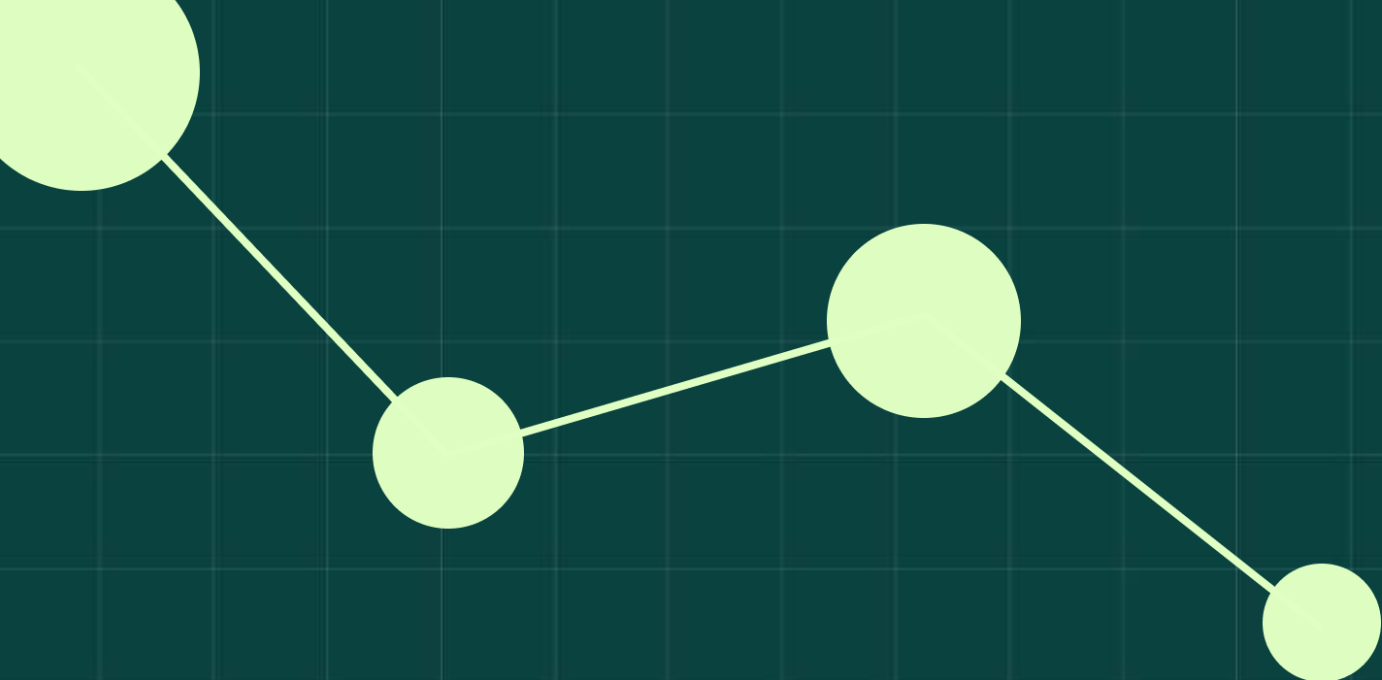




Способ подстановки в системах уравнений

Как заменить неизвестное
и быстро решить систему?



Где встречаются системы и зачем нужен подстановки

Системы уравнений помогают решать задачи про покупки, возраст, расстояние и другие ситуации. Способ подстановки удобен, когда одну переменную легко выразить через другую и затем подставить в соседнее уравнение.



Алгоритм решения системы способом подстановки

Последовательность шагов при решении линейной системы

Если коэффициент при переменной равен 1 или -1 , выражение получается сразу и решение идёт быстрее.

Правило выбора метода при решении систем уравнений



1

**коэффициент при переменной
делает выражение почти готовым**

Главная идея подстановки

5

- **Выразить одно неизвестное**

Сначала одну переменную записывают через другую в удобном виде. После этого её можно заменить в соседнем уравнении, не теряя связь между условиями системы.

- **Получить одно уравнение**

После подстановки в системе остаётся только одна переменная. Это упрощает вычисления: вместо двух неизвестных нужно решить обычное линейное уравнение.

- **Вернуться к ответу**

Когда первое число найдено, вторую переменную подставляют обратно. Так получают пару значений, которая удовлетворяет обоим исходным уравнениям.



Подстановка и сложение: в чем разница

Метод	Когда удобен	Главный шаг
Подстановка	Переменная выражена	Подставить выражение
Сложение	Есть противоположные коэфф.	Сложить уравнения

Сравним два способа решения системы и выберем тот, который требует меньше преобразований.

Подстановка выигрывает, когда выражение уже почти готово. Сложение удобнее, если коэффициенты можно быстро сделать противоположными.

Первый шаг: выразить переменную

7

1

Найти простое уравнение

Выбирают то уравнение, где переменная выражается легче всего. Чем короче получится запись, тем меньше будет вычислений на следующих шагах.

2

Записать через другую букву

Из уравнения $x + y = 8$ можно получить $x = 8 - y$ или $y = 8 - x$. Оба варианта подходят, если дальше подстановка удобна.

3

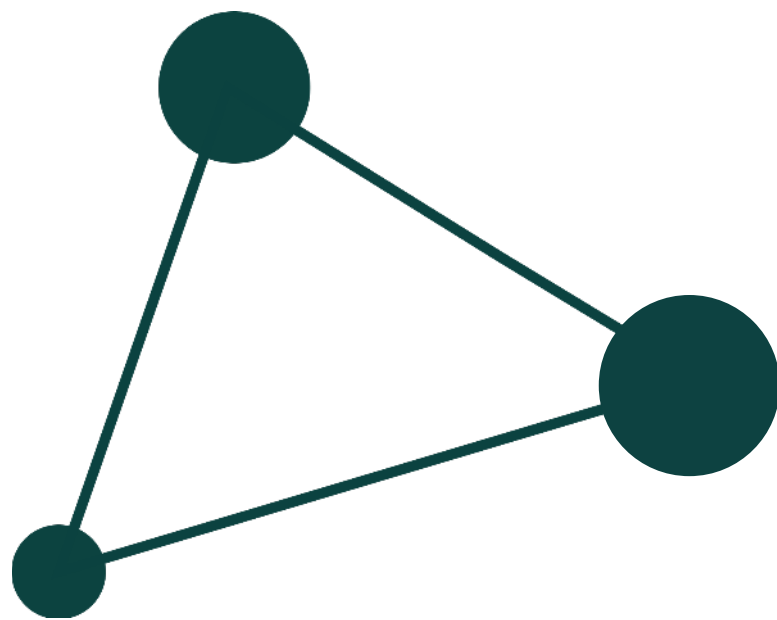
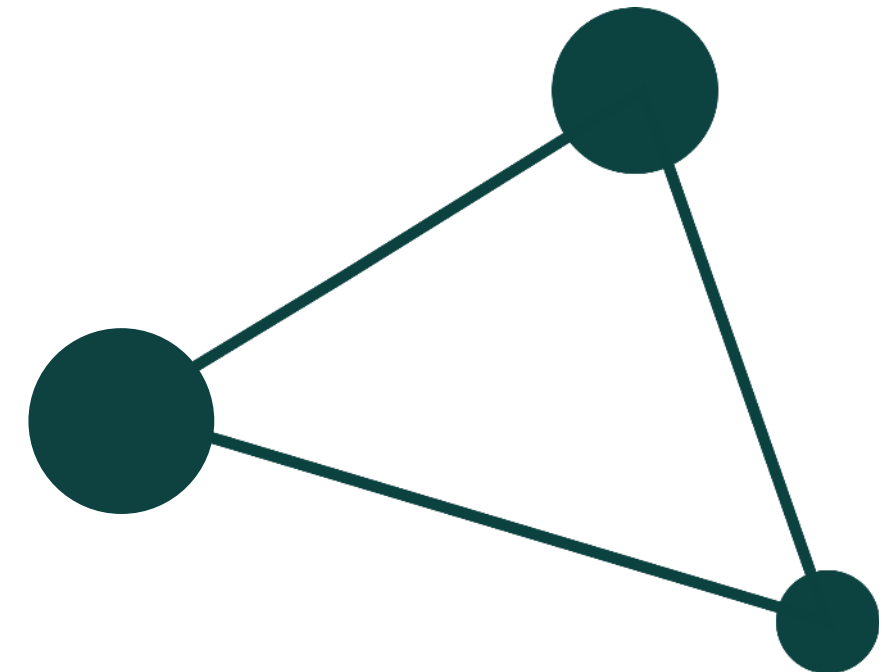
Использовать готовый вид

Если в уравнении уже написано $y = \dots$ или $x = \dots$ дополнительные преобразования не нужны. Такое выражение сразу берут для подстановки.

4

Сократить вычисления

Удобный первый шаг помогает избежать лишних скобок, дробей и длинных преобразований. Поэтому решение становится короче и понятнее.



Как система превращается в одно уравнение



Схема показывает, что после выражения и подстановки две неизвестные постепенно сводятся к одной. Это делает решение линейной системы более наглядным.

Метод работает потому, что одна переменная заменяет другую, и система переходит от двух неизвестных к одному уравнению.



Схема этапов решения системы способом подстановки

Пример 1: простая линейная система

9

1

Дано уравнения

Рассматриваем систему: $y = x + 2$ и $x + y = 10$. Первое уравнение уже выражает переменную, поэтому его удобно использовать для подстановки.

2

Подставить выражение

Во второе уравнение вместо y записываем $x + 2$. Получаем $x + (x + 2) = 10$, затем $2x + 2 = 10$.

3

Найти x

После вычитания 2 из обеих частей имеем $2x = 8$. Делим на 2 и получаем $x = 4$.

4

Найти и проверить y

Подставляем $x = 4$ в $y = x + 2$ и получаем $y = 6$. Проверка даёт $4 + 6 = 10$, значит ответ верный.

Пример 2: система с дробями

Шаг 1. Записываем систему

Дано: $y = x/2$ и $x + y = 9$.
Первое уравнение сразу даёт удобное выражение для подстановки.

Шаг 2. Подставляем

Вместо y во втором уравнении пишем $x/2$.
Получаем $x + x/2 = 9$ — одно уравнение с одной переменной.

Шаг 3. Решаем

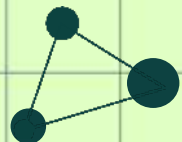
Приводим к общему знаменателю: $2x/2 + x/2 = 9$, значит $3x/2 = 9$. Отсюда $x = 6$.

Шаг 4. Находим ответ

Подставляем $x = 6$ в $y = x/2$ и получаем $y = 3$.
Пара $(6; 3)$ удовлетворяет обеим строкам системы.

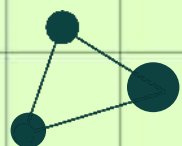
Проверка найденного ответа

11



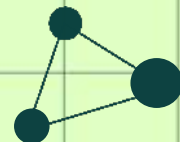
Подставьте оба числа

Найдённые значения x и y нужно подставить в каждое исходное уравнение. Если в обеих строках получаются верные равенства, система решена правильно.



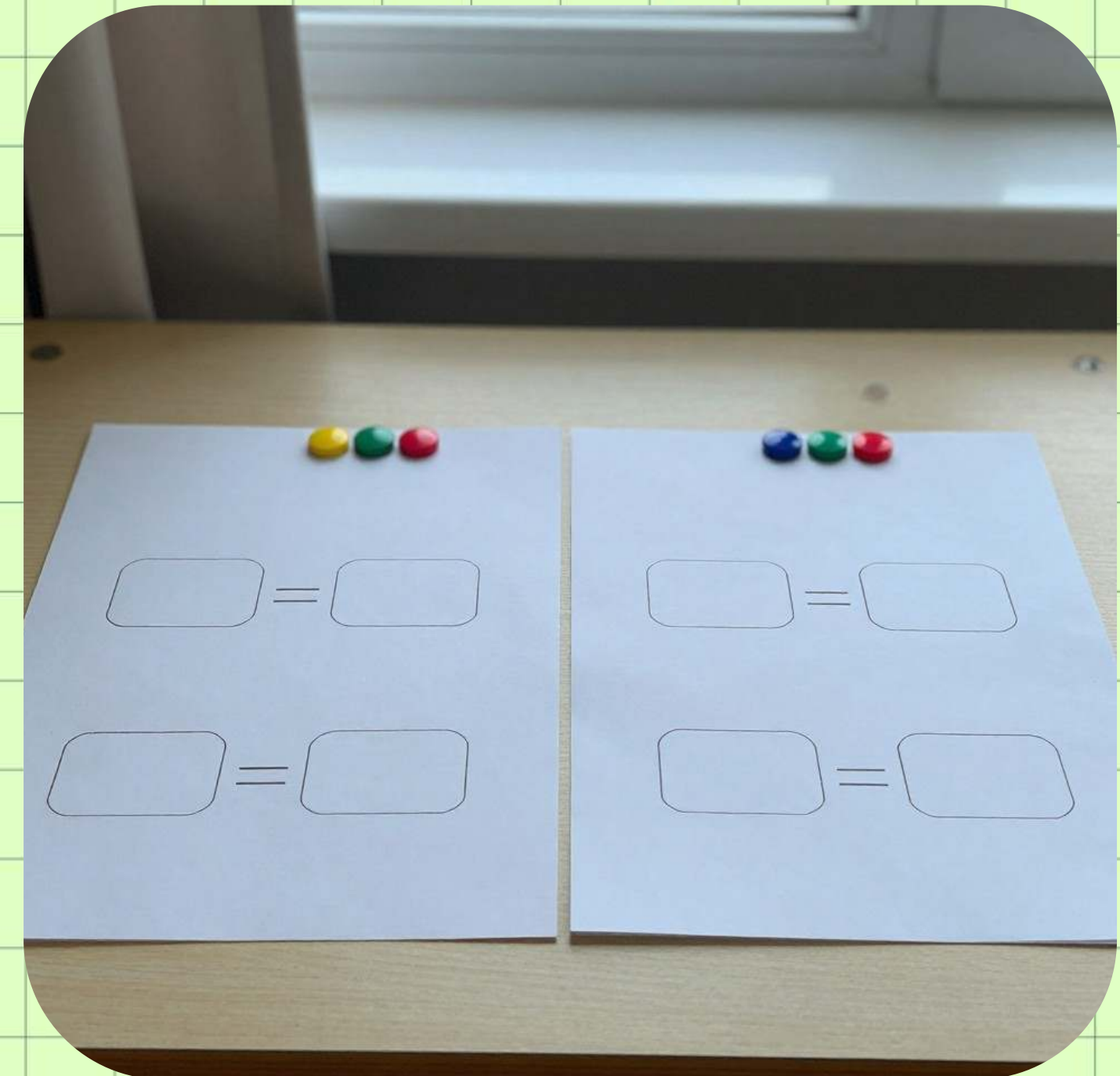
Убедитесь в смысле

Если числа подходят алгебраически, они должны соответствовать и условию задачи. Поэтому проверка показывает не только правильность вычислений, но и разумность ответа.



Сверьте вычисления

Проверка помогает заметить ошибку в знаке, скобках или дробях. Даже если ответ выглядит правдоподобно, одно неверное действие может изменить результат.



Типичные ошибки при подстановке

Ошибка	Пример	Последствие
Неверный знак	$x = 7 + y$	Неправильный ответ
Не то выражение	вместо y подставлено x	Система искажена
Нет проверки	ответ не сверяли	Ошибка остаётся
Скобки пропущены	$x + 2y$ вместо $x + (2y)$	Счёт становится неверным

Чаще всего ошибки связаны не с идеей метода, а с невнимательностью при записи выражений и проверке результата.

Аккуратная запись знаков, скобок и подстановка нужной переменной заметно снижает число ошибок.



Сколько решений может иметь система



Одно решение

Прямые пересекаются в одной точке, поэтому система имеет единственную пару значений. При подстановке получается обычное равенство, которое даёт конкретный ответ.



Бесконечно много решений

Если уравнения описывают одну и ту же прямую, каждая подходящая точка подходит обоим уравнениям. После подстановки получается тождество, например верное равенство для любых значений.

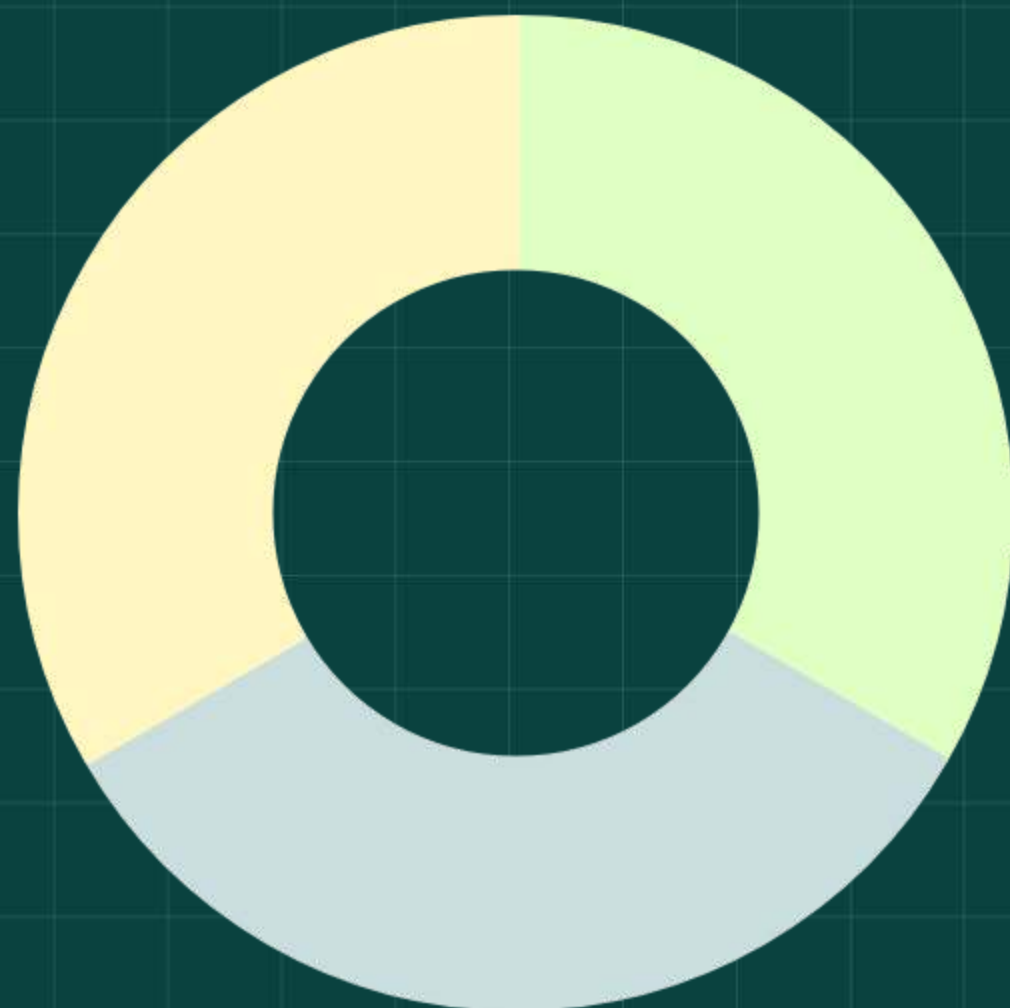


Решений нет

Когда прямые параллельны, они не пересекаются, и общих значений нет. При подстановке возникает противоречие, например неверное равенство, которое нельзя выполнить ни при каком числе.

Три возможных результата после подстановки

Одно решение Бесконечно много Нет решений



После замены переменной итог зависит от полученного уравнения: оно может привести к точному числу, тождеству или противоречию.

В школьных задачах чаще встречается единственное решение, но метод позволяет распознать все три случая.



Схема возможных исходов линейной системы после подстановки

Подстановка в задачах из жизни



Покупки и цена

Если известна сумма покупок и разница в цене, одну величину удобно выразить через другую. Так можно быстро найти стоимость каждого товара без лишних догадок.



Возраст и количество

В задачах про возраст или число предметов подстановка помогает связать два условия одной формулой. Сначала записывают выражение для одной величины, затем получают точный ответ.



Расстояние и скорость

Когда в задаче есть путь, время и скорость, одно из значений часто выражают через другое. Подстановка превращает словесное условие в понятную систему уравнений.

Как текстовая задача превращается в систему

Последовательность показывает, как перейти от условия к ответу через систему уравнений и подстановку.

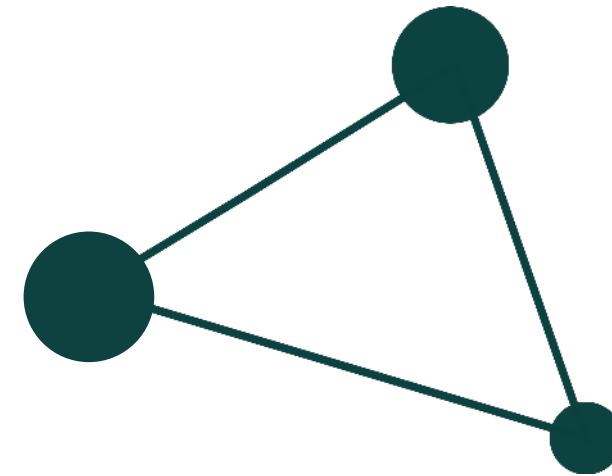
Почему способ подстановки важен в 7 классе

17

1

Учится алгебраической записи

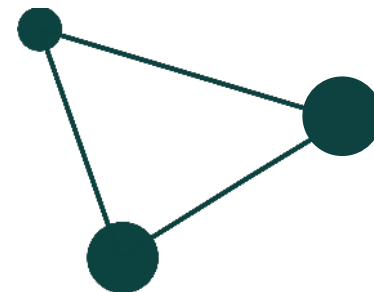
Метод помогает понимать, как буквы заменяют числа и как из словесного условия строится выражение. Это важный шаг к уверенной работе с алгеброй.



2

Развивает точность вычислений

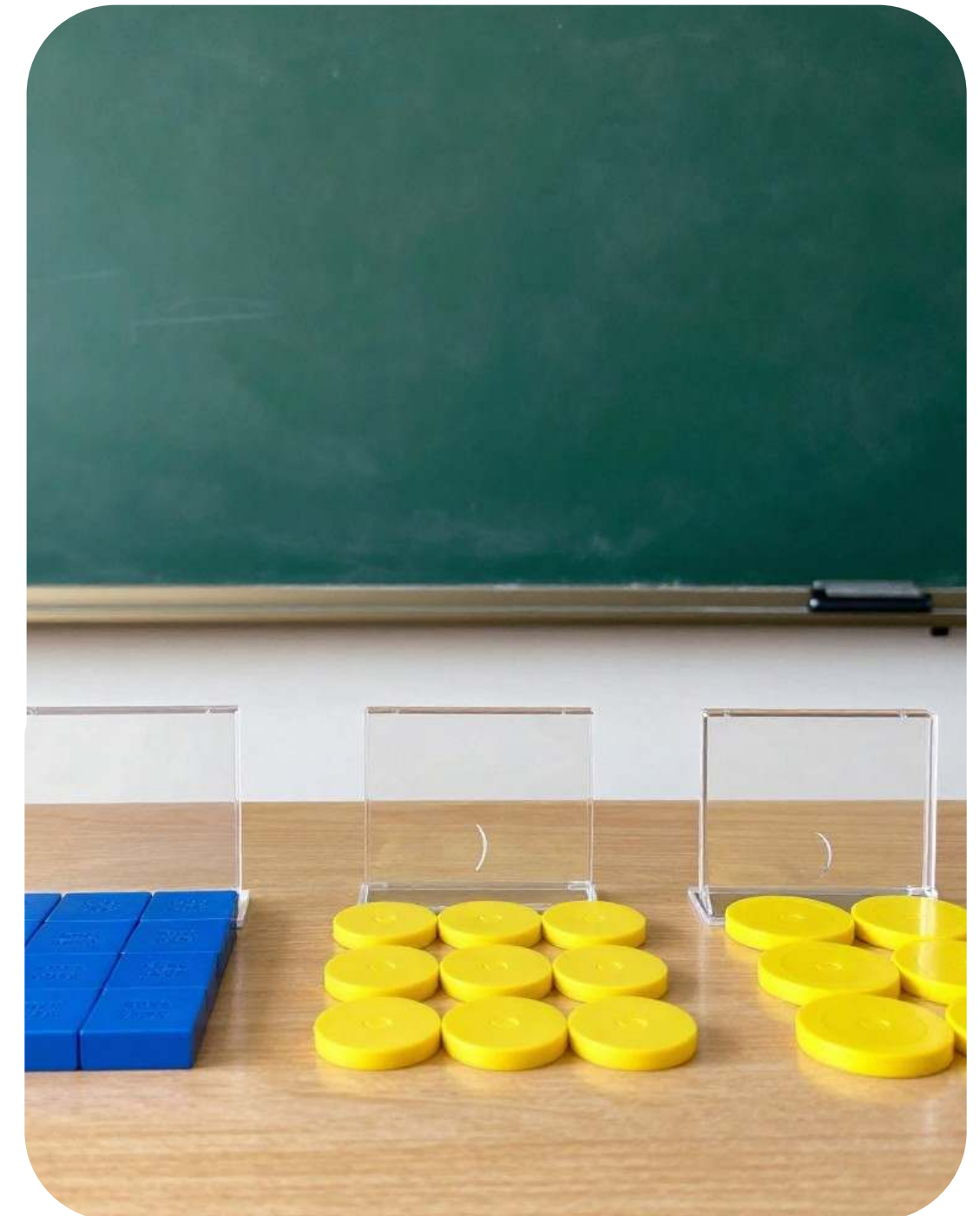
При подстановке нужно внимательно следить за скобками, знаками и порядком действий. Такая практика укрепляет аккуратность и снижает число ошибок в решениях.



3

Готовит к новым темам

Способ подстановки становится основой для более сложных задач с уравнениями и графиками. Он показывает, что разные записи могут описывать одну и ту же ситуацию.



Памятка по шагам решения системы

Шаг	Действие	Результат
1	Выбрать уравнение	Есть выражение
2	Подставить в другое	Одно уравнение
3	Решить	Найдено x или y
4	Найти вторую переменную	Получена пара
5	Проверить ответ	Решение подтверждено

Эта памятка помогает не сбиться с последовательности действий и довести решение до проверки.

Если соблюдать порядок шагов, решение становится понятным и почти не требует лишних преобразований.

Что нужно запомнить о способе подстановки

● Заменяем переменную

Суть метода в том, что одну неизвестную выражают через другую и подставляют полученное выражение во второе уравнение. Так система постепенно сводится к одному уравнению.

● Смотрим на удобство

Подстановка особенно хороша, когда одно из уравнений уже записано в виде $x = \dots$ или $y = \dots$. В таком случае решение идёт быстрее и проще.

● Следим за записью

Скобки, минусы и дроби нужно писать очень аккуратно, иначе легко получить неверный результат. В подстановке мелкая ошибка быстро меняет весь ответ.

● Обязательно проверяем

Найденная пара значений должна подходить обоим уравнениям системы. Проверка подтверждает правильность ответа и показывает, что вычисления выполнены без ошибок.



Способ подстановки: просто и надёжно

Способ подстановки помогает шаг за шагом превратить две записи в одно решение. Он удобен, понятен и особенно полезен, когда нужно найти связанные значения в уравнениях и задачах.