

Функции и их графики: как увидеть зависимость между величинами

Формула объясняет зависимость, а график показывает её наглядно.

Почему функции важны в 7 классе

Функции помогают описывать движение, покупки, температуру и рост, а графики быстро показывают изменения, сравнивают значения и выявляют закономерности без длинных вычислений.



Что такое функция

1. Правило зависимости

Функция задаёт правило, по которому каждому значению x соответствует только одно значение y . Это позволяет однозначно описывать связь между двумя величинами в задаче.

2. Аргумент и значение

Значение x называют аргументом, а y — значением функции. Аргумент выбирают первым, а результат вычисляют по заданной формуле или правилу.

3. Запись $y=f(x)$

Обозначение $y=f(x)$ показывает, что y зависит от выбранного x . Такая запись удобна, потому что сразу видно, какая величина изменяется, а какая зависит от неё.

4. Однозначность результата

Один и тот же x не может соответствовать двум разным значениям y . Если это происходит, правило не является функцией и требует исправления или уточнения.

Координатная плоскость и точки графика

Две оси

Координатная плоскость состоит из горизонтальной оси x и вертикальной оси y . Они образуют основу для изображения точек, таблиц и графиков функций.

Начало координат

Точка $O(0; 0)$ называется началом координат. От неё удобно отсчитывать расстояния по осям и определять положение каждой точки на плоскости.

Пара чисел

Любая точка задаётся координатами $(x; y)$: сначала указывают значение по оси x , затем по оси y . Порядок чисел менять нельзя, иначе точка окажется в другом месте.

Что такое график

График функции состоит из всех точек, координаты которых подходят формуле. По нему можно увидеть, как изменяются значения и как устроена зависимость между величинами.

Основные виды функций и их графики

Вид	Формула	График	Пример
Линейная	$y=kx+b$	Прямая	цена
Квадратичная	$y=x^2$	Парабола	площадь
Обратная пропорциональность	$y=1/x$	Гипербола	скорость
Постоянная	$y=c$	Горизонталь	температура

Учебный материал по теме «Функции и их графики»

Таблица показывает, как по формуле можно заранее представить внешний вид графика и узнать функцию по её форме.

Разные формулы дают разные формы графиков, но каждый из них помогает быстро распознавать тип зависимости и её основные свойства.

Линейная функция

1.

Общий вид

Линейная функция записывается как $y=kx+b$. Её график всегда изображается прямой линией, поэтому для неё удобно рассматривать направление и положение на координатной плоскости.

2.

Роль коэффициента k

Число k определяет наклон прямой: при $k>0$ она возрастает, а при $k<0$ убывает. Чем больше $|k|$, тем заметнее наклон графика.

3.

Роль числа b

Число b показывает, где прямая пересекает ось y . Если b положительно, график расположен выше начала координат; если отрицательно, ниже него.

4.

Где встречается

Линейная зависимость часто появляется в задачах о цене, времени и равномерном движении. В таких ситуациях изменение одной величины происходит с постоянным шагом.

Как меняется линейная функция при разных значениях k и b



Знак коэффициента и свободного члена влияет на внешний вид прямой, даже если формула меняется совсем немного.

k задаёт направление наклона, а b определяет вертикальный сдвиг прямой и её положение относительно начала координат.

Квадратичная зависимость и парабола

1. Форма графика

График функции $y=x^2$ — это парабола с вершиной в точке $(0; 0)$. Её форма помогает быстро распознать квадратичную зависимость среди других графиков.

2. Симметрия

Парабола симметрична относительно оси y : левая и правая части одинаковы. Поэтому одинаковым по модулю значениям x соответствуют одинаковые значения y .

3. Изменение значений

Чем дальше x от нуля, тем больше y . Это значит, что значения растут быстрее по мере удаления от вершины, а у основания график более пологий.

4. Применение в задачах

Квадратичная зависимость встречается в простых задачах о площади, расстоянии и движении по дуге. Она помогает описывать ситуации, где рост значения ускоряется.

Парабола в окружающем мире

Траектория мяча

При полёте мяч часто описывает дугу, похожую на параболу. На координатной сетке легко увидеть вершину траектории и направление её ветвей.

Ось симметрии

Если мысленно провести ось симметрии, левая и правая части кривой будут соответствовать друг другу. Это помогает сравнивать участки графика по обе стороны от вершины.

Архитектурные формы

Параболический силуэт встречается в дугах мостов, арках и некоторых декоративных элементах. Такие формы не только красивы, но и хорошо узнаваемы на рисунке.

Связь с графиком

Реальные объекты помогают лучше запомнить вид параболы. Когда форма в жизни напоминает график, проще понять, как выглядит квадратичная зависимость на плоскости.





Такой график помогает увидеть, что при увеличении x значение y уменьшается, а точка $x=0$ исключена из рассмотрения.

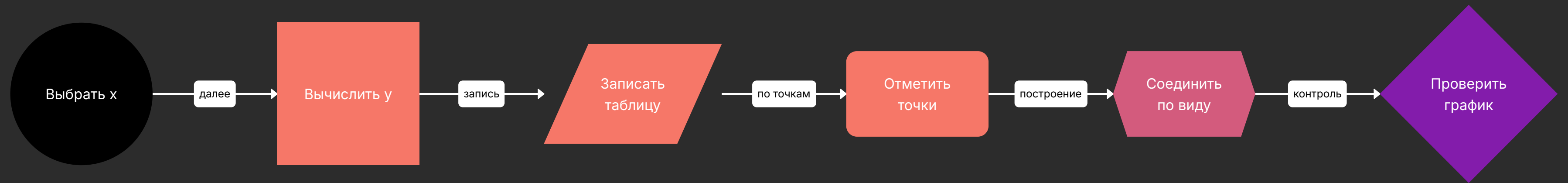
2

ветви имеет график функции $y=1/x$, поэтому он разделён на две части и не пересекает оси координат.

Учебный материал по теме «Обратная пропорциональность»

Как построить график по таблице значений

Последовательность действий: от выбора значений аргумента до проверки полученного графика.



Как читать график функции



Найти значение

По заданному значению x на графике находят соответствующее y и сразу видят ответ без длинных вычислений. Это удобно, когда нужно быстро определить результат в конкретный момент.



Увидеть изменение

По наклону и направлению графика можно определить, где функция возрастает, а где убывает. Так проще заметить изменение величины и сравнить разные участки зависимости.



Сравнить точки

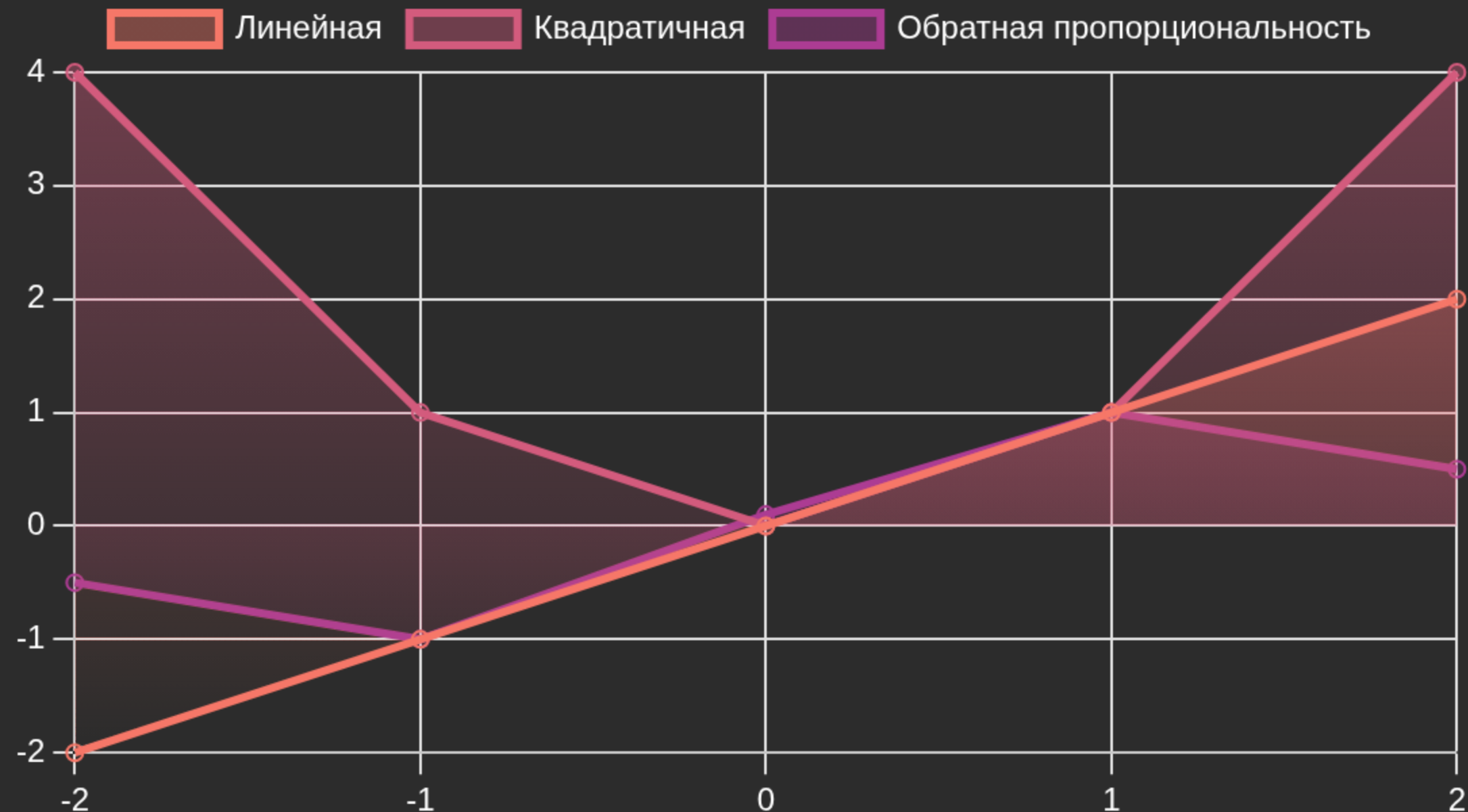
График позволяет сравнивать значения в разных местах: какая точка выше, какая ниже и насколько велико различие. Это помогает оценивать данные не по отдельности, а сразу целой картиной.



Найти пересечения

Точки пересечения с осями показывают нули функции и значение при $x = 0$. По ним удобно проверять формулу и понимать, как расположен график относительно координатных осей.

Сравнение графиков линейной, квадратичной и обратной функции



Учебные примеры для 7 класса

На одном поле видно, что одинаковые значения аргумента дают совершенно разные формы графиков. Это помогает не перепутать тип функции по внешнему виду.

Линия растёт равномерно, парабола симметрична, а гипербола имеет две ветви. По форме можно быстро распознать функцию и её поведение.

Главные признаки разных графиков

Вид	График	Особенность
Линейная	Прямая	Одна линия
Квадратичная	Парабола	Ось симметрии
Обратная	Две ветви	$x \neq 0$
Постоянная	Горизонталь	$y = \text{const}$

Таблица помогает быстро сопоставить вид функции с её внешним видом и основными свойствами.

По форме графика можно определить тип функции. Особенно заметны число ветвей, наличие симметрии и положение относительно осей.

Нули функции и пересечения с осями

Ноль функции

Ноль функции — это такое значение x , при котором значение y равно нулю. На графике он находится там, где линия или кривая пересекает ось x .

Пересечение с осью y

Точка на оси y показывает значение функции при $x = 0$. По ней удобно сразу увидеть, с какого уровня начинается график и где он расположен относительно начала координат.

Проверка формулы

Если график построен верно, его пересечения с осями должны соответствовать уравнению. Эти точки помогают быстро заметить ошибку в вычислениях или в нанесении точек.

Область определения и область значений

1.

Разрешённые x

Область определения включает все значения x , которые можно подставить в формулу без ошибки. Для некоторых функций есть ограничения, например нельзя делить на ноль.

2.

Получающиеся y

Область значений — это все числа y , которые действительно встречаются на графике. Она показывает, какие ответы может дать функция при допустимых значениях аргумента.

3.

Пример с квадратом

Для функции $y = x^2$ можно брать любое число x , поэтому область определения — все числа. Но значения y не бывают отрицательными, значит область значений начинается с нуля.

4.

Пример с дробью

Для функции $y = 1/x$ число 0 запрещено, потому что деление на ноль не определено. Поэтому точка $x = 0$ не входит в область определения и не появляется на графике.

Функции в жизни школьника

Движение Покупки Погода Рост растения



Одна и та же идея зависимости встречается в разных задачах: от поездки на автобусе до изменения температуры. Важно уметь выбирать нужные величины.

Функции помогают описывать реальные процессы с помощью чисел и графиков. Чем понятнее связь между величинами, тем проще решать практические задачи.

Учебные примеры по алгебре, 7 класс

Типичные ошибки при чтении и построении графиков

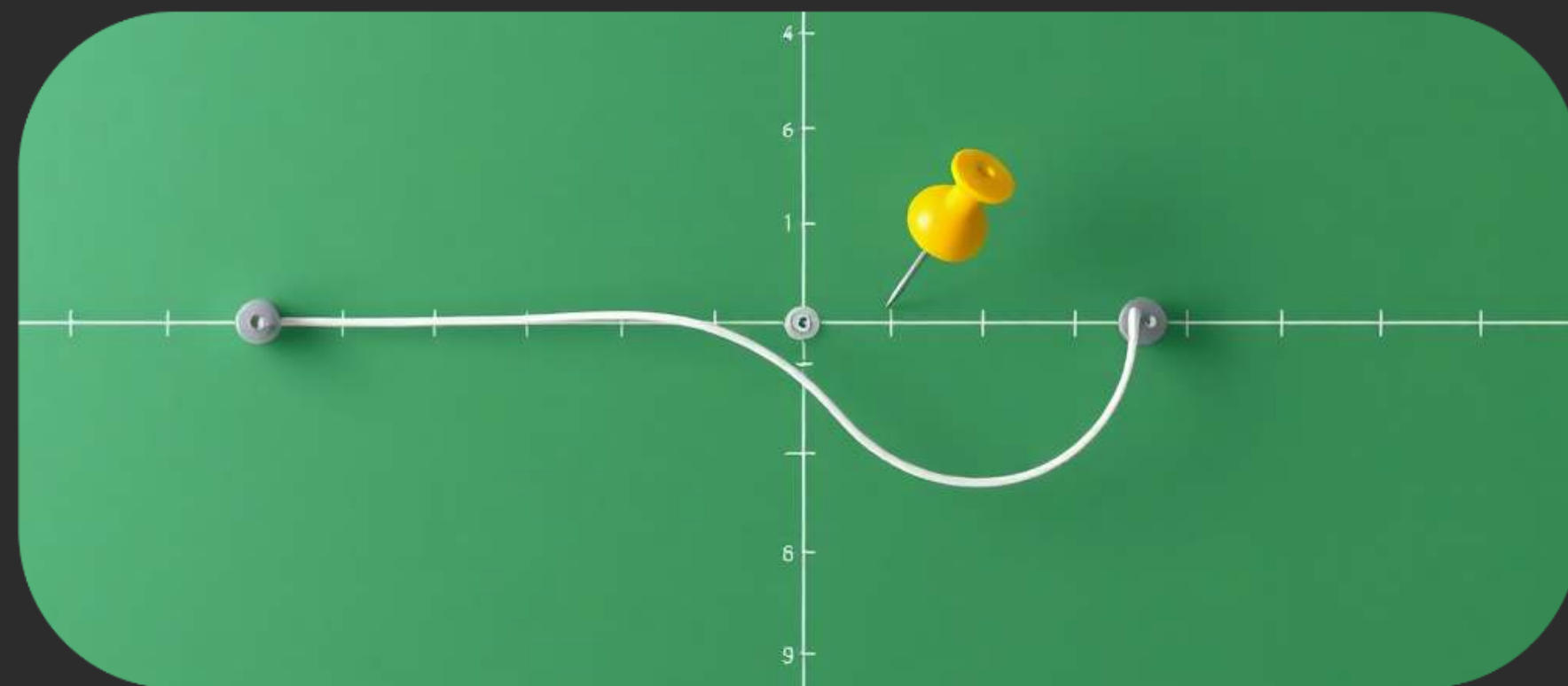
Когда оси перепутаны местами

Иногда ученик откладывает значения x по вертикали, а y — по горизонтали, и из-за этого весь график становится неверным. Такая ошибка особенно заметна в задачах с таблицей значений, где каждую точку нужно читать очень внимательно. Правильное расположение осей сразу меняет картину.



Одна точка — искажение всего рисунка

Если неправильно выбрать масштаб или пропустить отрицательные значения, точки смещаются и график теряет свою форму. Даже одна ошибочно отмеченная точка может превратить прямую в ломаную или исказить параболу, поэтому после построения всегда полезно проверить результат ещё раз.



Как графики помогают решать задачи

1. Быстрый поиск ответа

По графику можно сразу определить нужное значение величины в выбранный момент. Это экономит время и помогает не считать лишние промежуточные данные.

2. Максимум и минимум

График показывает, где значение самое большое или самое маленькое. Такие точки особенно полезны, когда нужно сравнить несколько вариантов решения или выбрать лучший результат.

3. Рост и спад

По направлению графика легко увидеть, где функция возрастает, а где убывает. Это помогает понимать, как меняется величина без подробной таблицы чисел.

4. Проверка задачи

В задачах на движение и в практических примерах график помогает проверить вычисления. Если ответ не совпадает с рисунком, значит, где-то допущена ошибка.

Функция и график: один смысл, две формы

Функция задаёт точное правило, а график делает его наглядным. Если научиться читать линии, кривые и точки на координатной плоскости, задачи по алгебре становятся понятнее и решаются увереннее.