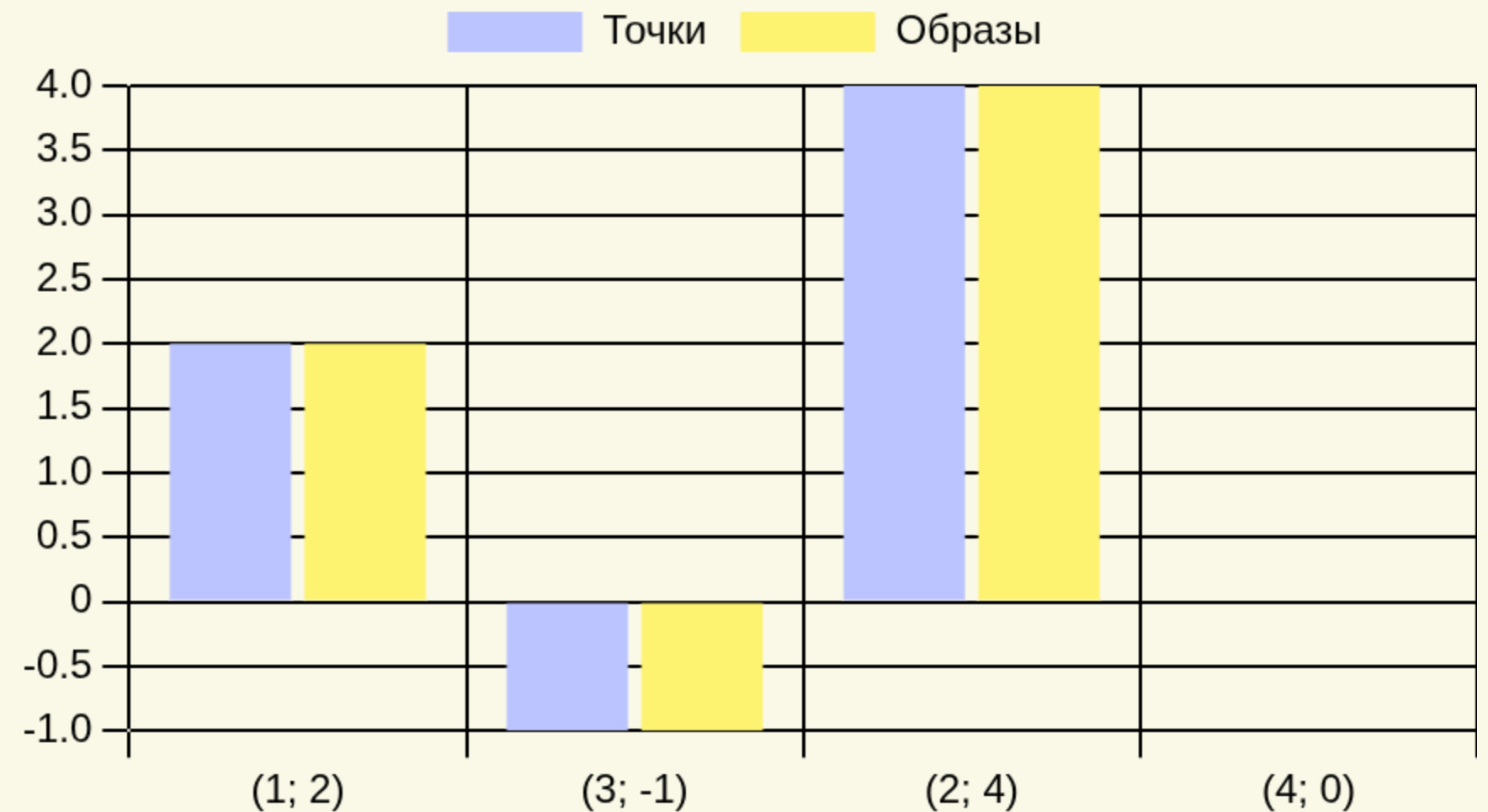
Это отражение

Такое преобразование является отражением относительно оси OY . График не сдвигается и не поворачивается, а только переходит на другую сторону оси.

Симметричные точки относительно оси OY

Для каждой точки можно найти зеркальную пару, если изменить знак абсциссы. Ордината при этом остаётся той же.

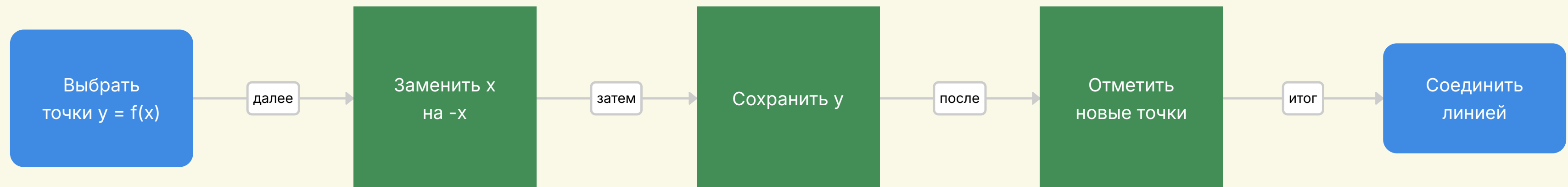
Одинаковые значения у у пар точек подтверждают отражение относительно оси OY и сохранение расстояния до неё.



Учебный пример симметричных точек

Как построить график $y = f(-x)$

Пошаговое преобразование точек исходного графика относительно оси OY

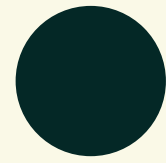


Примеры на простых функциях



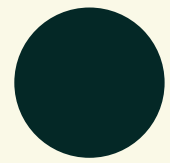
Квадрат

Для функции $y = x^2$ замена x на $-x$ ничего не меняет: $(-x)^2 = x^2$. Поэтому график параболы совпадает сам с собой.



Модуль

У функции $y = |x|$ тоже сохраняется вид графика, потому что $|-x| = |x|$. Левая и правая части оказываются одинаковыми по форме.



Куб

Для функции $y = x^3$ ситуация другая: $(-x)^3 = -x^3$. График не совпадает с исходным, а переходит в симметричное положение относительно оси OY .

Чётные функции и симметрия графика

Главное свойство

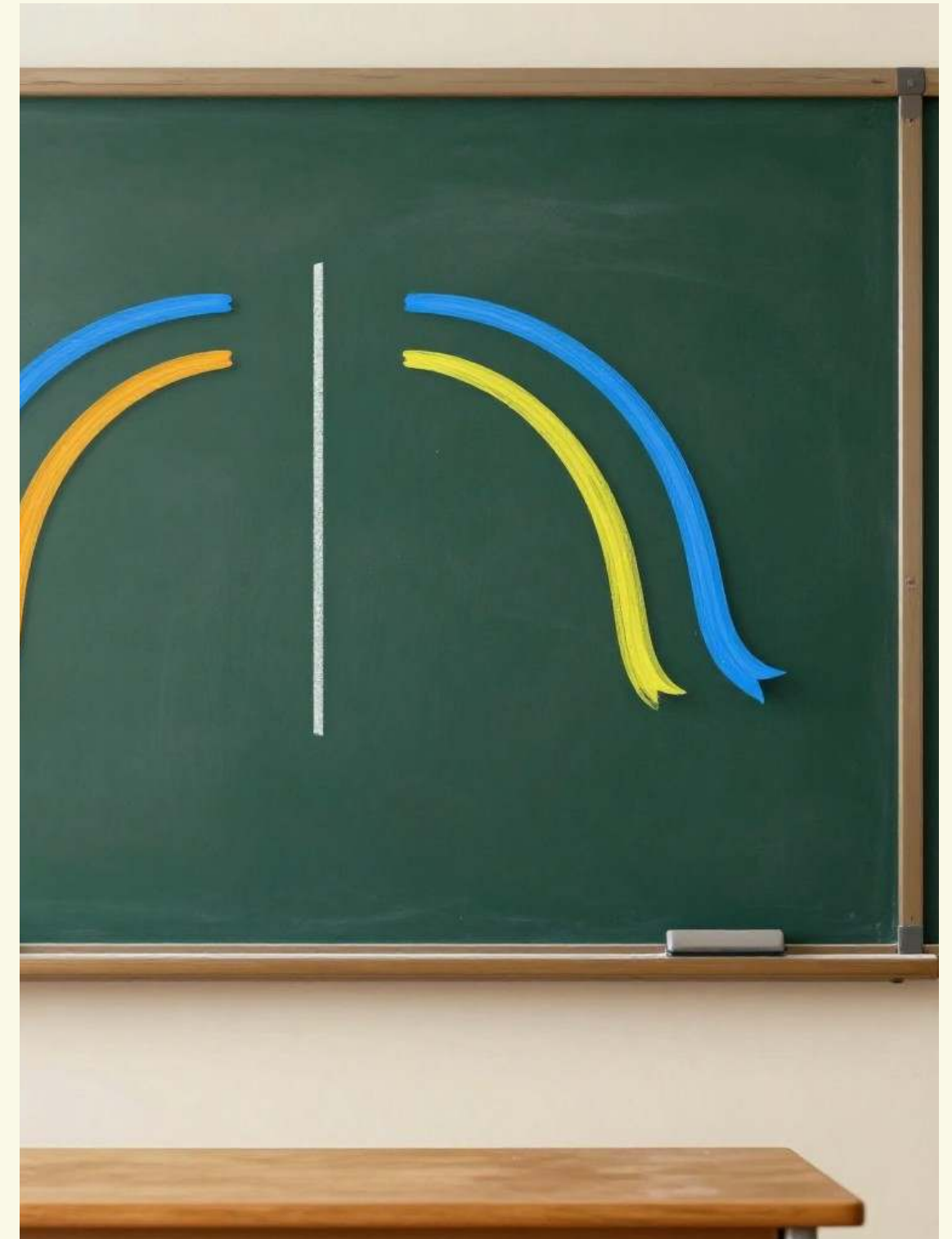
Чётная функция удовлетворяет условию $f(-x) = f(x)$ для всех значений x из области определения. Это означает, что замена аргумента не меняет результат.

Примеры графиков

К чётным функциям относятся $y = x^2$, $y = |x|$ и $y = x^4$. Их графики выглядят одинаково слева и справа от оси OY .

Как это увидеть

Если отметить на графике две точки с противоположными абсциссами, их ординаты будут одинаковыми. Поэтому вся фигура имеет зеркальную симметрию относительно оси OY .



Нечётные функции и их графики

1

Определение нечётности

Функция называется нечётной, если для каждого допустимого значения x выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$. Это значит, что значения слева и справа от нуля связаны противоположными знаками.

2

Как меняются точки

Если точка $(a; b)$ лежит на графике $y = f(x)$, то для нечётной функции ей соответствует точка $(-a; -b)$. После замены аргумента обе координаты меняют знак.

3

Симметрия графика

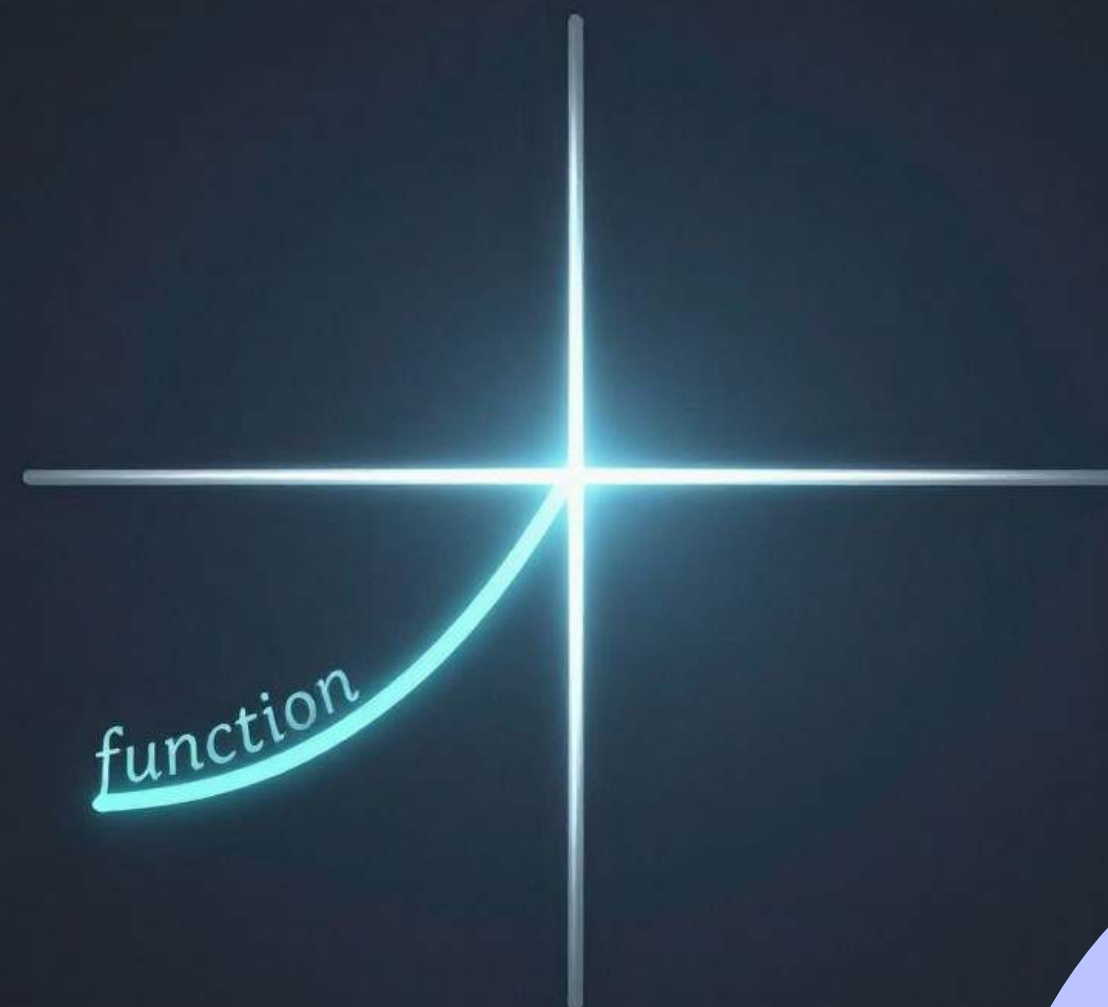
График нечётной функции при повороте на 180° вокруг начала координат совмещается сам с собой. Поэтому такие графики симметричны не относительно оси, а относительно точки O .

4

Примеры из курса

К нечётным функциям относятся $y = x$, $y = x^3$ и $y = -x^3$. Их удобно узнавать по одинаковому правилу: при замене x на $-x$ весь график переходит в противоположную сторону.

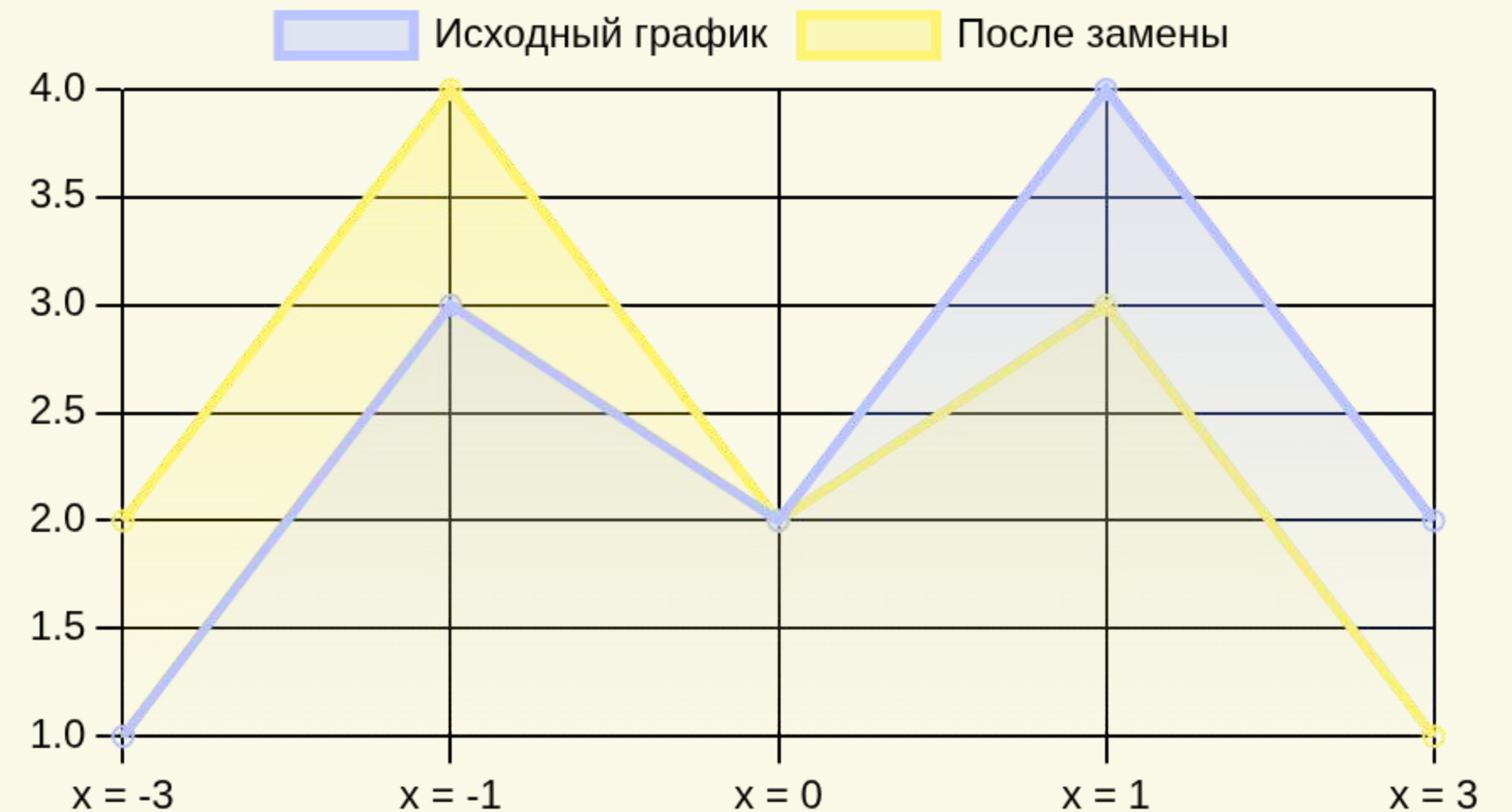
$$f(-x) = -f(x)$$



Как меняются координаты точек при замене x на $-x$

На схеме видно, что абсциссы точек меняются местами относительно оси OY , а ординаты остаются прежними. Это отражение, а не сдвиг графика.

Если значение x меняет знак, а y сохраняется, расстояние до оси OY не изменяется. Значит, происходит зеркальное отражение.



Учебный иллюстративный пример по правилу замены аргумента x на $-x$

Типичные ошибки при чтении графика $y = f(-x)$

Сводная таблица показывает, какие неверные действия встречаются чаще всего и как правильно понимать преобразование графика.

Главная причина ошибок — смешение оси отражения и координаты, которая должна меняться. При замене x на $-x$ всегда сохраняется ордината.



Ошибка	Как правильно
Меняют y	Меняется x
Делают сдвиг	Нужно отражение
Путают оси	Работает ось OY
Берут не все точки	Отражается весь график
Неверно читают точку	Записывают $(-x; y)$

Учебные наблюдения по теме преобразования графиков функций

Проверка по таблице значений

2. Меняем знак аргумента

Затем для функции $y = f(-x)$ подставляют противоположные значения x , а значения y оставляют теми же самыми.

1. Берём исходную таблицу

Сначала смотрят на таблицу значений функции $y = f(x)$ и выбирают знакомые пары чисел x и $f(x)$.

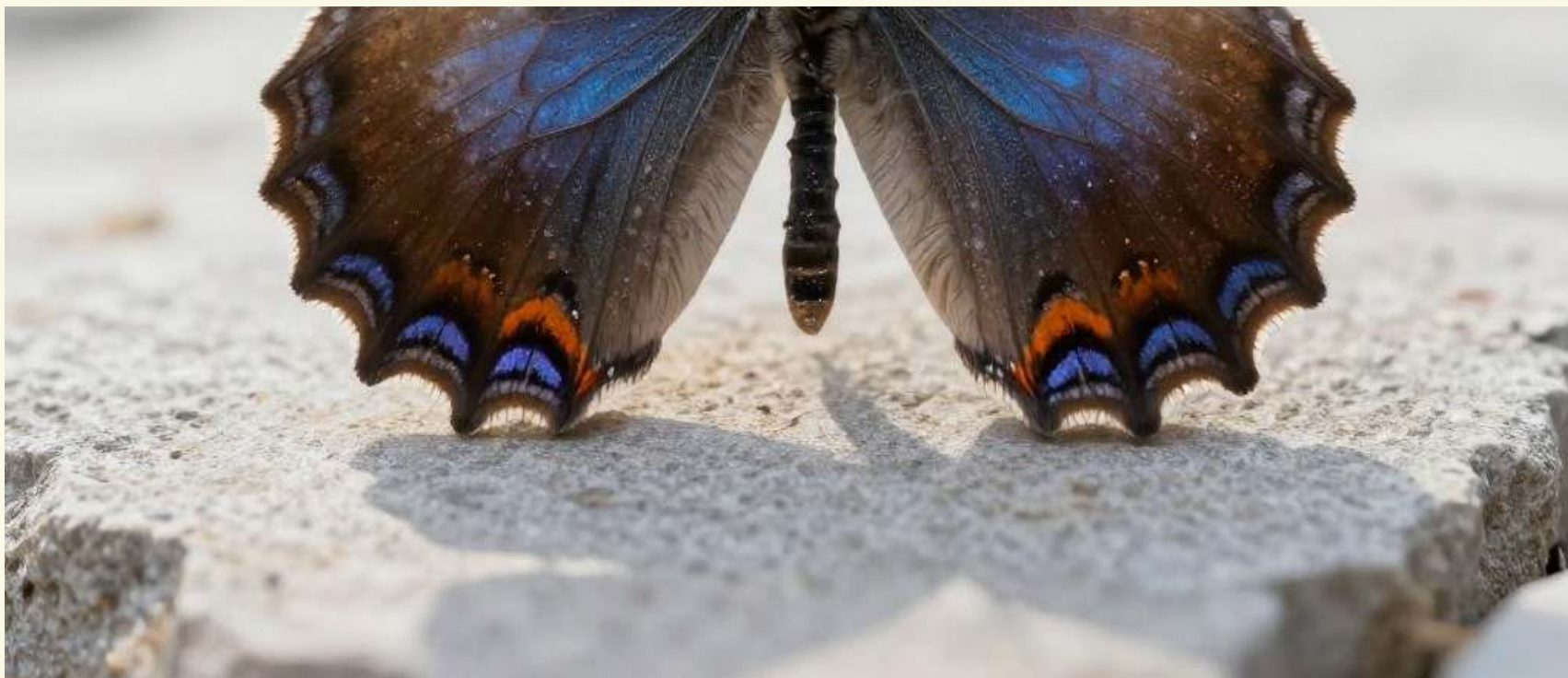
3. Сравниваем и делаем вывод

Если в таблице есть $f(-2) = 5$, то при $x = 2$ получаем $y = 5$. Так быстро проверяют симметрию без полного построения графика.

Симметрия в окружающих объектах

1 Бабочка как пример зеркальности

У бабочки левая и правая половины похожи по форме и размеру, если мысленно провести линию посередине тела. Именно поэтому её удобно использовать как образец симметрии относительно оси. Такая картинка помогает запомнить, как выглядит отражение графика на плоскости.



2 Орнаменты, фасады и снежинки

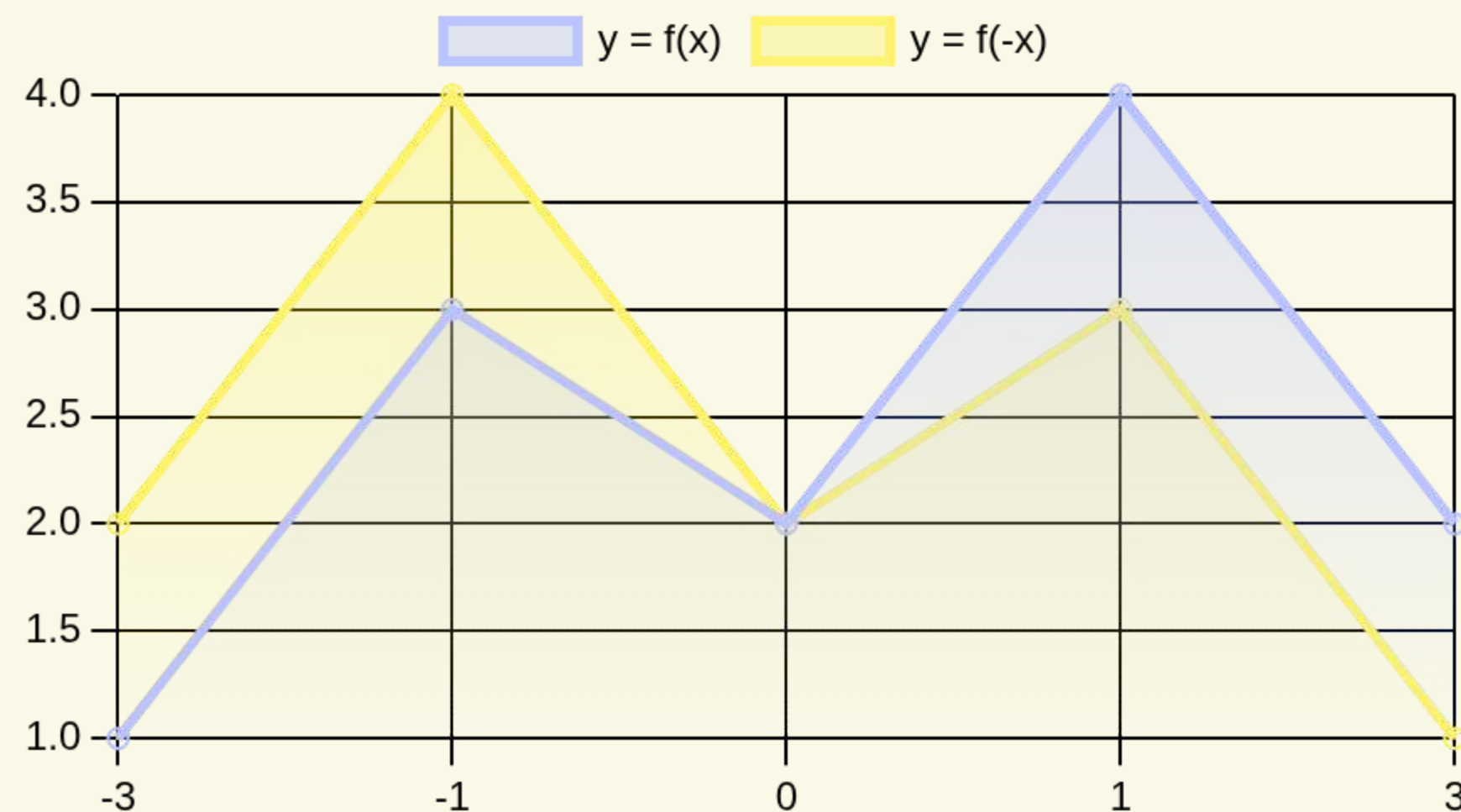
Симметрия часто встречается в орнаментах, на фасадах зданий и в снежинках. У этих объектов можно выделить центральную ось, по обе стороны от которой детали расположены почти одинаково. Это наглядно показывает, почему при замене x на $-x$ левая и правая части меняются местами.



Сравнение исходного графика и графика после замены x на $-x$

Обе линии построены по одинаковым значениям x , поэтому легко увидеть, как меняются только горизонтальные координаты точек.

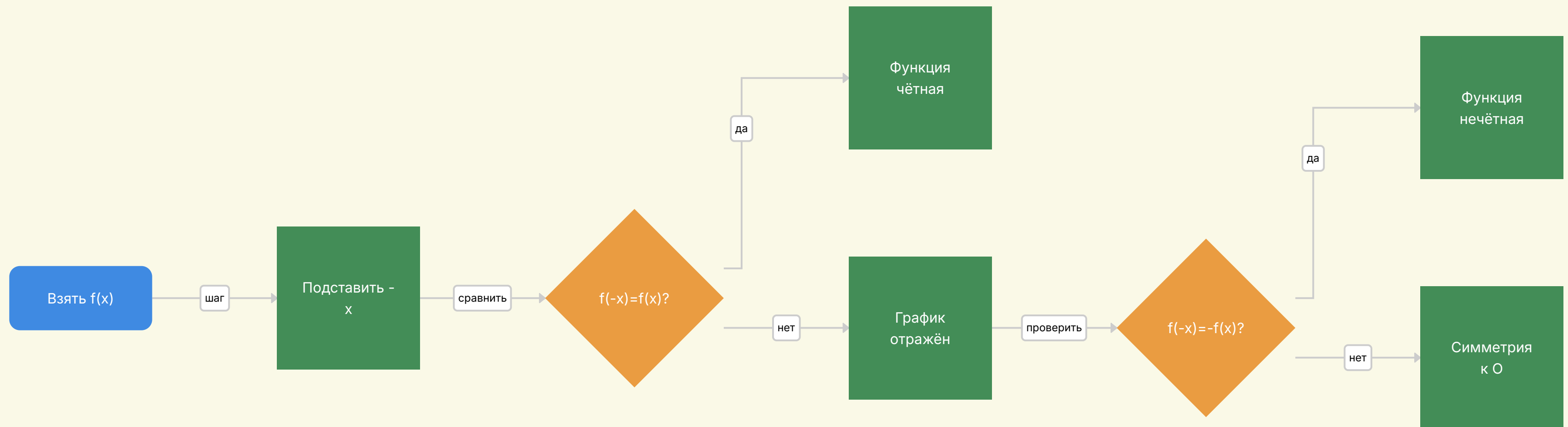
Форма графика сохраняется, но его расположение относительно оси OY меняется местами слева и справа.



Учебный пример для сравнения графика функции и его отражения относительно оси OY

Как определить, совпадают ли графики $y = f(x)$ и $y = f(-x)$

Проверка опирается на сравнение значений функции и на признаки чётности и нечётности.

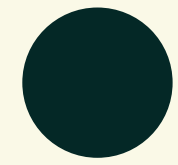


Главные выводы темы



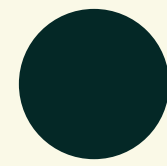
Запись исходной функции

Обозначение $y = f(x)$ показывает, что каждому допустимому x соответствует своё значение функции. График строят по точкам вида $(x; f(x))$ на координатной плоскости.



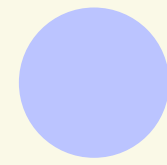
Что делает замена аргумента

При переходе к $y = f(-x)$ меняется только знак абсциссы. Ордината остаётся прежней, поэтому каждая точка переходит в своё зеркальное положение относительно оси OY .



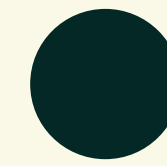
Признак чётности

Если $f(-x) = f(x)$ для всех допустимых x , функция чётная. Её график совпадает сам с собой после отражения относительно оси OY .



Признак нечётности

Если $f(-x) = -f(x)$, функция нечётная. Её график не симметричен относительно оси, но совмещается при повороте вокруг начала координат.



Зачем это нужно

Это правило помогает быстрее строить графики, проверять таблицы значений и замечать симметрию. Оно особенно полезно при решении задач в 9 классе.

Мини-практика: точки и их образы

Исходная точка	Образ
(1; 4)	(-1; 4)
(-3; 2)	(3; 2)
(5; 0)	(-5; 0)
(-2; -1)	(2; -1)
(0; 3)	(0; 3)

В таблице показано, как меняются координаты точек при отражении относительно оси ОУ.

Во всех парах меняется только знак x , а точка на оси ОУ остаётся на месте. Это удобно для быстрой проверки симметрии.

Учебный пример по правилу замены x на $-x$



Как читать графики и видеть симметрию

Теперь по записи $y = f(x)$ и $y = f(-x)$ легко понять, как меняется график. Нужно помнить: y сохраняется, x меняет знак, а симметрия становится заметной сразу.

