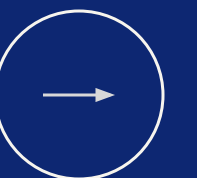


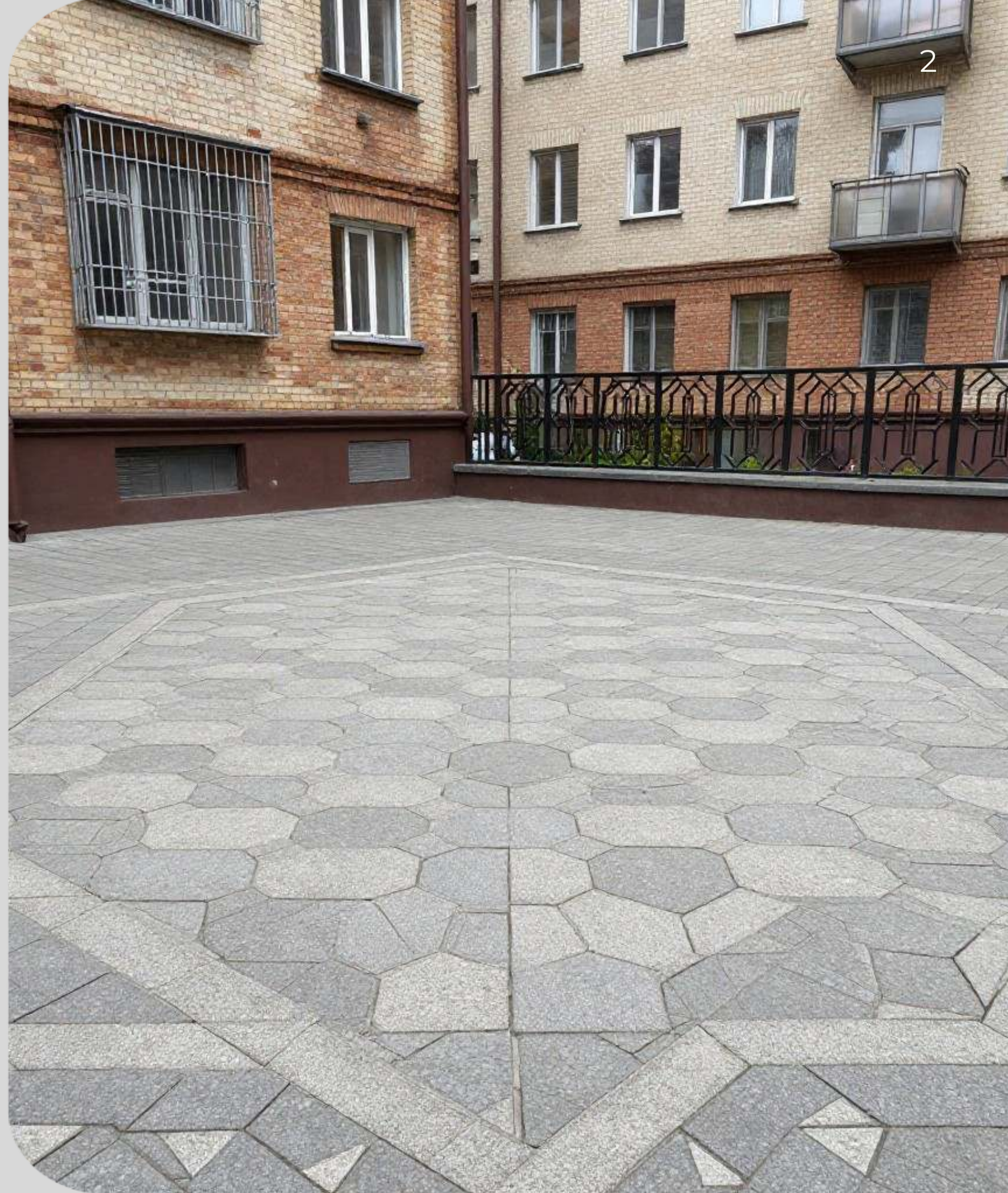
Углы многоугольников и правильные многоугольники

Разберём, как устроены многоугольники
и их углы.



Многоугольники вокруг нас

Плитка, знаки, окна и узоры на одежде часто имеют форму многоугольников. Умение распознавать такие фигуры помогает замечать симметрию, сравнивать формы и понимать, как устроены предметы вокруг нас.



Что называют многоугольником

Замкнутая линия

Многоугольник образует замкнутая ломаная без самопересечений. Это значит, что её начало и конец совпадают, а стороны соединяются последовательно, не пересекаясь.

Стороны и вершины

Стороны многоугольника — это отрезки ломаной, а вершины — точки их соединения. Именно в вершинах образуются углы, поэтому число сторон, вершин и углов всегда совпадает.

Разные виды

По числу сторон фигуры называют треугольниками, четырёхугольниками, пятиугольниками и так далее. Если сторон много и точное число не важно, говорят n -угольник.

Геометрическая основа

Многоугольники — одна из главных фигур в геометрии. С ними удобно изучать углы, симметрию и свойства плоских фигур, потому что их границы состоят только из прямых отрезков.

Готовый набор признаков

Чтобы распознать многоугольник, достаточно проверить три признака: фигура замкнута, состоит из отрезков и не имеет пересечений. Если все условия выполнены, перед нами многоугольник.

Внутренние углы многоугольника

1

Где расположен угол

Внутренний угол находится внутри фигуры и образован двумя соседними сторонами. Его удобно рассматривать как часть пространства, которую занимает многоугольник.

2

Особенность выпуклой фигуры

У выпуклого многоугольника каждый внутренний угол меньше 180° . Это значит, что все вершины как бы направлены наружу, без «впадин» внутрь фигуры.

3

Что показывает величина

Внутренние углы помогают понять, насколько «широкой» выглядит фигура внутри. Чем они больше, тем ближе многоугольник по форме к окружности.

4

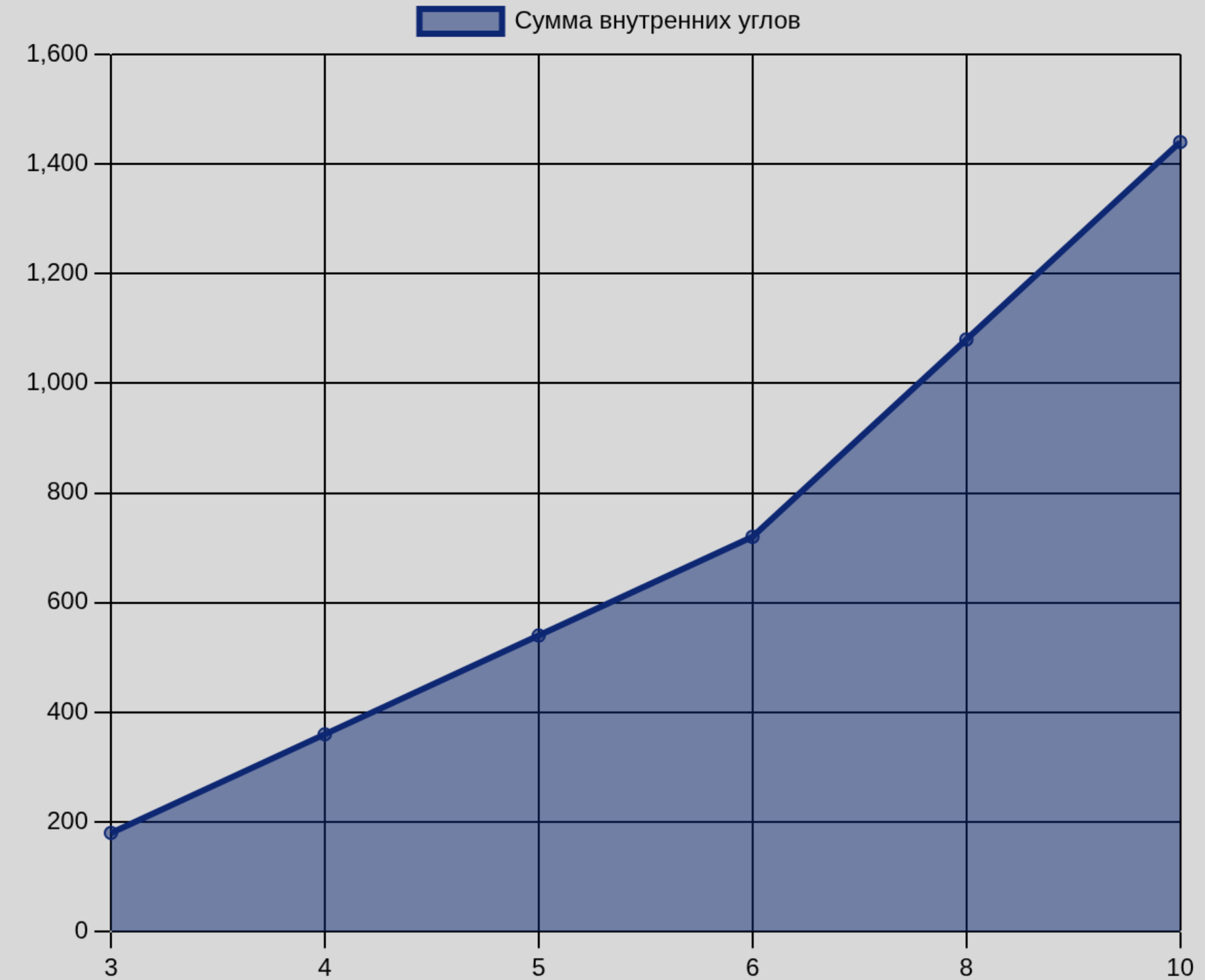
Связь с числом сторон

У правильного многоугольника при увеличении числа сторон внутренний угол становится больше. Поэтому шестиугольник выглядит «круглее», чем квадрат или треугольник.

Как растёт сумма внутренних углов

Каждая новая сторона добавляет к сумме внутренних углов ещё один шаг в 180° .

Рост идёт равномерно: сумма увеличивается на 180° при переходе к следующему многоугольнику.



Формула суммы внутренних углов выпуклого n-угольника:
 $(n-2) \times 180^\circ$.

Формула показывает, как быстро растёт сумма внутренних углов при увеличении числа сторон. Она позволяет сразу находить ответ для любой выпуклой фигуры.

$$(n-2) \times 180^\circ$$

даёт сумму внутренних углов любого выпуклого n-угольника.

Свойство выпуклого многоугольника: разбиение на треугольники из одной вершины.

Правильный многоугольник



Равные стороны

У правильного многоугольника все стороны одинаковой длины. Благодаря этому фигура выглядит аккуратной и симметричной, а её части повторяются одинаково.

Равные углы

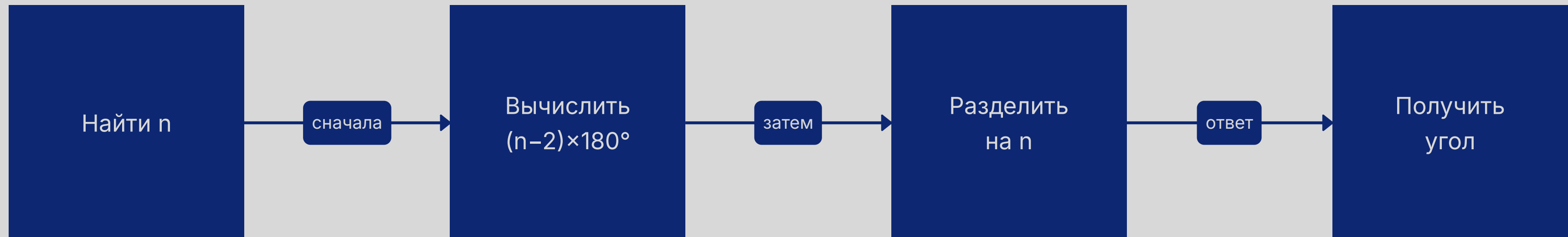
Кроме равных сторон, у такой фигуры все углы тоже равны. Именно сочетание двух признаков делает многоугольник правильным, а не только похожим на него.

Примеры фигур

К правильным многоугольникам относятся равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник. Эти фигуры часто используют в рисунках, узорах и конструкциях.

Пошаговый способ нахождения угла

Алгоритм основан на формуле суммы внутренних углов и делении результата на число сторон.



Примеры внутренних углов правильных многоугольников

01

Правильный треугольник

У равностороннего треугольника все внутренние углы равны 60° . Это самый маленький возможный угол среди правильных многоугольников.

02

Квадрат

У квадрата каждый внутренний угол равен 90° . Он хорошо знаком по клеткам, плитке и многим чертежам, потому что его форма проста и удобна.

03

Правильный пятиугольник

У правильного пятиугольника каждый внутренний угол равен 108° . Его углы уже больше прямого, поэтому фигура выглядит более «раскрытой».

04

Правильный шестиугольник

У правильного шестиугольника каждый внутренний угол равен 120° . При дальнейшем увеличении числа сторон угол становится ещё ближе к 180° .

Сравнение правильных многоугольников по числу сторон

Таблица показывает, как меняются сумма внутренних углов и один внутренний угол при росте числа сторон.

Чем больше сторон у правильного многоугольника, тем больше его внутренний угол и тем ближе фигура к кругу.

Стороны	Сумма	Один угол
3	180°	60°
4	360°	90°
5	540°	108°
6	720°	120°
8	1080°	135°

Внешние углы многоугольника

- **Как возникает угол**

Внешний угол появляется, когда одну сторону многоугольника продолжают дальше. Он образует с внутренним углом пару смежных углов и помогает описать поворот фигуры на границе.

- **Общее правило**

Для любого выпуклого многоугольника сумма всех внешних углов всегда равна 360° . Это верно и для треугольника, и для фигуры с большим числом сторон.

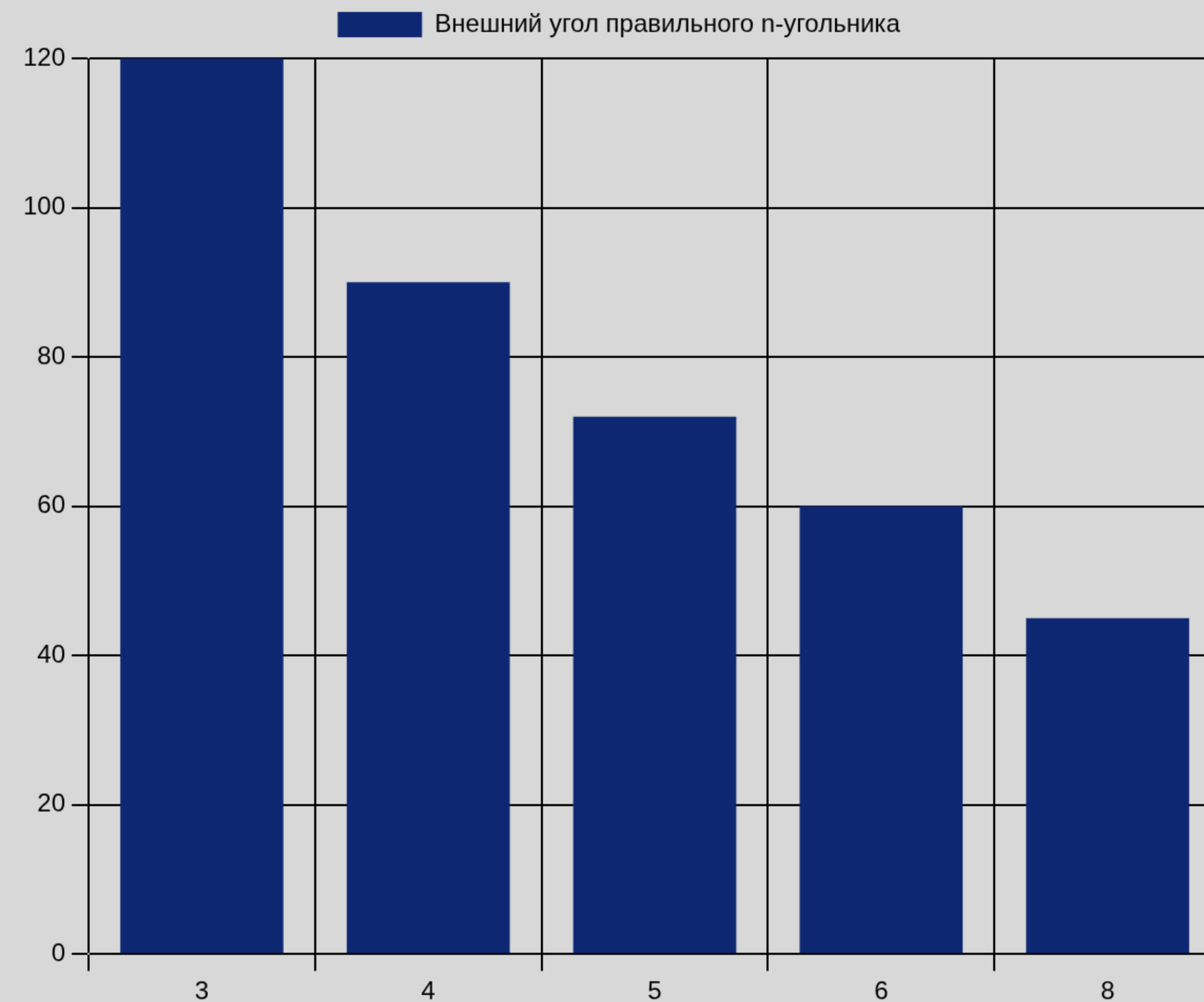
- **У правильной фигуры**

Если многоугольник правильный, все его внешние углы одинаковы. Тогда их величину удобно находить делением 360° на число сторон, что упрощает вычисления.

Внешние углы правильных многоугольников

Для правильных многоугольников внешний угол легко вычислить по числу сторон. Чем больше сторон, тем меньше угол поворота у каждой вершины.

Данные подтверждают формулу $360^\circ/n$: при увеличении числа сторон внешний угол уменьшается, а сумма всех внешних углов остается равной 360° .



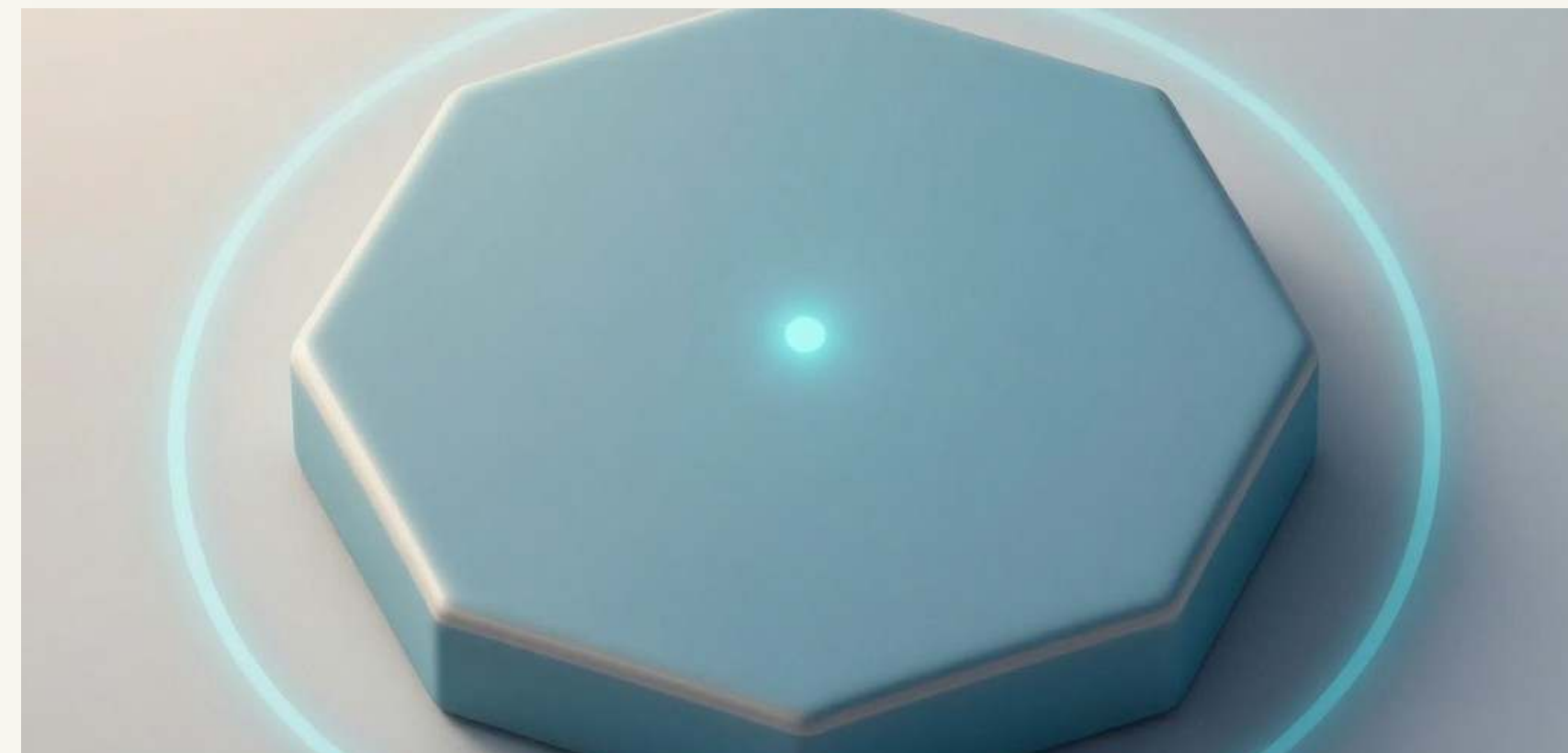
Формула $360^\circ/n$, значения вычислены для $n = 3, 4, 5, 6$ и 8 .

Как выглядит симметрия в правильных многоугольниках



Оси, которые делят фигуру пополам

У правильного многоугольника можно провести несколько осей симметрии. Каждая такая линия делит фигуру на две одинаковые части, поэтому левая и правая стороны совпадают при отражении. Это удобно видеть на правильном шестиугольнике.

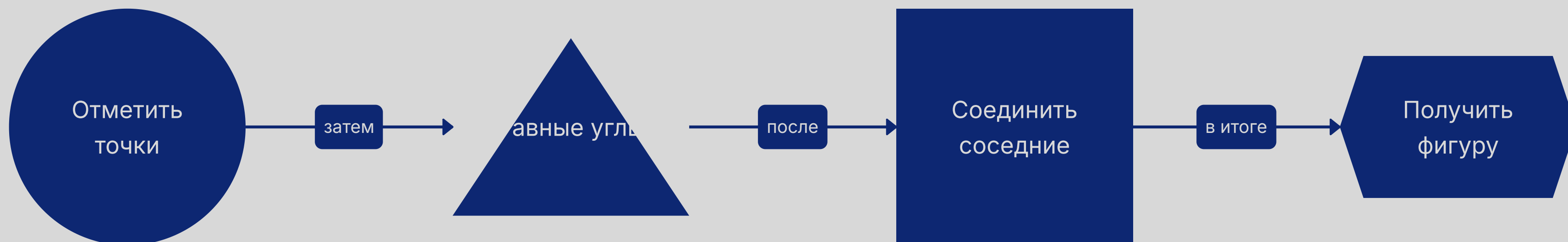


Центр, вокруг которого всё равно

В центре правильного многоугольника находится точка, одинаково удалённая от всех вершин. Если повернуть фигуру вокруг этой точки, она совпадёт сама с собой. Именно поэтому правильные многоугольники выглядят уравновешенно и аккуратно.

Как строят правильные многоугольники

Последовательность основана на равных отрезках и равных центральных углах при построении на окружности.



Правильные многоугольники в природе и технике



Пчелиные соты

Шестиугольные ячейки сот позволяют пчёлам использовать пространство очень экономно. Такая форма удобно заполняет плоскость и помогает создавать прочную конструкцию при небольшом расходе материала.



Плитка и покрытия

Квадратная плитка часто используется в полу и на стенах, потому что квадраты без зазоров покрывают поверхность. Это делает укладку понятной, ровной и удобной для расчётов.



Чертежи и схемы

В черчении правильные многоугольники помогают строить точные контуры и симметричные детали. Их углы легко проверять, поэтому такие фигуры часто выбирают для аккуратных планов и схем.



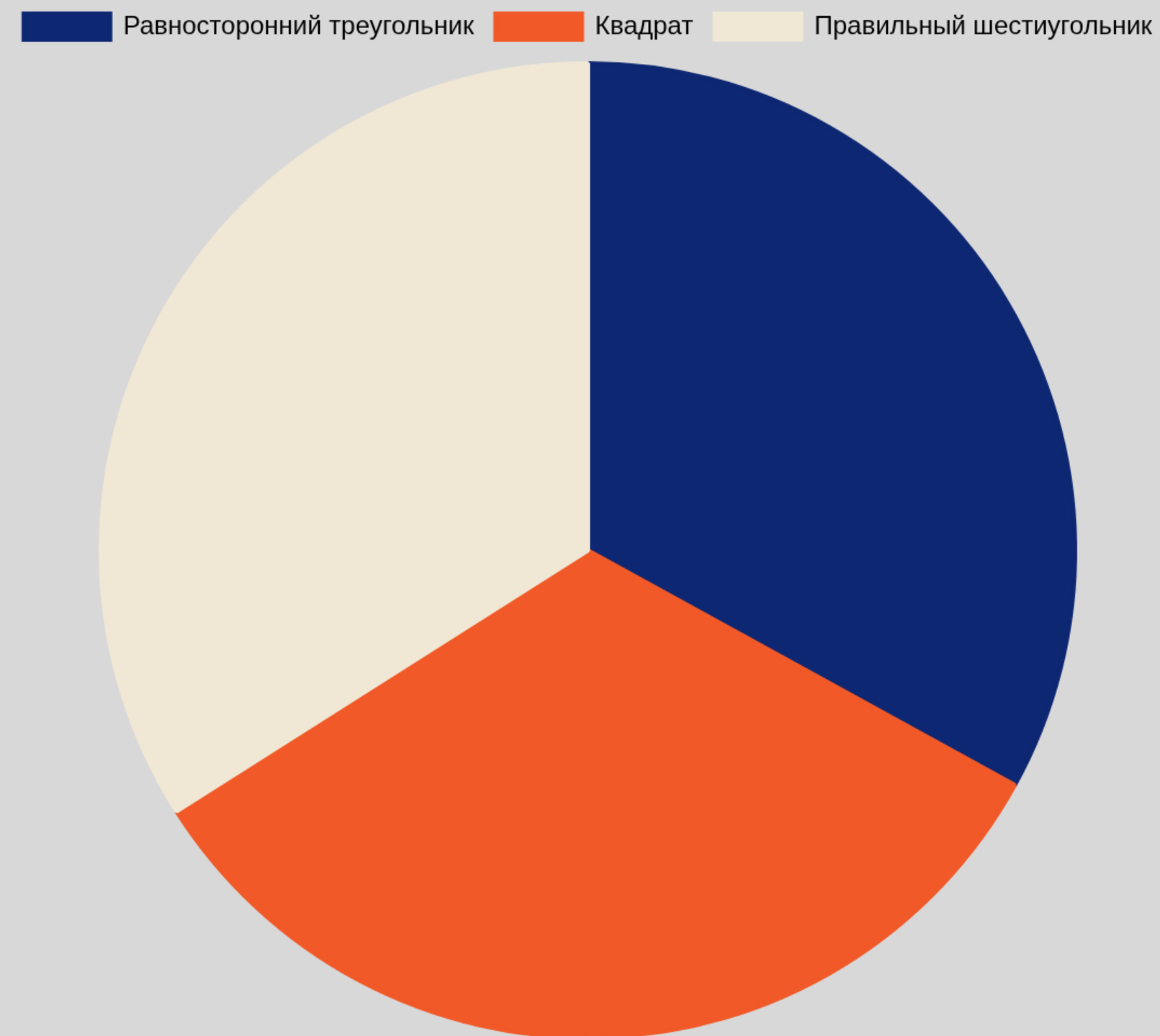
Орнаменты и дизайн

В орнаментах, мозаиках и архитектурных узорах правильные многоугольники создают порядок и ритм. Они делают рисунок выразительным, а повторяющиеся элементы — легко узнаваемыми.

Фигуры, которые заполняют плоскость без щелей

Для покрытия плоскости важна сумма углов вокруг одной точки. Если она равна 360° , между фигурами не остаётся промежутков.

Равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник могут замостить плоскость. У других правильных многоугольников угол обычно не подходит для полного покрытия.



Геометрическое свойство замощения плоскости; данные для сравнения приведены в учебных примерах.

Частые ошибки при работе с углами

1

Путают виды углов

Нередко внутренний угол принимают за внешний, хотя они расположены по разные стороны стороны многоугольника. Чтобы не ошибиться, нужно внимательно смотреть, где находится нужный угол.

2

Сбиваются в счёте сторон

Число сторон, вершин и углов у многоугольника совпадает. Если забыть это правило, можно подставить неверное значение в формулу и получить неправильный ответ.

3

Неверно определяют правильность

Правильный многоугольник должен иметь и равные стороны, и равные углы. Одних только равных сторон недостаточно, поэтому перед выводом важно проверить оба признака.

Памятка по формулам

Величина	Формула	Смысл
Сумма внутренних	$(n-2) \times 180^\circ$	для n-угольника
Внутренний угол	$((n-2) \times 180^\circ) / n$	для правильного
Внешний угол	$360^\circ / n$	для правильного

Краткая таблица помогает быстро выбрать нужную формулу и не перепутать, что зависит от числа сторон многоугольника.

Все основные вычисления связаны с числом сторон n . Зная одну формулу, легко найти внутренние и внешние углы правильного многоугольника.

Где нужны знания об углах многоугольников



Черчение

При построении чертежей нужно точно задавать углы и проверять форму деталей. Знание свойств многоугольников помогает делать линии аккуратными и находить ошибки в построении.



Архитектура

Архитекторы используют многоугольники в планах зданий, фасадах и декоративных элементах. Понимание углов помогает создавать симметричные и устойчивые формы, удобные для расчётов.



Моделирование

В 3D-моделировании и макетировании часто встречаются многоугольные грани. Умение находить углы помогает правильно соединять элементы и получать точную модель без искажений.



Схемы и узоры

Планы, схемы и декоративные орнаменты строятся по правилам геометрии. Знание свойств многоугольников позволяет быстро определять недостающие углы и проверять, совпадает ли рисунок с образцом.

Что важно запомнить

Углы многоугольников подчиняются точным правилам: внутренние и внешние углы связаны с числом сторон. Эти формулы помогают узнавать правильные фигуры, строить их и находить решения в задачах.