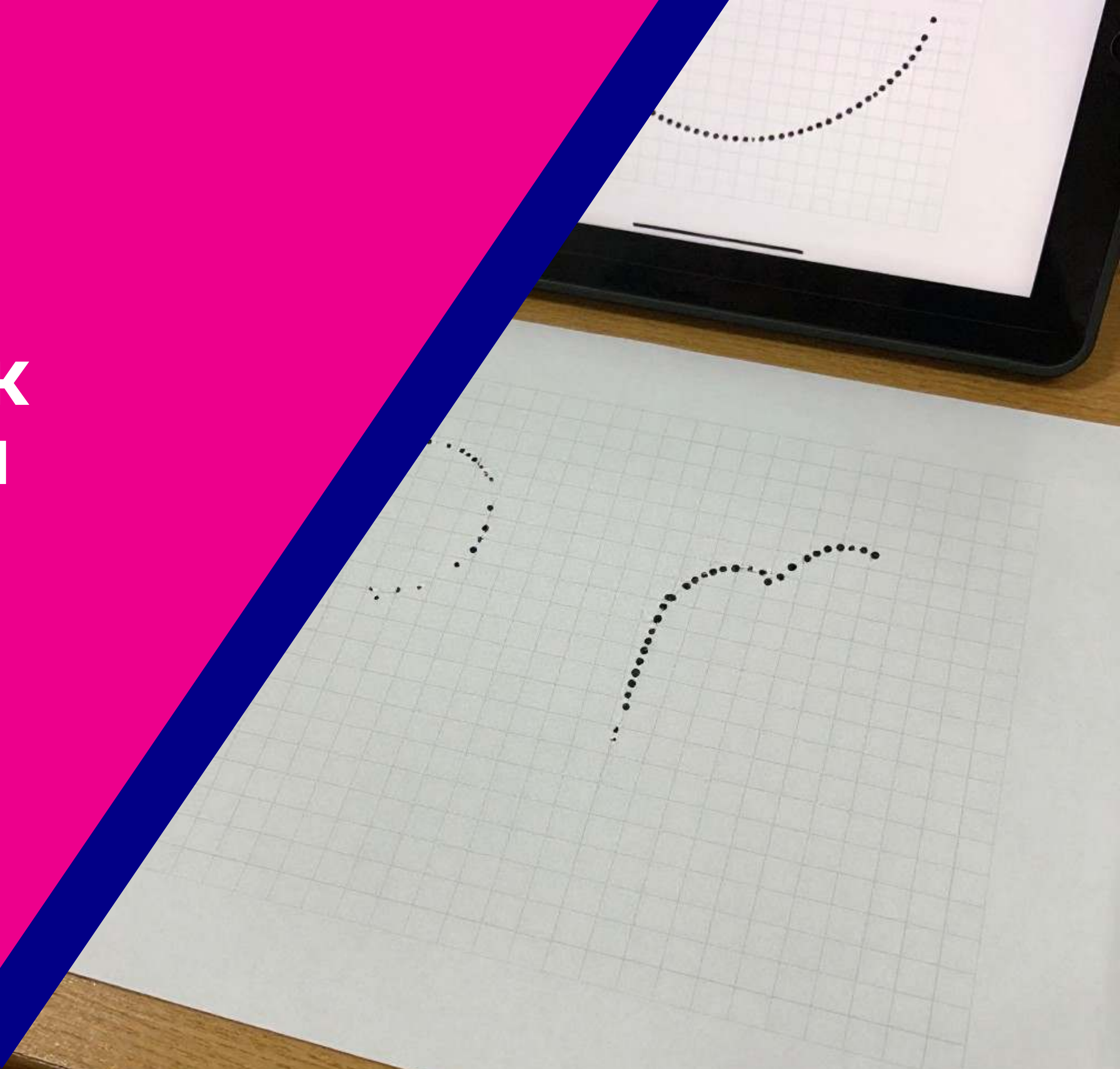
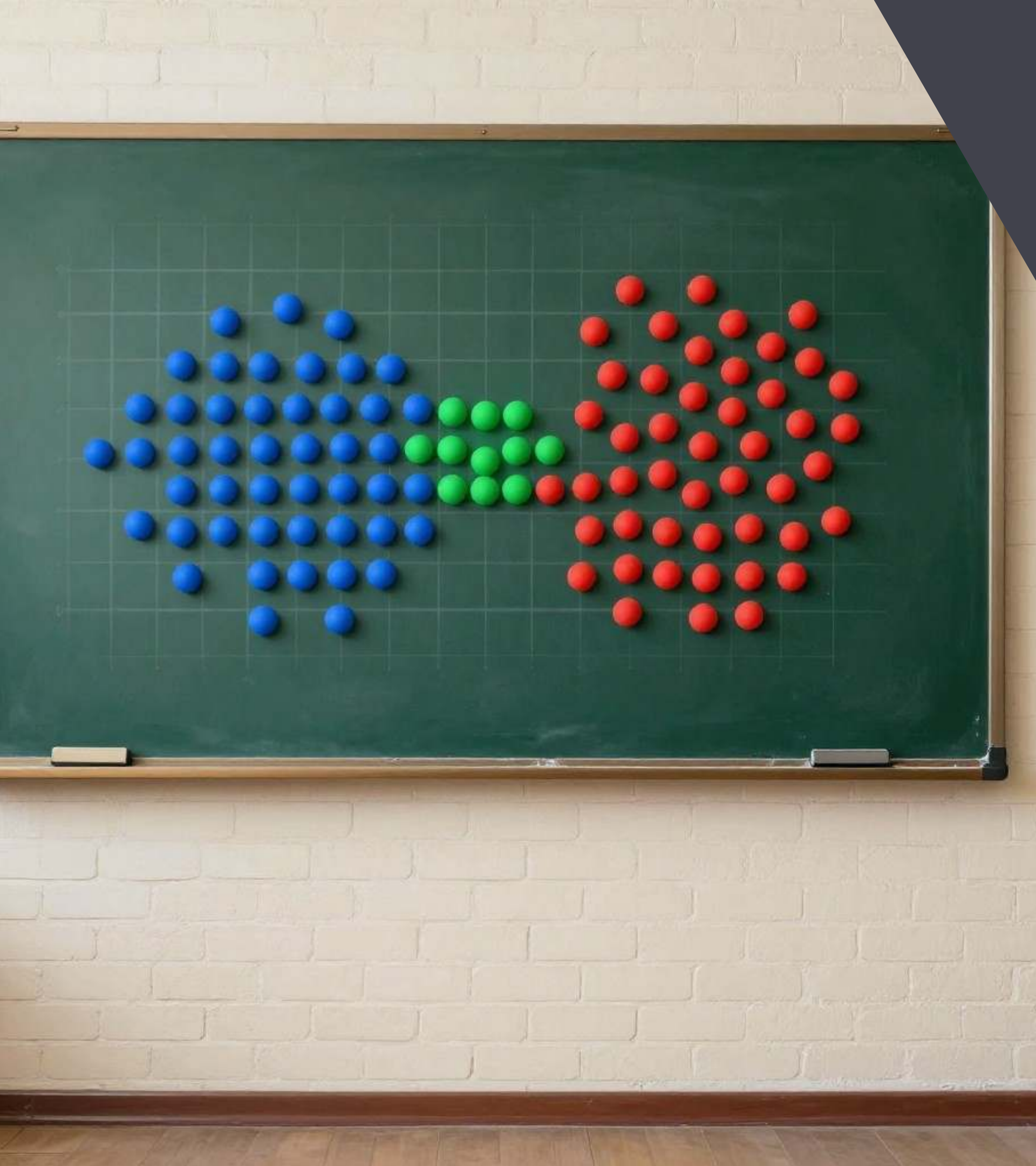


Множества точек на координатной плоскости

Как уравнения и неравенства
превращаются в рисунок?





Где встречаются множества точек и зачем они нужны

Координатная плоскость соединяет числа и изображение: по ней удобно описывать положение объектов, проверять условия и искать закономерности. Эта идея полезна в математике, на картах, в навигации и при построении графиков.

Координатная плоскость и запись точки

1

Оси плоскости

Горизонтальная ось обозначается x , а вертикальная — y . Вместе они образуют координатную плоскость, на которой удобно задавать положение любой точки с помощью двух чисел.

2

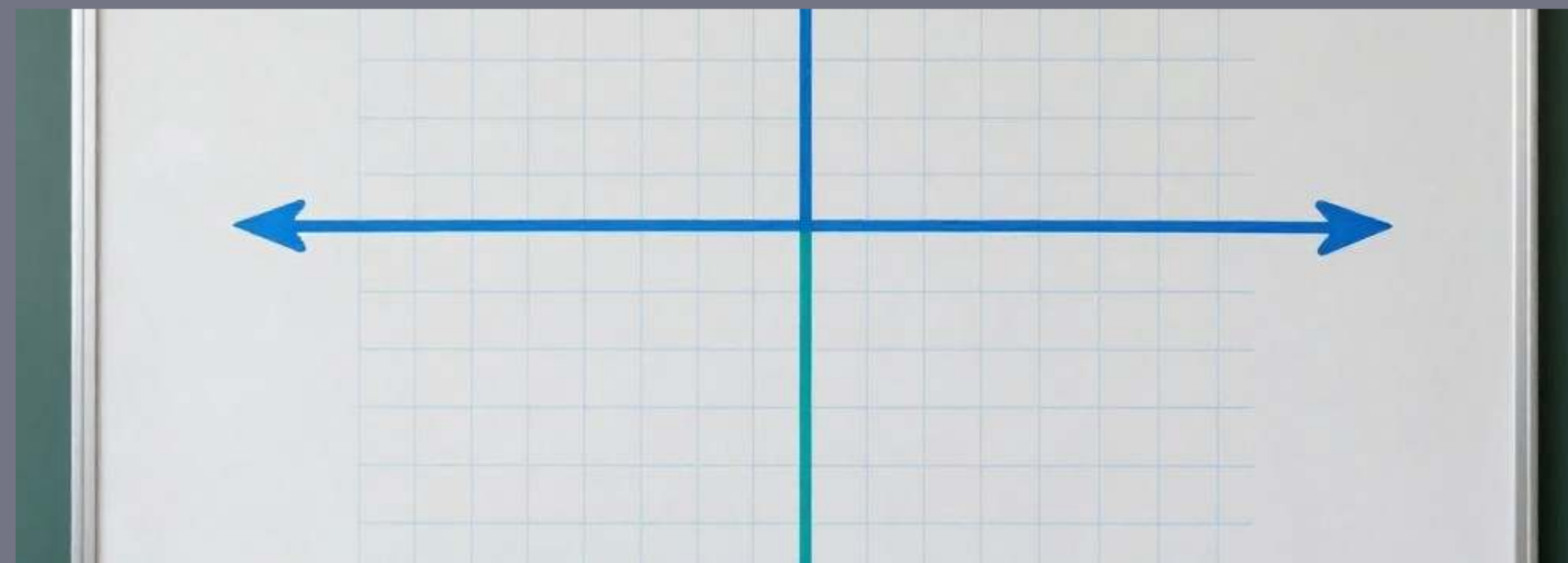
Координаты точки

Точка записывается как $(x; y)$: сначала указывают абсциссу, затем ординату. Такая запись позволяет однозначно определить точку и быстро найти её на чертеже.

3

Начало координат

Точка $(0; 0)$ называется началом координат. От неё отсчитывают все расстояния по осям, поэтому она служит отправной точкой для построений и сравнения положений точек.



Четыре четверти координатной плоскости

Номер четверти помогает сразу понять знаки x и y , не строя точку заново. Это ускоряет чтение координат и проверку расположения объектов на плоскости.

Каждая четверть отличается сочетанием знаков координат, поэтому положение точки можно определить по числам.

Схематическое представление координатной плоскости для учебных задач.

Что называют множеством точек

Общее условие

Множеством точек называют все точки плоскости, которые удовлетворяют одному и тому же условию. Это условие объединяет точки в одну геометрическую фигуру или область.

Геометрический образ

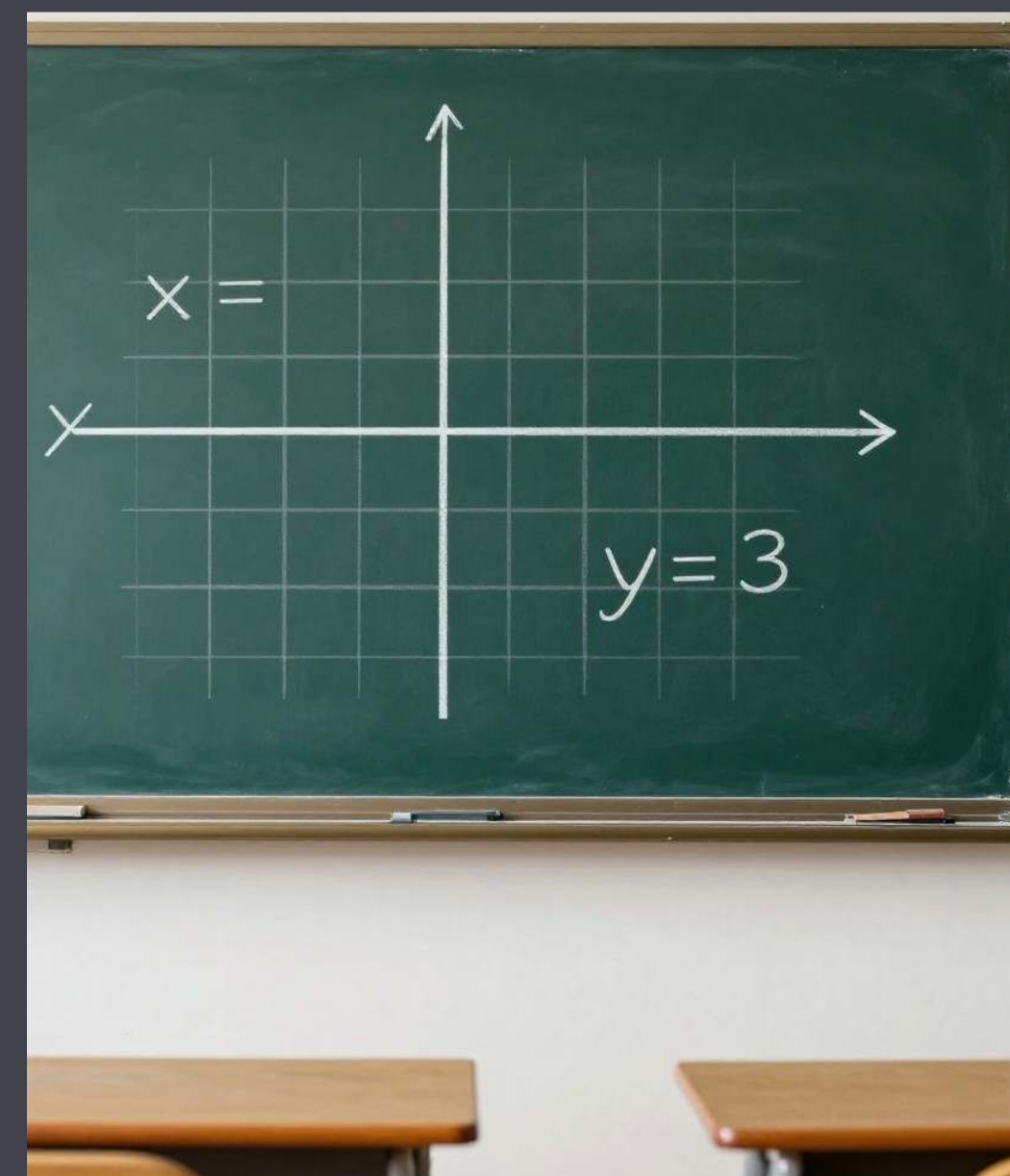
В алгебре множество точек часто рассматривают как геометрический образ уравнения или неравенства. Так формула получает наглядный вид и становится проще для понимания.

Равенства и неравенства

Условие может быть задано уравнением, например $x = 2$, или неравенством, например $y \leq 3$. От формы записи зависит, будет ли множество линией или областью.

Один признак — разные фигуры

Одно условие может задавать прямую, луч, отрезок, окружность или часть плоскости. Поэтому важно не только вычислить ответ, но и увидеть, что именно описывает запись.



Простейшие условия и их геометрический смысл

Условие	Что получается	Примеры точек
$x = 2$	вертикальная прямая	(2; 1), (2; -3)
$y = 0$	ось Ox	(-4; 0), (5; 0)
$y = 3$	горизонтальная прямая	(-1; 3), (6; 3)
$x > 0$	правая полуплоскость	(1; 1), (4; -2)

В таблице показано, как простые уравнения и неравенства превращаются в линии и области на плоскости.

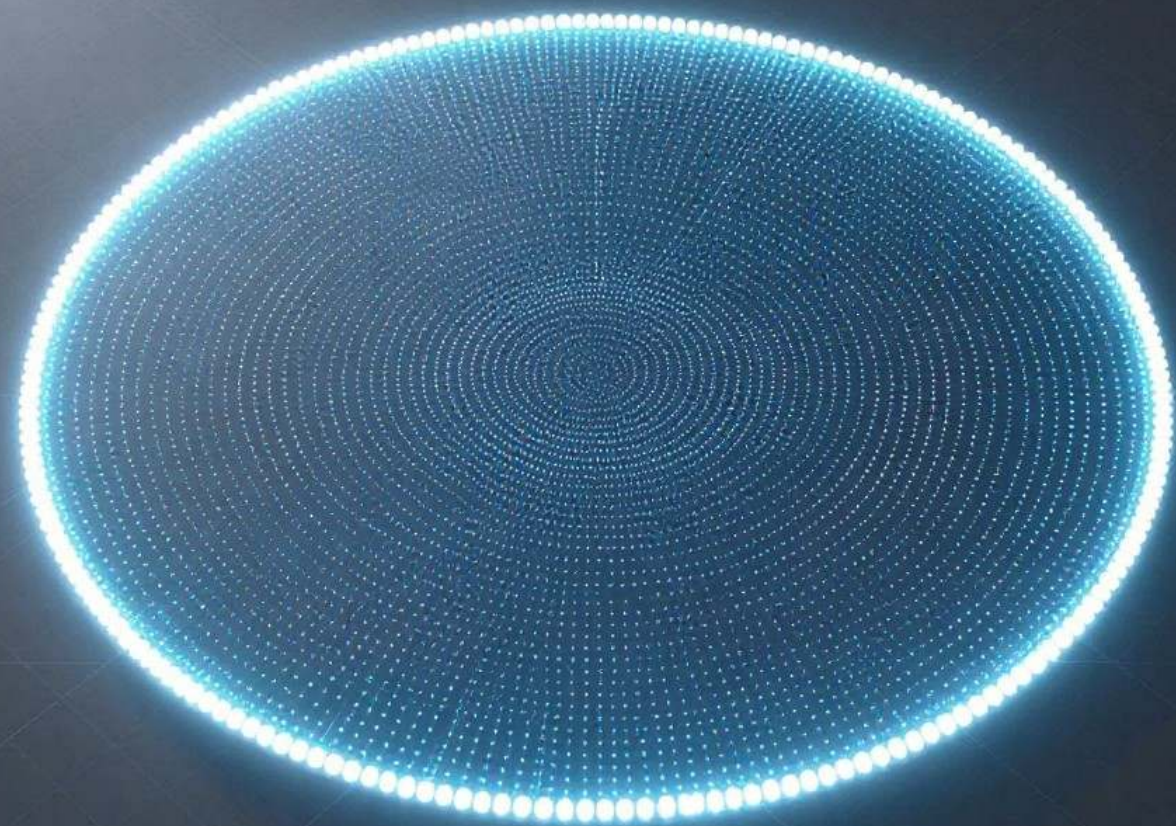
Равенства задают линии, а неравенства — целые области точек. По двум координатам сразу видно, подходит ли точка условию.

Учебные примеры для 7 класса.

Как выглядит множество точек на рисунке

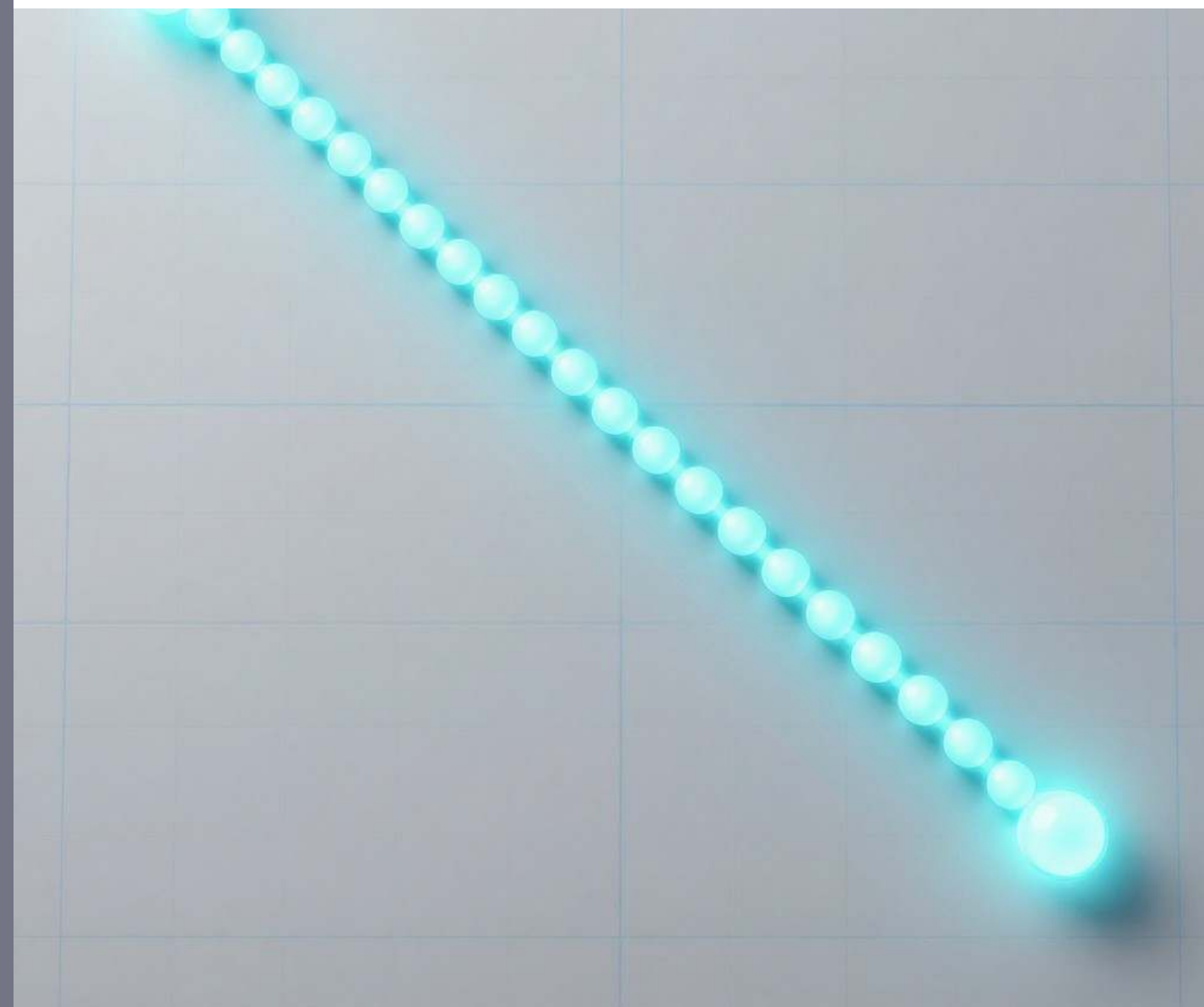
Граница круга

На рисунке множество точек может выглядеть как окружность и всё пространство внутри неё. Граница показывает, какие точки входят в множество, а какие остаются снаружи. Именно поэтому одна и та же фигура может описывать и линию, и область.



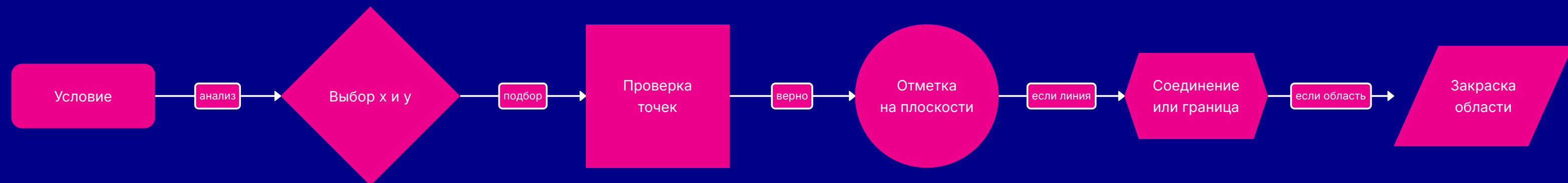
Чтение формы по условию

Когда условие задаёт набор точек, рисунок помогает понять его быстрее, чем длинная запись. По форме сразу видно, речь идёт о прямой, отрезке, окружности или закрашенной части плоскости, связанной с этим условием.



Построение множества точек по условию

Последовательность действий при переходе от формулы к изображению на координатной плоскости.

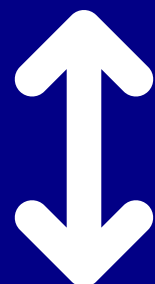


Уравнения $x = a$ и $y = b$



$$x = a$$

Уравнение $x = a$ задаёт вертикальную прямую. У всех точек на ней одна и та же абсцисса, а ордината может быть любой, поэтому множество бесконечно.



$$y = b$$

Уравнение $y = b$ задаёт горизонтальную прямую. Здесь одинаковая ордината у всех точек, а абсциссы меняются, что делает линию параллельной оси x .



Простые примеры

Записи $x = -2$, $y = 4$ и $x = 0$ легко проверить на плоскости. Они показывают, как одно число способно задать целую линию точек.

Неравенства и закрашенные области

Знак неравенства показывает не только направление сравнения, но и способ изображения границы на чертеже. Это помогает аккуратно строить решения и проверять точки.

Знаки $\leq$ и $\geq$ включают границу, а $<$ и $>$ исключают её. Поэтому область решения может быть открытой или замкнутой.

Схематическое обобщение правил построения неравенств на координатной плоскости.

3

единицы — на таком расстоянии от точки $(0; 0)$ лежит каждая точка этой окружности.

Радиус показывает расстояние от центра до любой точки окружности и задаёт её размер.

Условие задачи и определение окружности

Окружность как множество точек с формулой $x^2 + y^2 = r^2$

Центр в начале координат

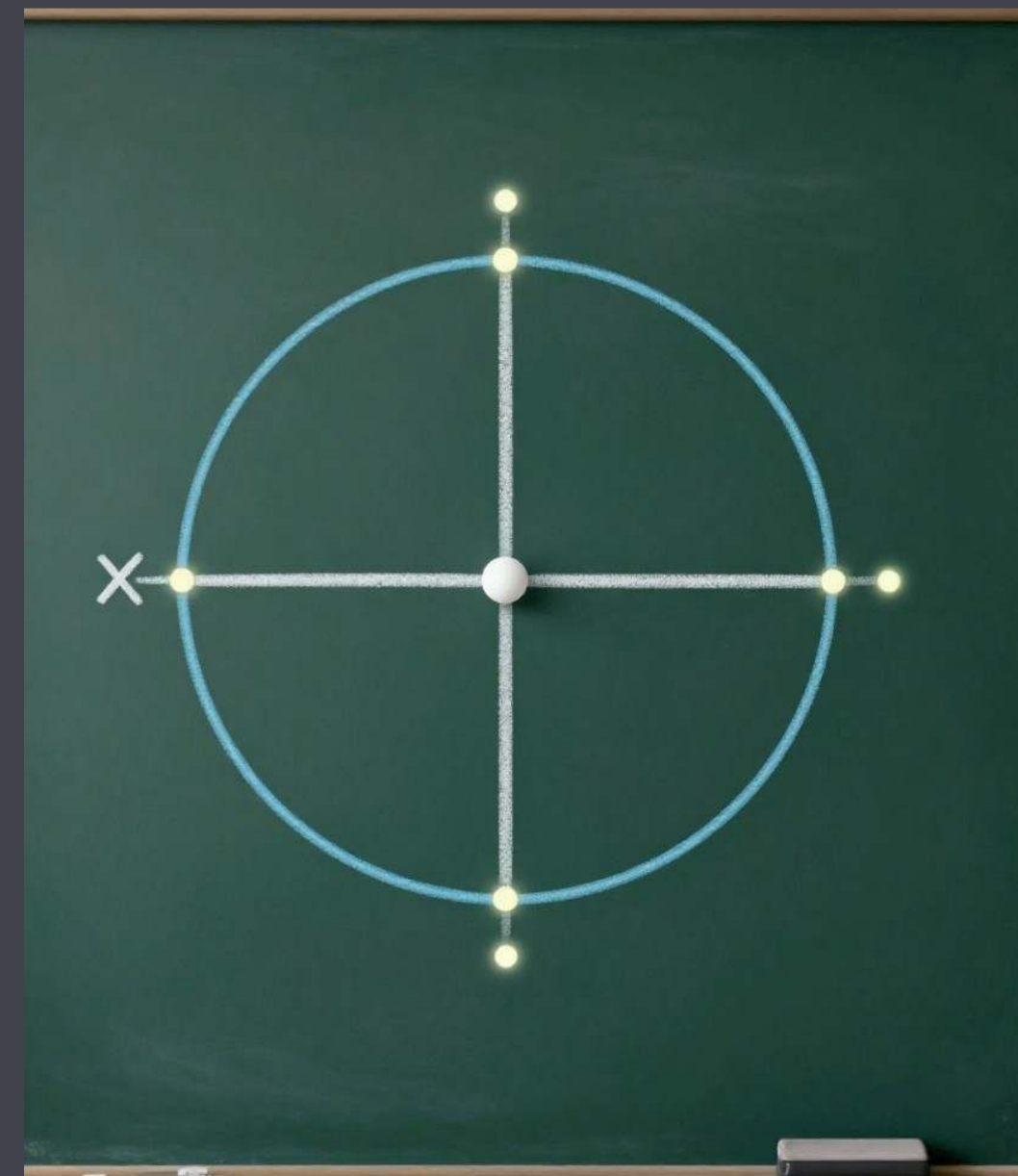
Уравнение описывает все точки, одинаково удалённые от точки (0; 0). Поэтому центр окружности всегда находится в начале координат, а сама фигура получается симметричной относительно обеих осей.

Радиус в уравнении

Число r задаёт расстояние от центра до окружности. Если $r = 3$, то каждая точка фигуры удалена от начала координат ровно на три единицы.

Алгебра и геометрия

Формула $x^2 + y^2 = r^2$ показывает, как запись с переменными превращается в рисунок. По уравнению можно сразу понять форму фигуры и проверить, лежит ли точка на ней.



Сравнение разных уравнений и их графических образов

Уравнение	Что задаёт	Свойство
$x = 0$	ось Oy	$x = 0$
$y = 0$	ось Ox	$y = 0$
$y = x$	прямая	координаты равны
$x^2 + y^2 = 9$	окружность	расст. 3

Одно и то же уравнение может задавать прямую, ось или окружность. В таблице видно, как запись связана с формой на плоскости.

По виду записи можно заранее определить фигуру и её главное свойство, не строя график полностью.

Определения уравнений и их графических образов

Принадлежность точки множеству



Точка подходит

Если координаты точки удовлетворяют всем условиям, она принадлежит множеству. Тогда её можно обозначить символом $\checkmark$ и считать частью заданной области на плоскости.

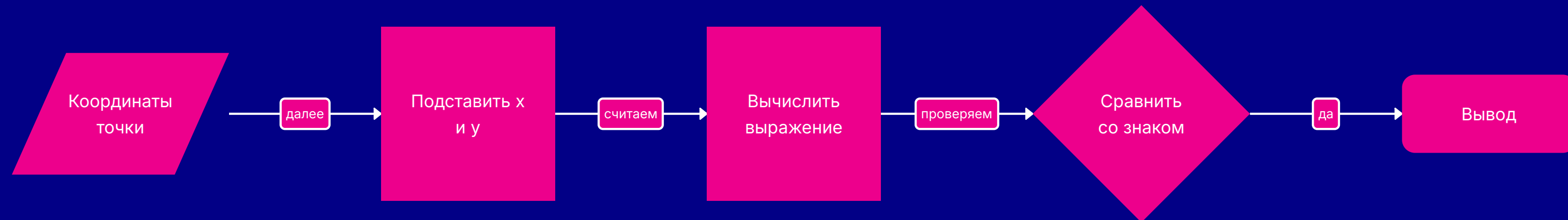


Условие не выполнено

Если хотя бы одно условие нарушено, точка не входит в множество и обозначается символом $\times$. Такой способ помогает быстро проверять примеры без построения полного рисунка.

Проверка, принадлежит ли точка множеству

Последовательность действий при подстановке координат в условие



Пересечение множеств точек

1

Общая часть

Пересечение содержит только те точки, которые одновременно подходят под два условия. Если одна точка не выполняет хотя бы одно из них, она не входит в пересечение.

2

Пример с четвертью

Условия $x > 0$ и $y > 0$ вместе описывают первую четверть. Здесь каждая точка находится правее оси Oy и выше оси Ox , поэтому обе проверки выполняются сразу.

3

Практический смысл

Пересечение удобно использовать, когда нужно найти общую область двух фигур или ограничений. Тогда ответом становится не вся фигура, а только её совпадающая часть.

Геометрические фигуры как множества точек

Фигуры на плоскости можно описывать через точки, которые им принадлежат. Такой взгляд объединяет геометрию с координатами и помогает точно задавать границы.

У каждой фигуры есть свой набор точек и общий признак, по которому её можно описать как множество.

Геометрические определения фигур на плоскости

Координатная плоскость в жизни и в учебных задачах

Карты и навигация

На картах координаты помогают быстро указать место без длинного описания. Достаточно двух чисел, чтобы найти нужную точку и точно определить её положение на местности.

Школьные графики

В учебных заданиях координатная плоскость нужна для построения графиков и проверки ответов. Она показывает, как числа связаны с формой линии, области или фигуры.

Игры и таблицы

В компьютерных играх и электронных таблицах координаты помогают обозначать клетки, объекты и действия. Это делает поиск, движение и сравнение данных более понятными и удобными.



Главные обозначения, которые нужны в теме

Обозначение	Значение	Пример
$(x; y)$	координаты точки	$(4; -2)$
$\square / \square$	принадлежит / нет	$A \square M$
$\leq / \geq$	граница входит	$y \leq 3$
$<$	граница не входит	$x < 5$

Эти обозначения чаще всего встречаются при работе с точками, неравенствами и множествами на координатной плоскости.

Знаки помогают быстро понять, входит ли точка или граница в множество, и правильно читать условия задач.

Основные обозначения координатной плоскости и множеств

Что важно запомнить о множествах точек

Множество точек объединяет все точки, которые подходят под одно условие. Уравнения рисуют линии и окружности, а неравенства — области; координаты помогают увидеть это наглядно и проверить ответ.