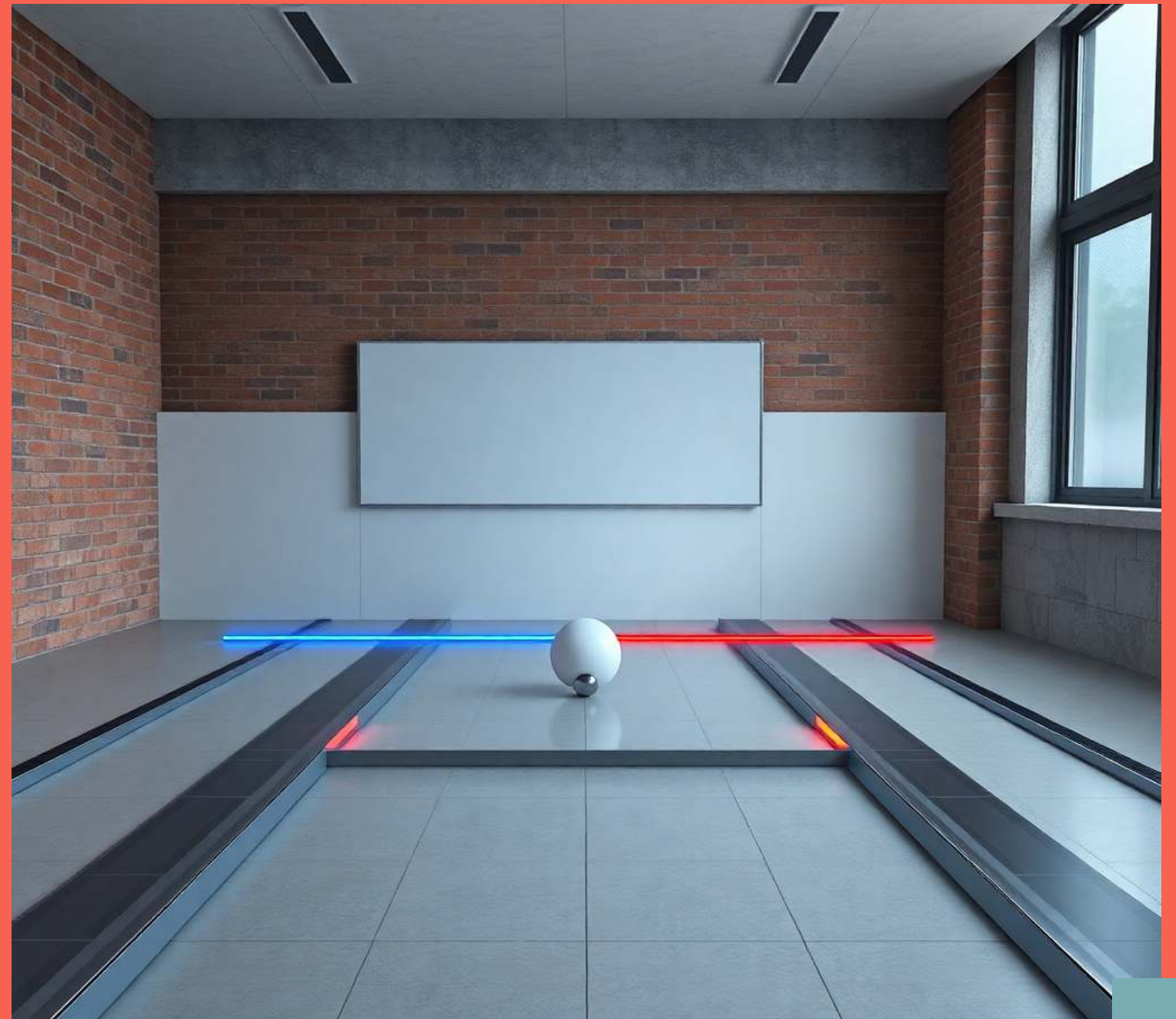


Прямоугольная система координат в пространстве

Три координаты точно задают положение любого объекта
в пространстве.

Почему в пространстве нужны три координаты

На плоскости достаточно двух чисел, а в трёхмерном мире к ним добавляется высота. Именно поэтому координаты x , y и z позволяют описывать реальные объекты точнее и переводить геометрию в вычисления.



Три оси, начало координат и запись точки

1

Начало отсчёта

Точка O — это начало координат с записью $(0; 0; 0)$. От него отсчитывают все положения в пространстве, поэтому оно служит опорой для всей системы.

2

Направления осей

Ось Ox обычно проводят горизонтально, Oy — перпендикулярно ей в горизонтальной плоскости, а Oz направляют вверх. Такое расположение делает систему наглядной и удобной для построений.

3

Точка как тройка чисел

Любая точка пространства записывается упорядоченной тройкой $(x; y; z)$. Каждое число показывает смещение вдоль своей оси, поэтому порядок координат менять нельзя.

4

Зачем важен порядок

Если перепутать координаты местами, получится другая точка. Именно поэтому запись должна быть строгой: сначала x , затем y , а потом z , без пропусков и перестановок.

Координатные плоскости и деление пространства

— Плоскость Oxy

Плоскость Oxy образуют оси Ox и Oy ; она проходит через начало координат. Если $z = 0$, точка лежит именно на этой плоскости.

— Плоскость Oxz

Плоскость Oxz содержит оси Ox и Oz . Для точек на ней координата y равна нулю, поэтому они не выходят за пределы этой координатной плоскости.

— Плоскость Oyz

Плоскость Oyz задаётся осями Oy и Oz . На ней все точки имеют $x = 0$, что помогает быстро определять их положение без сложных построений.

— Октанты пространства

Три координатные плоскости делят пространство на восемь областей — октантов. Каждый октант отличается сочетанием положительных и отрицательных значений координат точки.



Запись координат точки и её положение в пространстве

Примеры показывают, как знаки координат связаны с расположением точки относительно координатных плоскостей и октантов.

Нулевая координата означает принадлежность точки координатной плоскости, а сочетание знаков задаёт её положение в пространстве.

Примеры из темы «Прямоугольная система координат в пространстве»

Точка	Координаты	Положение
A	(2; -3; 4)	I/IV
B	(-1; 0; 5)	Oyz

Октанты пространства и сочетания знаков координат

Восемь областей

Пространство делится на восемь октантов, потому что каждая из трёх координат может быть положительной или отрицательной. Вместе они образуют восемь возможных сочетаний.

Первый октант

Если x , y и z положительны, точка находится в первом октанте. Это самый удобный ориентир для начала, потому что все знаки совпадают и легко запоминаются.

Противоположные положения

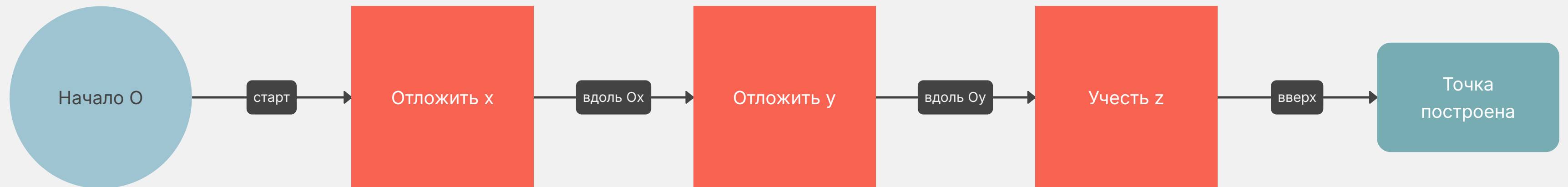
Точка с координатами $(-; +; -)$ находится в октанте, противоположном области с тремя положительными знаками. Такое сравнение помогает быстро ориентироваться без чертежа.

Проверка вычислений

Знаки координат служат простым способом контроля ответа. Если после вычислений положение точки не совпадает с ожидаемым октантом, значит, где-то допущена ошибка.

Как построить точку по координатам

Пошаговая схема показывает, как из трёх чисел получается единственная точка в пространстве.



Сравнение координат по осям x , y и z

Диаграмма помогает увидеть, как одна и та же точка может иметь разные по знаку и величине координаты на разных осях.

Положение точки определяется не отдельным числом, а согласованным набором трёх координат.

Иллюстративные данные по точкам А, В, С из темы



3

координаты полностью задают положение точки
в пространстве.

Формула расстояния использует три
разности координат и показывает
кратчайший путь между точками
в объёмной модели.

Формула расстояния между двумя
точками в декартовой системе
координат

Координаты середины отрезка

1

Средняя точка

Координаты середины отрезка получают как среднее арифметическое соответствующих координат концов. Это даёт точку, которая лежит ровно посередине и делит отрезок пополам.

2

Равное удаление

Середина отрезка одинаково удалена от точки А и точки В. Такое свойство особенно удобно в задачах на симметрию, где важно сравнить расстояния до концов.

3

Работа с моделями

Формула помогает находить центр объекта или проверять, правильно ли расположены его элементы в пространстве. Она часто используется в геометрических построениях и вычислениях.

4

Универсальный приём

Если известны координаты концов, середину можно найти быстро и без чертежа. Достаточно отдельно усреднить x , y и z , сохраняя строгий порядок координат.

Координаты вектора АВ

— Разность координат

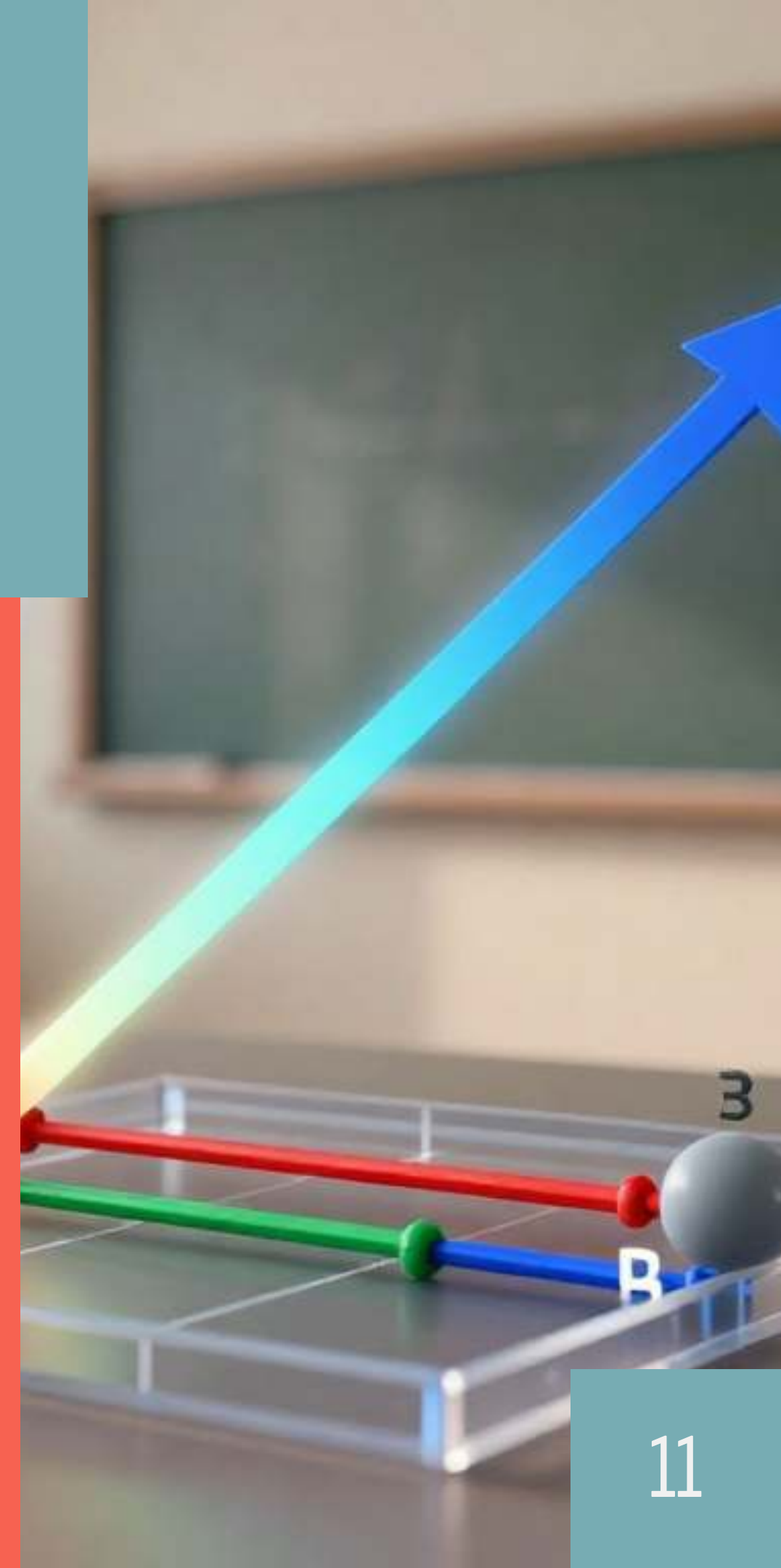
Координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ находят как разность координат конца и начала: $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$, $z_2 - z_1$. Такой способ сразу показывает направление и величину смещения в пространстве.

— Связь с расстоянием

Длина вектора $\overrightarrow{AB}$ совпадает с расстоянием между точками А и В. Поэтому координатная запись позволяет не только описать перемещение, но и вычислить его геометрическую меру.

— Алгебра перемещения

В координатной форме вектор превращается в удобный объект для вычислений: можно сравнивать, складывать и проверять его компоненты. Это связывает движение в пространстве с обычными действиями над числами.



Основные формулы координатной геометрии

Таблица показывает базовые объекты темы, их координатную запись и смысл для решения задач в пространстве.

Все основные вычисления сводятся к работе с тремя координатами и стандартными алгебраическими действиями: сложением, вычитанием и извлечением корня.

Формулы школьного курса стереометрии и аналитической геометрии

Объект	Формула	Смысл
Точка	$A(x; y; z)$	Положение
Вектор	$\overrightarrow{AB}=(...)$	Перемещение
Расстояние	$d=...$	Длина

Симметрия относительно координатных плоскостей

1 Отражение относительно Oxy

При симметрии относительно плоскости Oxy сохраняются x и y , а знак координаты z меняется на противоположный. Точка переходит в положение по другую сторону от этой плоскости.

2 Отражение относительно Oxz

Если отражение выполняется относительно плоскости Oxz , то неизменными остаются x и z , а координата y меняет знак. Такая операция переносит точку зеркально относительно выбранной плоскости.

3 Отражение относительно Oyz

При симметрии относительно плоскости Oyz меняется знак координаты x , тогда как y и z сохраняются. Это позволяет быстро находить образ точки без чертежа.

4 Что сохраняется

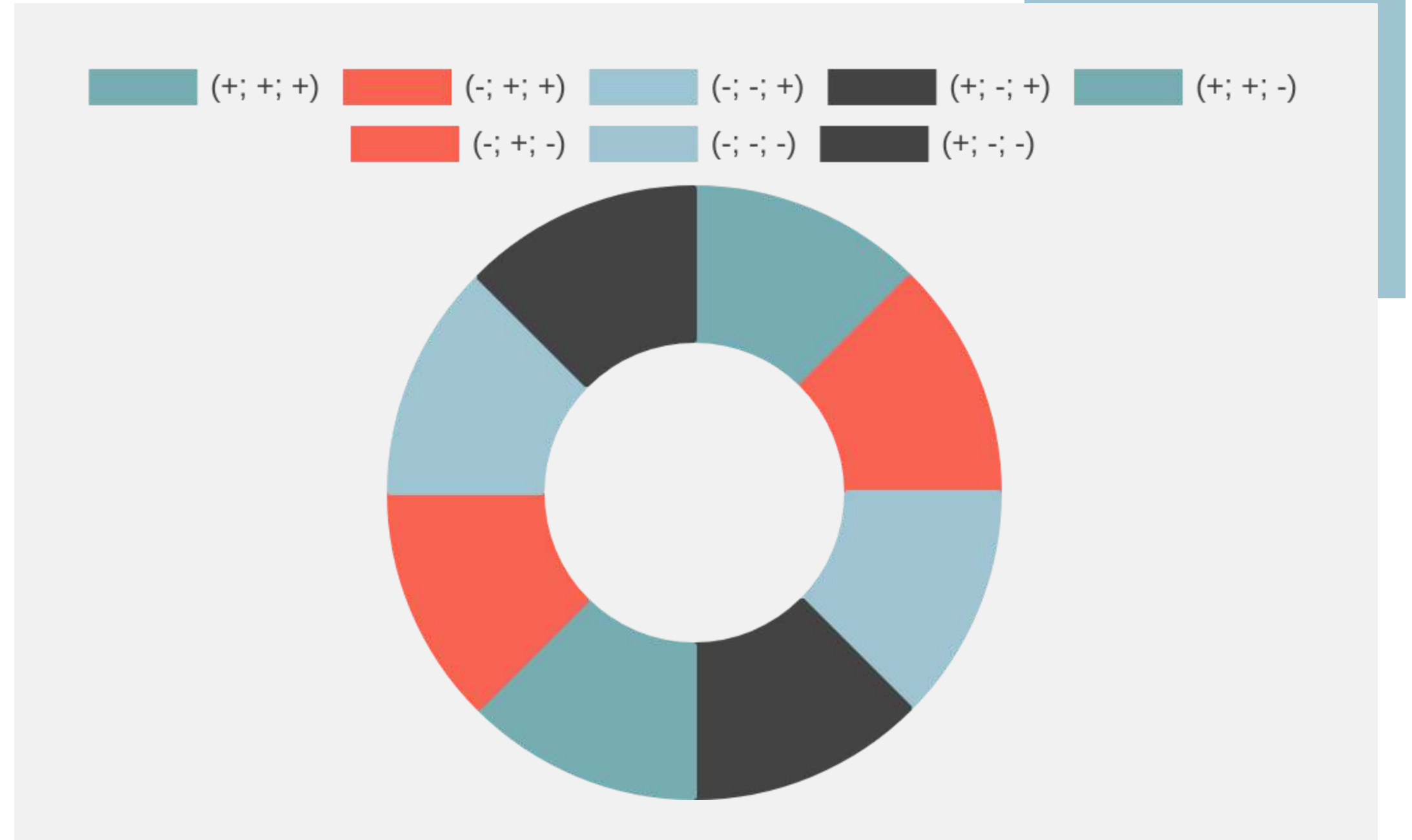
Симметрия не изменяет расстояния, длины отрезков и форму фигур. Поэтому зеркальные построения удобны для проверки равенства, поиска соответствующих точек и анализа пространственных конфигураций.

Знаки координат и расположение точки относительно плоскостей

Каждый сектор условно показывает один из восьми вариантов сочетания знаков координат и помогает ориентироваться без построения полного чертежа.

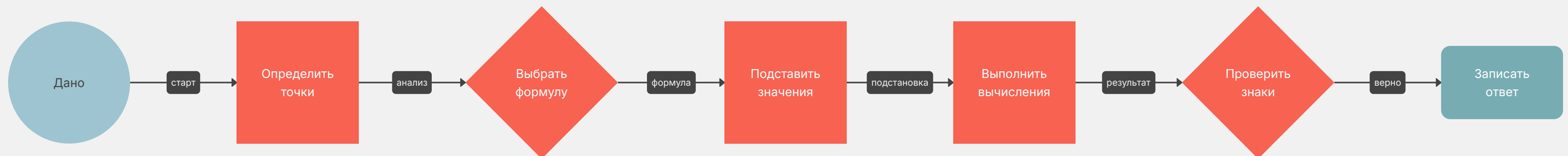
Знак каждой координаты определяет сторону относительно своей плоскости, а их сочетание однозначно указывает октант, в котором находится точка.

Схематическое представление октантов в прямоугольной системе координат



Как решать задачи на координаты в пространстве

Последовательность действий при работе с точками, векторами, расстояниями и симметрией



Применение координат в реальных и учебных задачах

Координаты помогают задавать положение объектов на местности и в маршрутах движения. Три числа позволяют однозначно описывать точку, а их изменение — отслеживать перемещение во времени.

Геодезия и навигация



В проектировании зданий и компьютерном моделировании координатная система задаёт форму, размеры и взаимное расположение элементов.

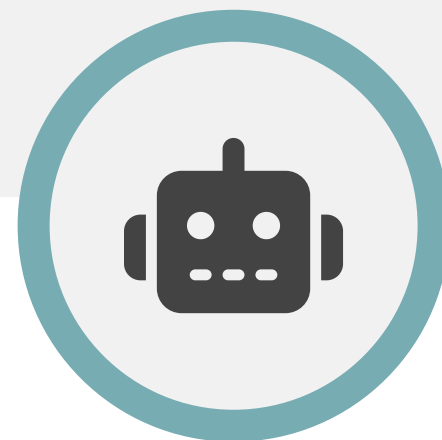
Это делает чертежи и цифровые модели точными и сопоставимыми.

Архитектура и 3D-модели



Робот ориентируется в пространстве через координаты, когда нужно определить положение детали, траекторию или конечную точку движения. Такой подход упрощает программирование и контроль перемещений.

Робототехника



В учебных задачах координатный метод сокращает сложные построения до вычислений по формулам. Он особенно полезен при нахождении расстояний, середин отрезков, векторов и симметричных точек.

Школьная стереометрия



Типичные ошибки при работе с координатами

Порядок координат

Часто путают последовательность записи и вместо $(x; y; z)$ пишут числа в произвольном порядке. Такая ошибка сразу меняет положение точки и делает дальнейшие вычисления неверными.

Путаница осей

Координату могут ошибочно принять за ось или наоборот. Нужно различать число, показывающее положение, и саму координатную ось, вдоль которой оно откладывается.

Неверный знак

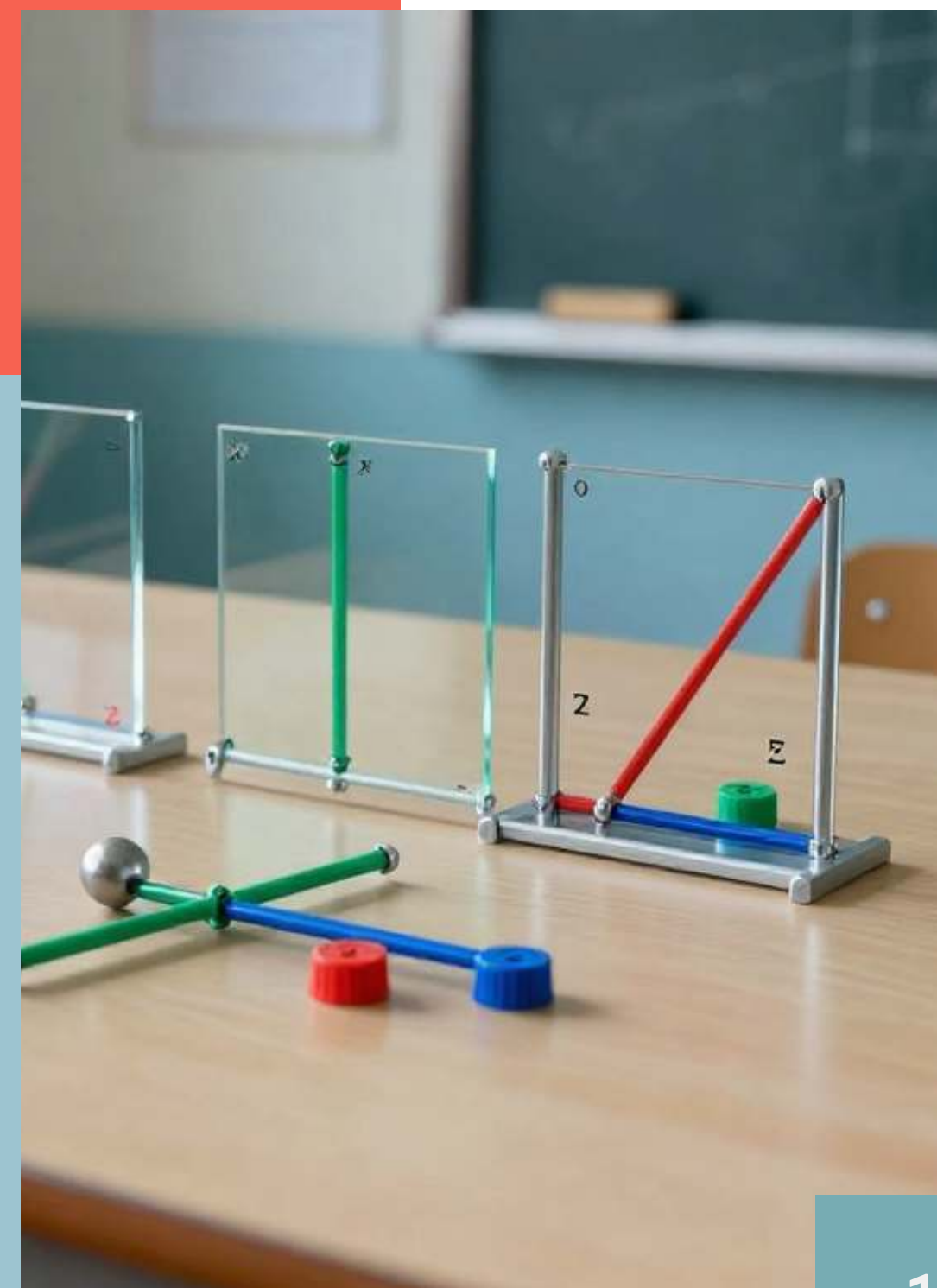
При вычитании координат легко потерять знак минус. Особенно это заметно в формулах для вектора и расстояния, где одна неточность полностью искажает результат.

Неверная плоскость

Если одна координата равна нулю, точка лежит на соответствующей плоскости. Ошибка в определении этой плоскости приводит к неправильному описанию расположения объекта.

Пропуск координаты

Иногда записывают только две координаты или забывают одну из них. В пространстве это недопустимо, потому что точка задаётся именно тройкой чисел, а не парой.

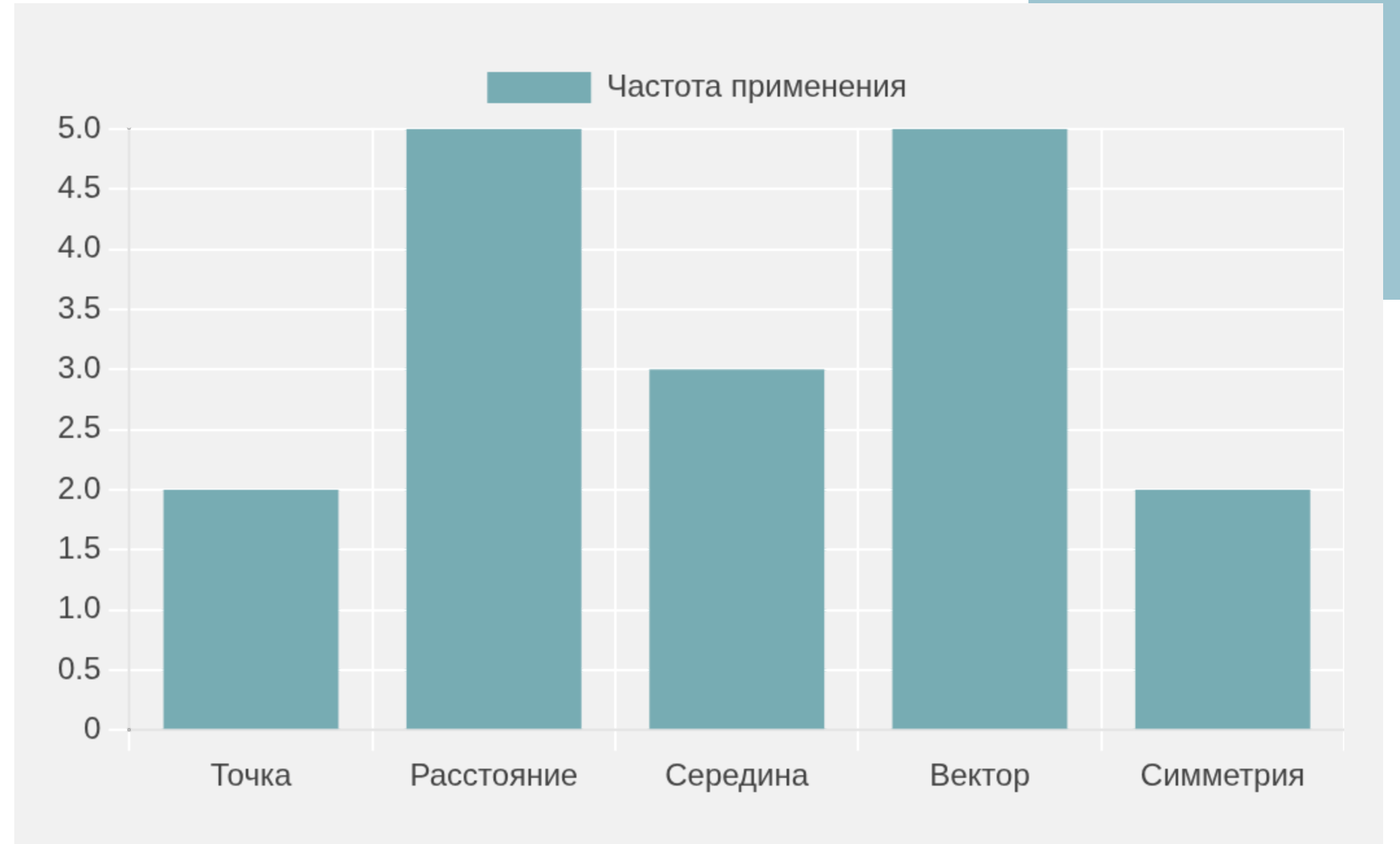


Какие формулы используются чаще всего

На практике формулы чаще применяются в связке: сначала находят вектор или расстояние, затем используют их для анализа фигуры, движения или взаимного расположения точек.

Наиболее востребованы формулы расстояния и вектора, потому что они лежат в основе большинства задач координатной геометрии и стереометрии.

Учебное обобщение по теме «Прямоугольная система координат в пространстве»



Мини-практикум по координатам в пространстве

Небольшая подборка задач помогает быстро повторить основные формулы и проверить, как они работают в типовых ситуациях.

Повторение коротких вычислений закрепляет переход от записи точки к анализу её положения, а также тренирует внимательность к координатам и знакам.

Задачи по теме с вычислениями по формулам расстояния, середины, вектора и координатных плоскостей

Задание	Ответ
AB, A(1; 2; 3), B(4; 6; 3)	5
Середина AB	(2,5; 4; 3)
Вектор AB	(3; 4; 0)
Точка (5; 0; -2)	Oyz

Координаты как язык пространства

Прямоугольная система координат превращает пространственную задачу в точный расчёт: по трём числам легко определить положение, сравнить объекты, найти расстояние, построить вектор и увидеть симметрию.