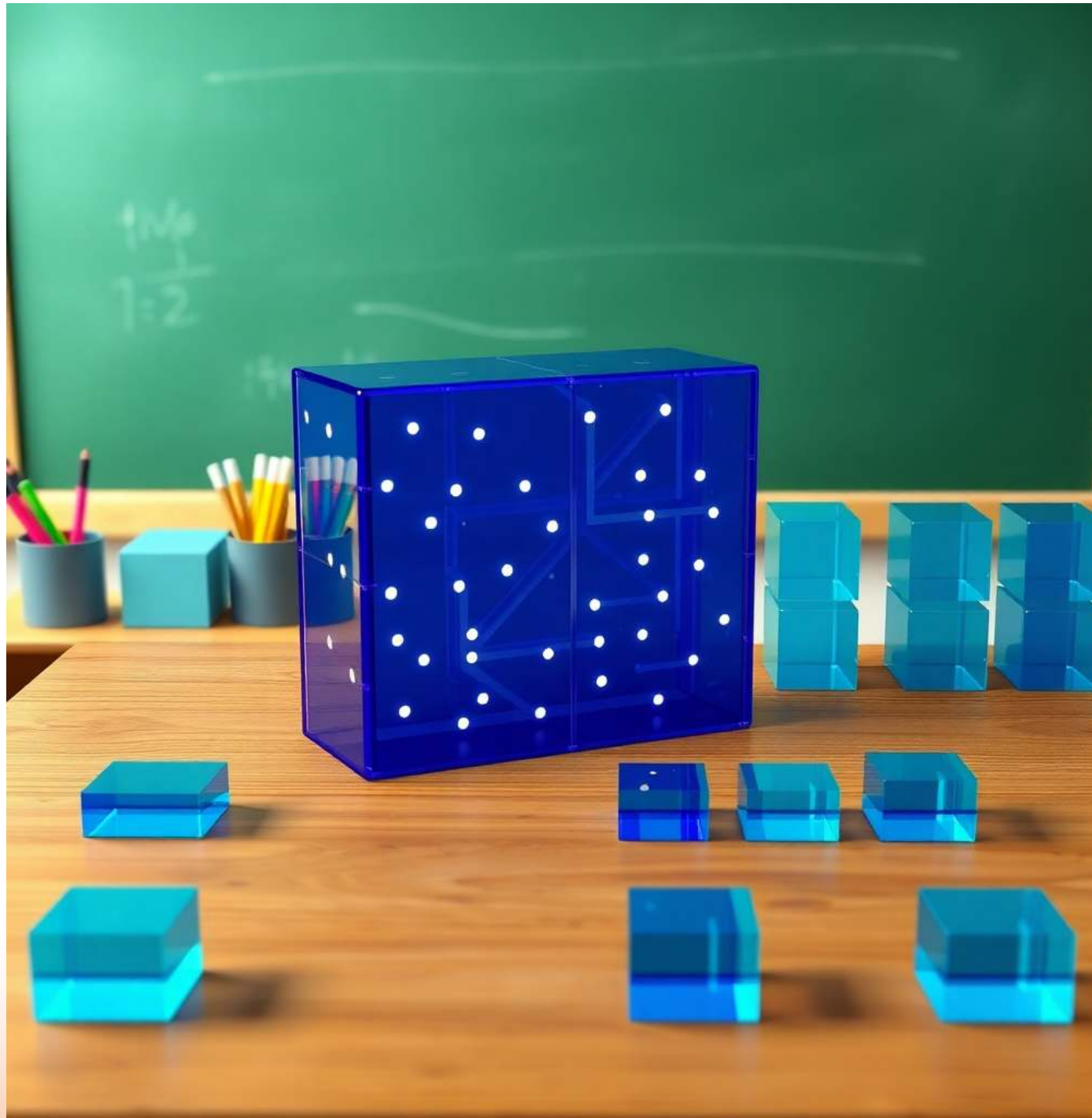

Деление одночлена на одночлен: основные идеи и правила

Коэффициенты делим, показатели
вычитаем, лишнее сокращаем.



+ Зачем нужно делить одночлены

Это правило помогает упрощать выражения, работать с формулами и быстро проверять, можно ли получить одночлен в ответе. Оно опирается на деление чисел, свойства степеней и сокращение общих множителей, а делитель при этом не должен быть равен нулю.

← → Что такое одночлен

Определение

Одночлен — это произведение числа, переменных и их степеней, записанное без знаков сложения и вычитания между множителями. Такой вид записи удобен для преобразований и сокращений.

Коэффициент и буквы

Числовая часть одночлена называется коэффициентом, а часть с переменными — буквенной частью. В записи $6x^2y$ коэффициент равен 6, а буквы x и y образуют буквенную часть.

Примеры записи

К одночленам относятся $6x^2y$, $-3ab$, $12m$, $5a^3b^2$. Во всех примерах переменные могут повторяться, но между множителями нет плюсов и минусов, кроме знака самого коэффициента.

Степень одночлена

Степень одночлена равна сумме показателей всех его букв. Например, у $6x^2y$ степень равна 3, потому что показатель x равен 2, а показатель y равен 1.



Строение одночлена на примере $8x^3y^2$

Коэффициент

В одночлене $8x^3y^2$ числовая часть равна 8. Именно коэффициент делят как обычное число, поэтому он обрабатывается отдельно от буквенной части.

Показатели степеней

У переменной x показатель равен 3, у переменной y — 2. Если в делителе встречаются те же буквы, их показатели не складывают, а вычитают.

Буквенная часть

Запись x^3y^2 показывает, какие переменные входят в одночлен и с какими степенями. При делении одинаковые буквы сокращаются по правилу степеней.

Почему это важно

Разбор строения одночлена помогает не перепутать коэффициент и буквенную часть. Тогда легче выполнить деление аккуратно и получить правильный одночлен без лишних ошибок.





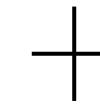
2

два действия выполняются всегда: сначала делят коэффициенты, затем вычитают показатели одинаковых букв.

Это и есть основа деления одночлена на одночлен: числовая часть обрабатывается отдельно, а буквенная — по правилу степеней.

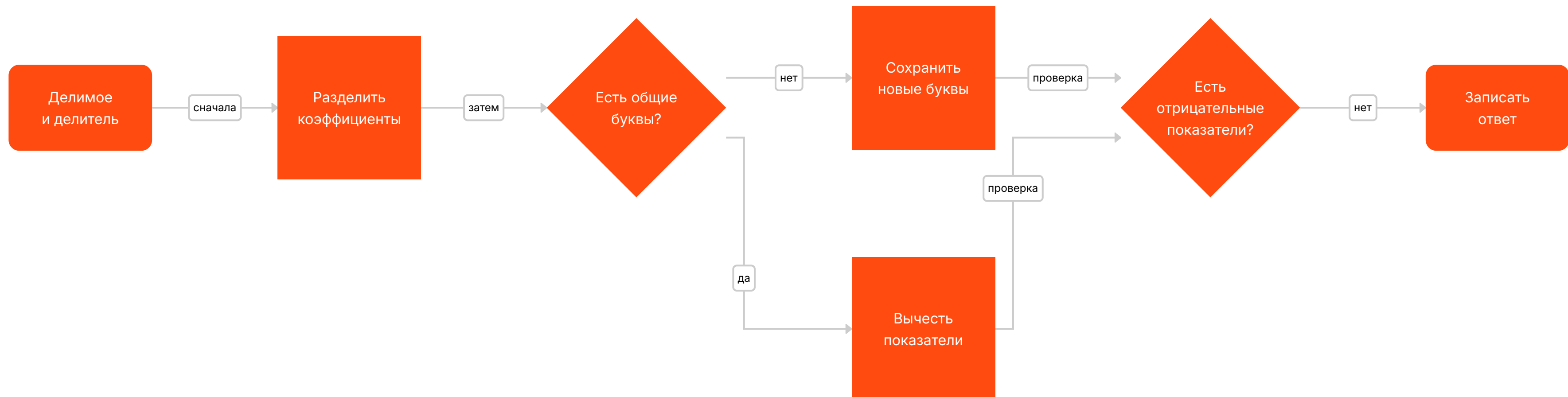
Правило деления одночленов, алгебра 7 класса





Как делить одночлен на одночлен

Последовательность действий: числа, буквы, затем проверка результата.





Примеры деления одинаковых буквенных оснований

Пример	Ответ
$x^5 : x^2$	x^3
$m^4n^3 : m^2n$	m^2n^2
$18a^2b : 6ab$	$3a$

Школьные примеры по теме «Деление одночлена на одночлен»



В таблице показано, как сокращаются одинаковые буквы и как отдельно делятся коэффициенты.

Во всех случаях общие буквы сокращаются, потому что показатели вычитаются, а коэффициент считается отдельно.



Как меняется выражение после деления

На всех примерах видно, что
выражение становится короче,
а числовая часть и показатели букв
уменьшаются.



Если общие буквы есть в делителе,
результат сохраняет только
оставшиеся множители и всегда
записывается проще.

Примеры из школьного курса алгебры 7 класса



Деление на число и на одночлен с буквой

1/ Делитель — число

Если делитель состоит только из числа, уменьшается лишь коэффициент, а буквы в ответе остаются без изменений.
Например, $14 \times 3y : 7 = 2 \times 3y$.

2/ Делитель — одночлен

Когда делитель содержит буквы, сокращают одинаковые множители по правилам степеней. Так, $18a^2b : 6ab = 3a$, потому что общие части исчезают.

3/ Что сохраняется

Если в делителе нет какой-то буквы, она полностью переходит в ответ. Такой прием часто используют при упрощении выражений в задачах и формулах.

⬅ ➡ Деление с отрицательными коэффициентами

Правило знаков

При делении отрицательных коэффициентов действуют обычные правила знаков: минус на плюс дает минус, а минус на минус — плюс. Сначала определяют знак, затем делят числа.

Примеры

Например, $-12x^2y : 3x = -4xy$, $20a : (-5a) = -4$, а $-18m^2n : (-6m) = 3mn$. Знак ответа зависит только от коэффициентов.

Буквенная часть

Одинаковые буквы сокращаются так же, как в положительных примерах: показатели вычитаются, а лишние множители убираются. Поэтому отрицательный знак не меняет правило для переменных.



Проверка деления на нескольких примерах

Во всех трёх примерах числовая часть упрощается отдельно, а буквенная часть теряет общие степени.



После деления степень буквенной части уменьшается, но результат остаётся одночленом.

Составлено по учебным примерам по алгебре 7 класса.

⬅ ➡ Когда деление не дает одночлен

1/ Буква отсутствует

Если в делителе есть буква, которой нет в делимом, сокращать нечего. Тогда запись вида $x^2 : y$ не превращается в одночлен, потому что общая буквенная часть отсутствует.

3/ Показатель становится отрицательным

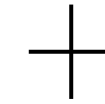
Когда показатель буквы в делителе больше, чем в делимом, после вычитания получается отрицательное число. Например, $x^2 : x^5$ даёт x^{-3} , а это уже не одночлен.

2/ Деление на ноль

Нельзя делить ни одно число, ни одночлен на ноль. Такое действие не определено, поэтому выражение не имеет смысла ни в обычной алгебре, ни в школьной записи ответа.

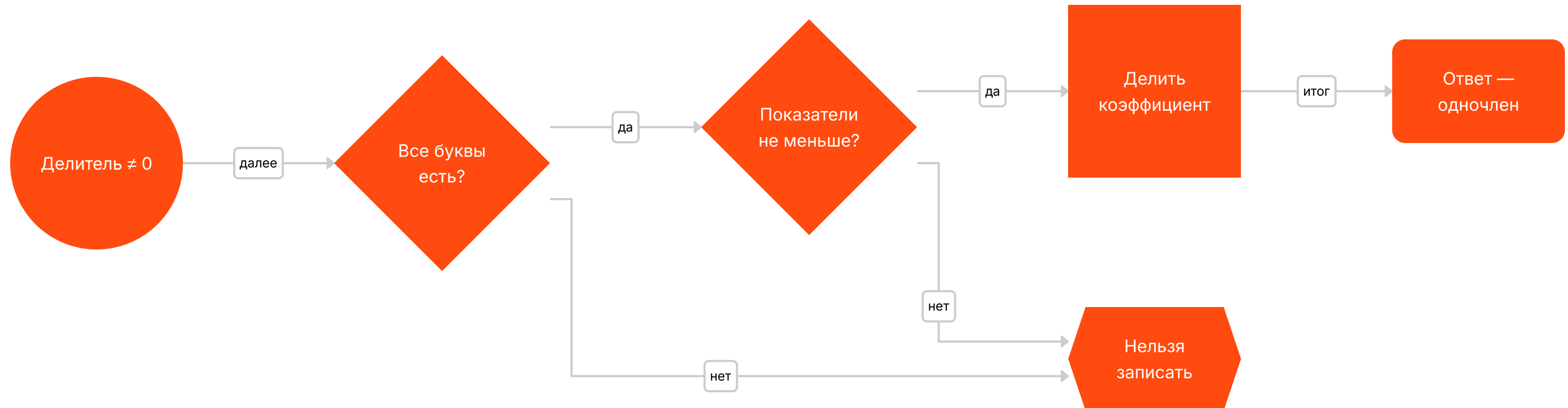
4/ Проверка перед ответом

Перед записью результата полезно быстро сравнить показатели и убедиться, что каждая общая буква сокращается без отрицательных степеней. Если условие не выполняется, ответ в виде одночлена невозможен.



Проверка деления одночлена

Последовательность условий для определения, можно ли получить одночлен в ответе.





Как деление одночленов связано с сокращением дробей

Общие множители исчезают

Когда делят $12 \times 4y^2$ на $4 \times 2y$, сначала убирают одинаковую числовую часть, а затем сокращают общие буквы. Остаются только те множители, которые не повторяются в делителе, поэтому ответ становится короче и аккуратнее.



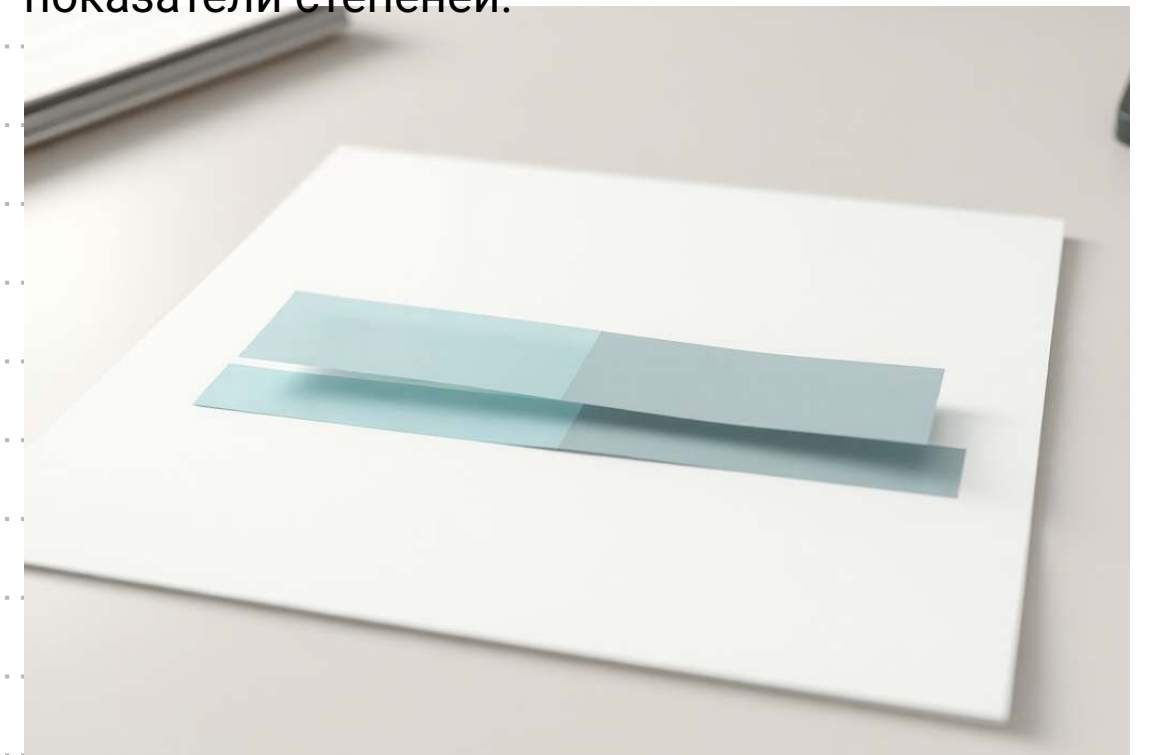
Степени работают как счётчик

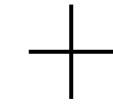
Каждая буква в записи ведёт себя как отдельный множитель. Если одинаковых букв в делимом больше, чем в делителе, лишние множители остаются в ответе, а показатели уменьшаются на величину сокращения.



Смысл записи становится понятнее

При сокращении удобно мысленно или на бумаге перечёркивать одинаковые части. Такой приём помогает увидеть, почему из выражения исчезают общие множители и почему в ответе нельзя складывать показатели степеней.





Тренировочные примеры для отработки правила

Пример	Ответ	Комментарий
$9 \times 6: 3 \times 2$	3×4	коэффициенты и степени
$-15a^3b^2: 5ab$	$-3a^2b$	знак сохраняется

Проверьте, как по шагам выполняется деление:
сначала коэффициенты, затем показатели
одинаковых букв.

Во всех примерах ответ получается
как одночлен: деление коэффициентов
сочетается с вычитанием показателей.



Типичные ошибки при делении одночленов

Ошибки чаще появляются на шаге работы с буквами: важно не только разделить числа, но и правильно сократить общие основания.



Главные трудности связаны с показателями и проверкой условий деления, а не с самим делением коэффициентов.

Составлено по типовым учебным ошибкам при изучении темы.



Зачем нужна эта тема в задачах



Упрощение выражений

Деление помогает сократить громоздкую запись и быстрее получить удобный вид выражения для дальнейших преобразований и вычислений.



Поиск неизвестного множителя

Если известен результат и один из множителей, деление позволяет восстановить второй множитель и проверить правильность решения.



Геометрические задачи

В формулах площади и периметра одночлены часто делят, чтобы убрать общий множитель и перейти к более простой записи.



Точная запись ответа

Тема учит аккуратно работать с коэффициентами, буквами и степенями, чтобы не терять важные части выражения при преобразованиях.



Мини-памятка ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДЕЛЕНИЯ

1/ Сначала числа

Разделите числовые коэффициенты как обычные числа и сразу запишите получившийся знак ответа, чтобы не потерять его на следующих шагах.

2/ Потом общие буквы

Для каждой одинаковой буквы вычтите показатель степени делителя из показателя делимого. Так сохраняется правильное правило степеней.

3/ Сохраните лишние буквы

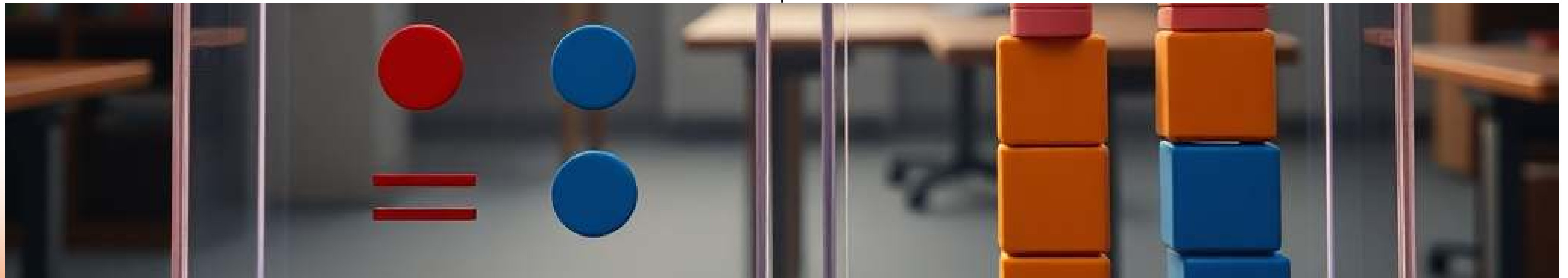
Если какая-то буква есть только в делимом, она полностью переходит в ответ. Её показатель не изменяется, потому что делить её не на что.

4/ Проверьте знак

Сравните знаки коэффициентов: минус на плюс даёт минус, а минус на минус даёт плюс. Для буквенных частей это правило не меняется.

5/ Убедитесь в неотрицательности

Посмотрите, не появились ли отрицательные показатели. Если хотя бы у одной общей буквы показатель стал отрицательным, ответ нельзя записать как одночлен.





Самопроверка: ответы к примерам

Пример	Ответ	Проверка
$8 \times 5: 2x$	4×4	верно
$21a4b: 7a2$	$3a2b$	верно
$-18m3: 9 m$	$-2m2$	верно
$10p2q: 5q$	$2p2$	верно

Сравните свои ответы с правильными
и проверьте, что в записи не осталось
отрицательных показателей.

Все ответы сохраняют вид одночлена
и показывают, что правило работает одинаково
для чисел, букв и знаков.

Главное, что нужно запомнить

Деление одночлена на одночлен строится на двух шагах: делим коэффициенты и вычитаем показатели одинаковых букв. Если проверять условия заранее, ответ получается быстро и без ошибок.