



Геометрические места точек

Одно условие может задавать целую фигуру

ГМТ в курсе геометрии 9 класса

Эта тема соединяет построения, доказательства и задачи на расстояния. Она учит переводить рисунок в строгий вывод и обратно, опираясь на симметрию, перпендикуляры и точные измерения.



Определение геометрического места точек

- 1** **Что означает ГМТ**
Геометрическое место точек — это все точки плоскости, которые обладают заданным свойством. Если условие нарушается, точка не входит в множество.
- 2** **Почему важна точность**
Нужно указать не просто подходящую фигуру, а именно все точки, которые ей соответствуют. Тогда ответ получается полным и однозначным, без лишних элементов.
- 3** **Первая часть доказательства**
Сначала проверяют, что каждая точка найденной линии или фигуры действительно удовлетворяет условию. Это показывает, что решение не содержит ошибок.
- 4** **Вторая часть доказательства**
Затем доказывают обратное: любая точка с нужным свойством обязательно лежит на найденном множестве. Только вместе эти два шага дают строгий ответ.

Как одно условие превращается в линию или фигуру

Расстояние от точки

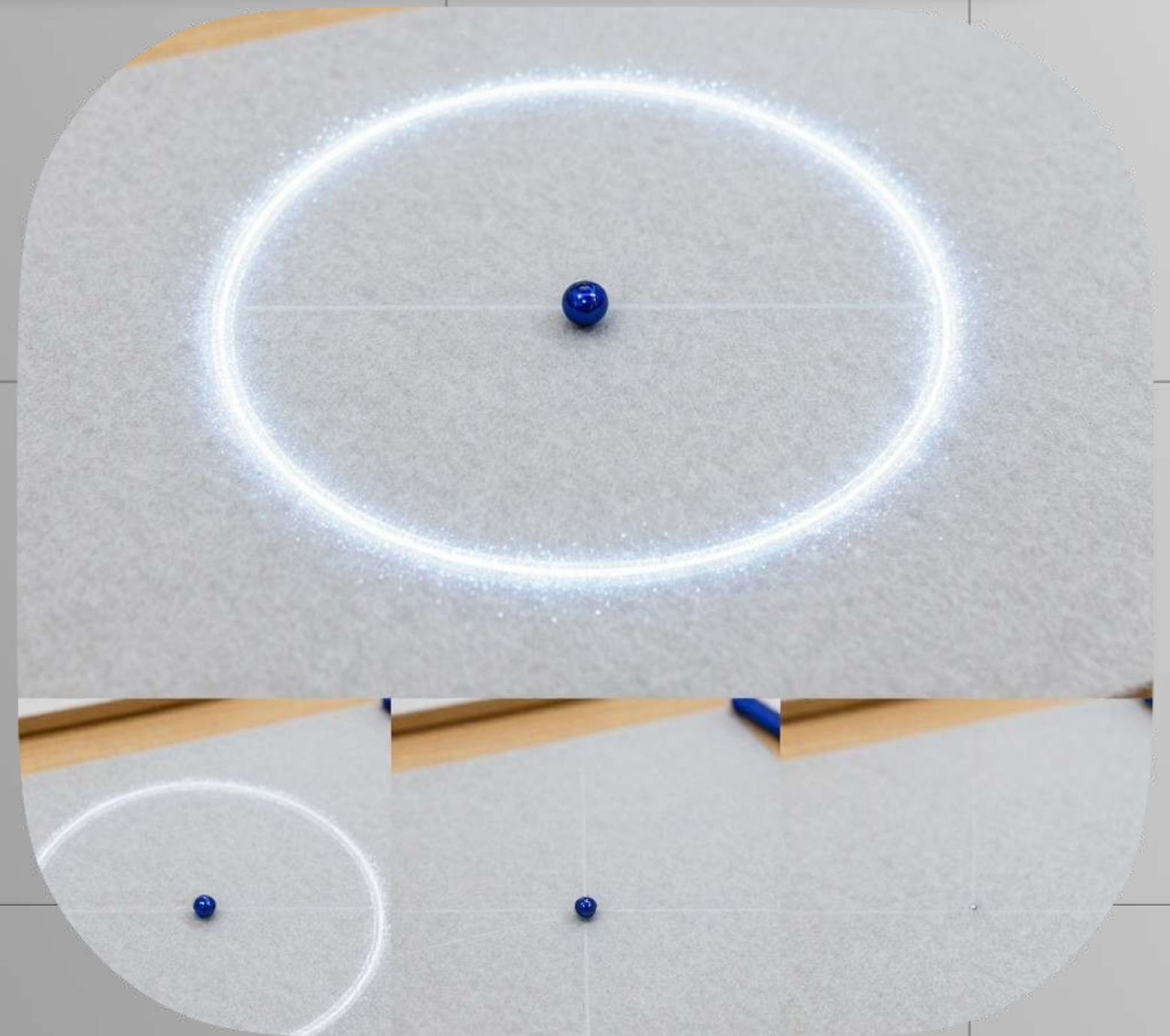
Если все точки должны находиться на одном расстоянии от фиксированной точки, получается окружность. Центр остаётся неподвижным, а радиус задаёт размер фигуры.

Равенство расстояний до двух точек

Когда точки равноудалены от концов отрезка, их множество образует серединный перпендикуляр. Он проходит через середину отрезка и пересекает его под прямым углом.

Равенство расстояний до сторон угла

Если точки одинаково удалены от сторон угла, их множество задаёт биссектрису. Эта линия делит угол на две равные части и служит его осью симметрии.



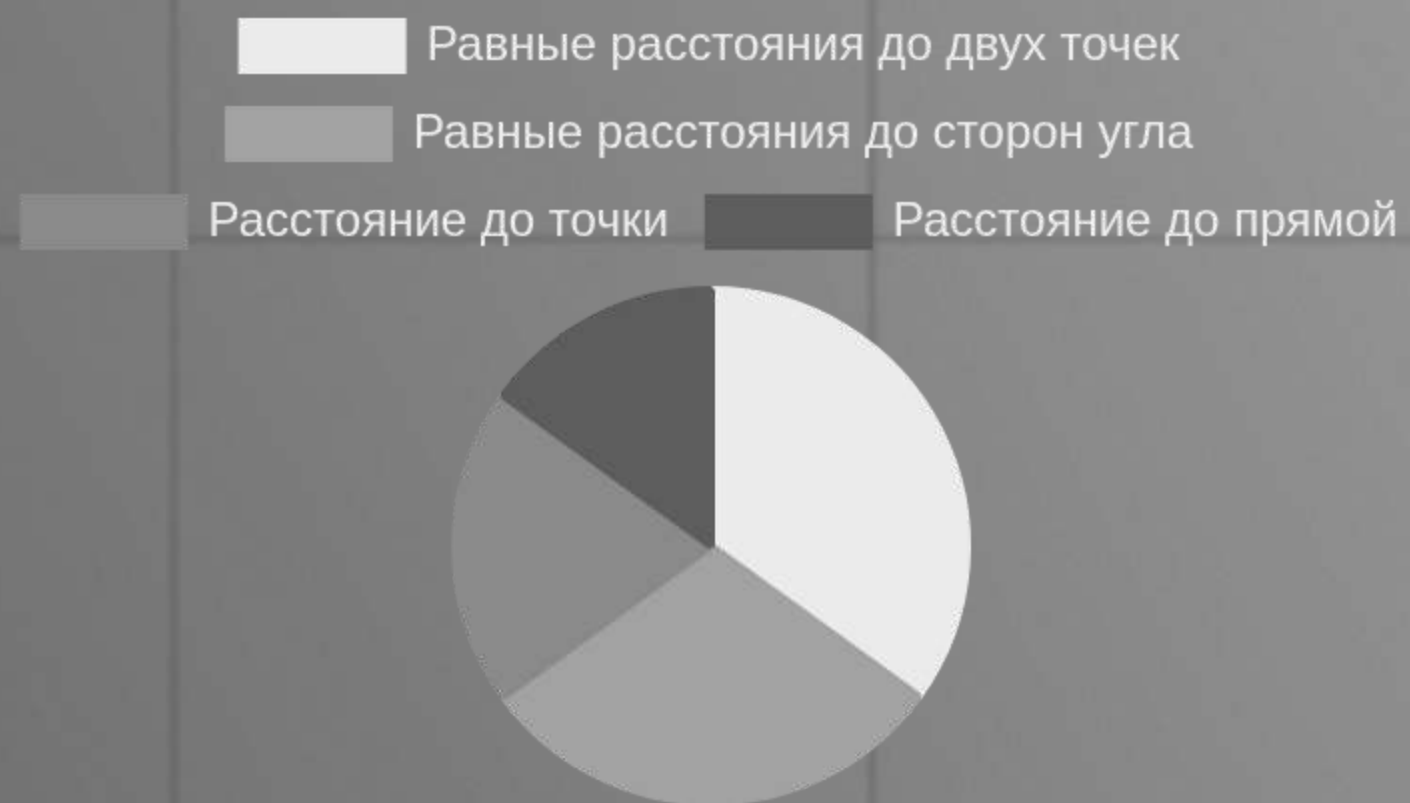
Основные геометрические места точек в школьном курсе

Условие	ГМТ	Свойство
От точки O	Окружность	Один радиус
От A и B	Серединный перпендикуляр	Через середину
От сторон угла	Биссектриса	Делит угол пополам
От прямой	Параллельные прямые	По обе стороны

Таблица помогает быстро связать условие задачи с нужной фигурой.

Одно и то же условие почти всегда связано с определённой линией или семейством линий.

Какие условия чаще всего встречаются в задачах на ГМТ



Условная схема по типовым школьным задачам, без статистической выборки

Диаграмма показывает типичные формулировки, с которыми школьники сталкиваются в задачах на построение и доказательство.

Условия равенства расстояний встречаются чаще всего, потому что сразу приводят к серединному перпендикуляру или биссектрисе.

Окружность как геометрическое место точек



Фиксированный центр

Окружность задаётся одной неподвижной точкой — центром. Все точки на ней находятся на одинаковом расстоянии от центра, и это расстояние называется радиусом.



Одинаковый радиус

Если в условии сказано, что все точки должны быть на расстоянии 5 см от точки O , строят окружность радиуса 5 см с центром O .



Наглядный пример

Окружность легко увидеть на чертежах, в планах и схемах. Поэтому она часто становится первым примером, с которого начинают знакомство с геометрическими местами точек.

Серединный перпендикуляр как ГМТ двух точек

1 Что сравнивается

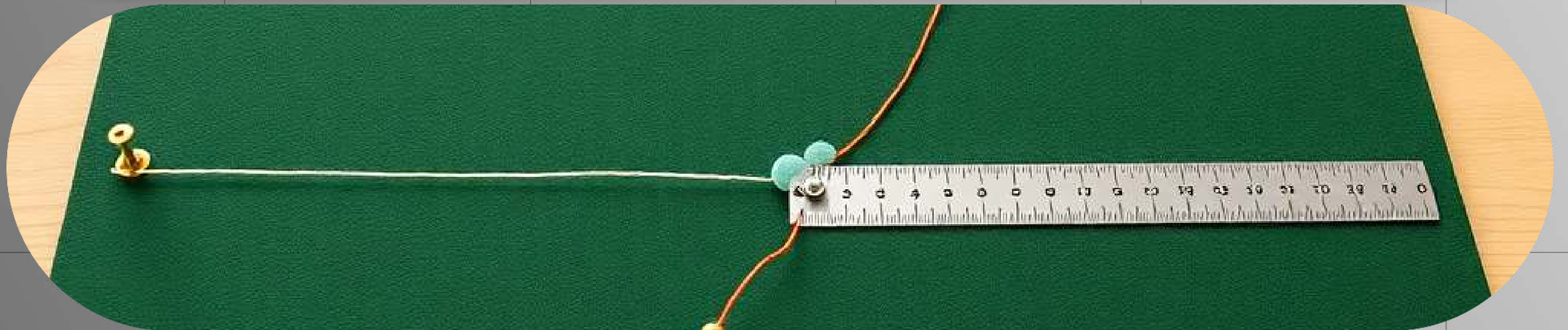
Здесь сравнивают расстояния до двух точек А и В. Любая точка, для которой эти расстояния равны, принадлежит одной и той же прямой.

2 Какая это прямая

Эта прямая проходит через середину отрезка АВ и перпендикулярна ему. Поэтому её называют серединным перпендикуляром и используют в построениях.

3 Зачем он нужен

Серединный перпендикуляр помогает находить все точки, равноудалённые от А и В. Он часто становится ответом сам или частью более сложного решения.



Биссектриса угла как ГМТ равных расстояний

Линия равных расстояний

Если точка одинаково удалена от обеих сторон угла, она лежит на биссектрисе. Расстояние измеряют перпендикуляром до каждой стороны, а не по наклонной линии. Поэтому биссектриса становится точной границей между двумя равными частями угла.

Ось симметрии угла

Биссектриса делит угол на две равные части и делает его фигуру симметричной. Если мысленно сложить угол по этой линии, его стороны совпадут. Именно поэтому все точки на биссектрисе одинаково удалены от сторон.

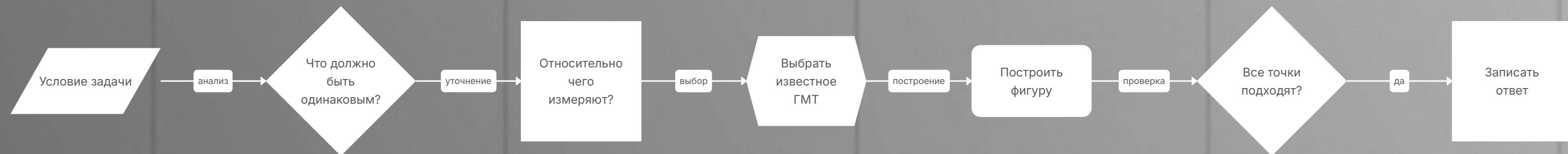
Почему это удобно в задачах

В построениях биссектриса помогает быстро находить нужную точку или проверять равенство расстояний. Она соединяет идею симметрии с точным измерением и часто используется вместе с серединным перпендикуляром.

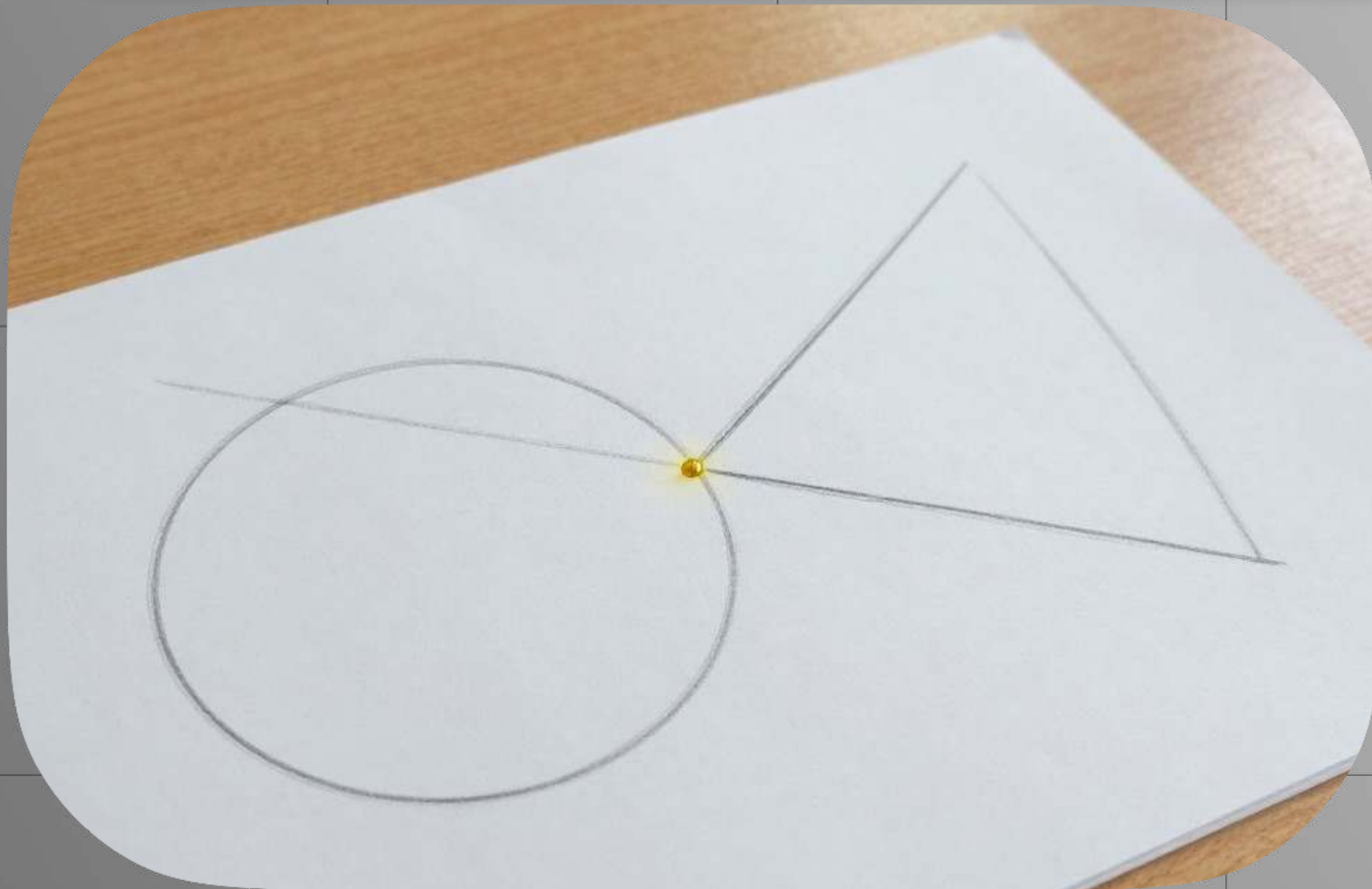


Как находят геометрическое место точек в задаче

Пошаговый переход от условия к геометрическому ответу



ГМТ в задачах на построение



Два условия

Во многих задачах нужно найти не просто точку, а точку, которая одновременно выполняет два требования. Тогда каждое условие переводят в отдельное геометрическое место точек.

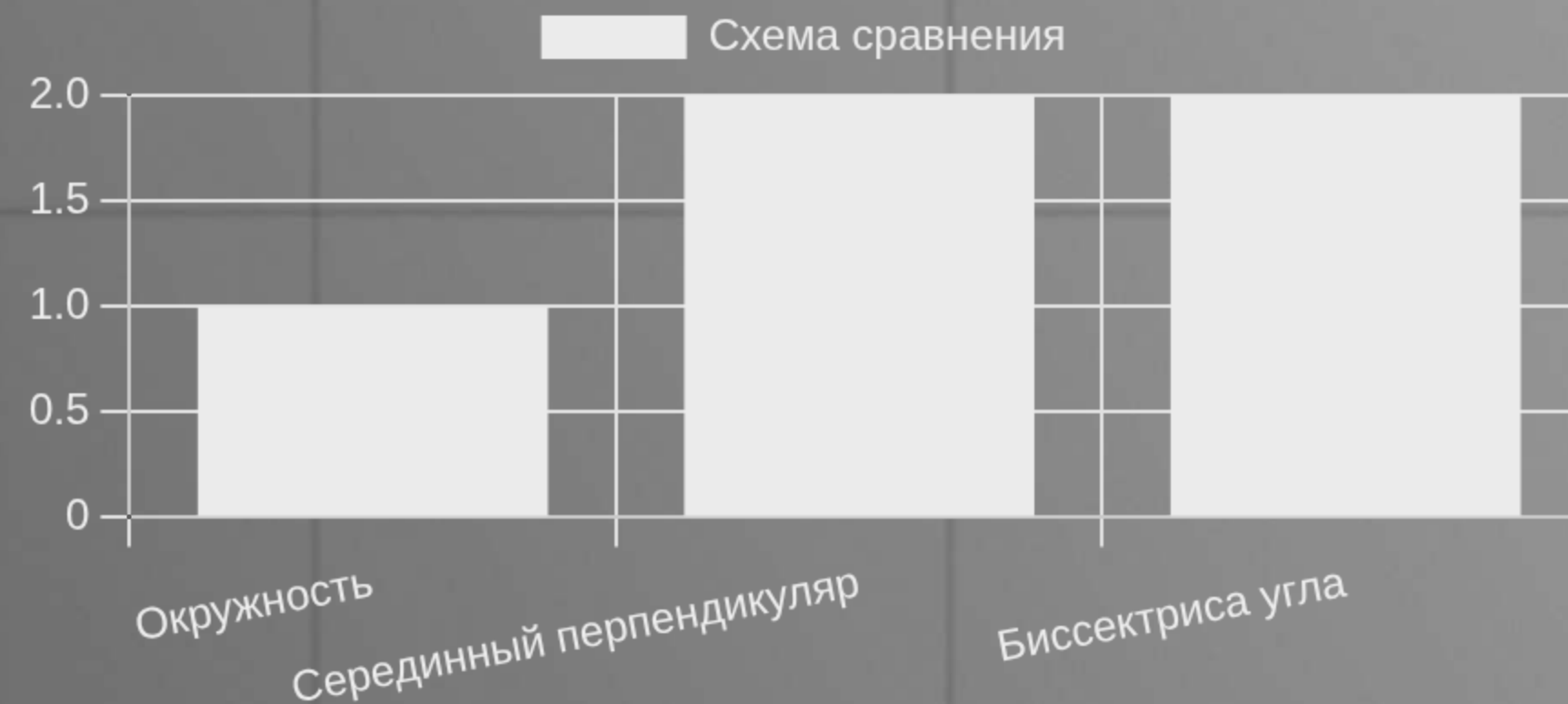
Точка пересечения

Если одно условие даёт окружность, а другое — серединный перпендикуляр, искомая точка находится в их пересечении. Именно так строят решение без перебора вариантов.

Проверка ответа

После построения важно убедиться, что найденная точка действительно удовлетворяет обоим условиям и что лишних решений нет. Это делает ответ точным и полностью обоснованным.

Сравнение трёх главных ГМТ



Учебная классификация геометрических мест точек, курс геометрии 7–9 классов

У всех трёх фигур общий принцип: одинаковое расстояние задаёт чёткую линию или окружность. Различается только объект, от которого измеряют расстояние.

Среди трёх примеров две фигуры задаются отношением к двум объектам, а окружность — к одному центру.

Связь ГМТ и симметрии



Ось отрезка

Серединный перпендикуляр проходит через середину отрезка и делит его на равные части. Каждая его точка одинаково удалена от концов, поэтому он естественно связан с осевой симметрией.



Ось угла

Биссектриса делит угол на две равные части. Точки на ней равноудалены от сторон угла, поэтому линия выступает осью симметрии и помогает быстро увидеть ответ.



Равные расстояния

Когда условие связано с одинаковой дальностью, симметрия подсказывает форму искомого множества. Благодаря этому можно не гадать, а сразу выбирать нужную линию, окружность или их пару.

Как условия в задачах переводятся в геометрический ответ

Условие	Ответ
Равноудалены от А и В	Серединный перпендикуляр
На расстоянии 3 см от О	Окружность
Равноудалены от сторон угла	Биссектриса угла
На одном расстоянии от прямой	Две параллельные прямые

Школьный курс геометрии 7–9 классов

В таблице показано, как словесное условие превращается в конкретное геометрическое место точек. Это помогает быстро выбрать правильную фигуру в задаче.

Точный выбор ответа зависит от того, что именно сравнивается: точки, прямые или стороны угла.

Геометрические места точек в окружающих ситуациях

Карта и расстояние

Если на карте нужно найти место, одинаково удалённое от двух городов, получается серединный перпендикуляр. Это удобно при поиске границы между двумя территориями или маршрутами.

Круговой объект

Точки на одинаковом расстоянии от центра круглого предмета образуют окружность. Так описывают края колёс, круглых площадок и других объектов с равной удалённостью от центра.

Симметрия в быту

Во многих конструкциях симметрия помогает расположить элементы ровно и аккуратно. Тогда геометрическое место точек становится не только школьным понятием, но и полезной моделью реальных ситуаций.



Типичные ошибки при работе с ГМТ

Путаница расстояний Пропуск части множества
Нет обратного доказательства Не учтены ограничения



Схематическая учебная диаграмма, без статистических данных

Ошибки обычно связаны не с построением, а с внимательным чтением условия. Особенно важно не перепутать, до чего именно измеряется расстояние.

Чтобы избежать ошибок, нужно проверять и фигуру, и формулировку условия, и полноту ответа.

Два обязательных шага доказательства

1. Проверяем найденную фигуру

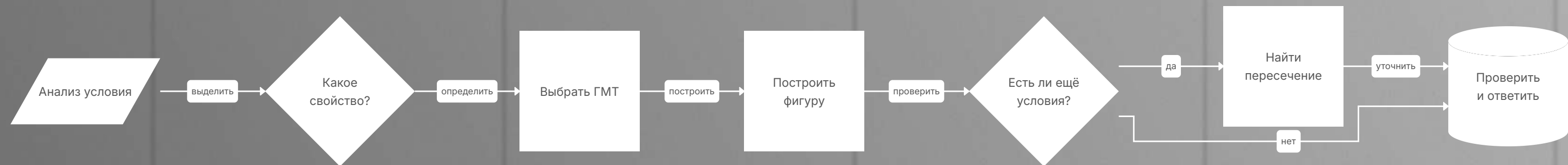
Сначала показывают, что каждая точка построенной линии или окружности действительно обладает заданным свойством. Без этого нельзя быть уверенным, что фигура подходит.

2. Доказываем полноту ответа

Затем доказывают обратное: любая точка с нужным свойством обязательно лежит на найденной фигуре. Только тогда геометрическое место точек считается найденным полностью.

Алгоритм решения задач с геометрическим местом точек

Последовательность шагов для перевода условия задачи в точный геометрический ответ



Короткие примеры для закрепления

1

Две точки

Если точка должна быть равноудалена от A и B , то все такие точки лежат на серединном перпендикуляре к отрезку AB . Это самый частый пример в задачах на построение.

2

Фиксированное расстояние

Если нужно найти точки на расстоянии 2 см от точки O , ответом будет окружность с центром O и радиусом 2 см. Здесь условие задаёт одну замкнутую линию.

3

Угол

Если точки равноудалены от сторон угла, то они лежат на биссектрисе этого угла. Она делит угол пополам и помогает увидеть симметрию сразу.

4

Прямая

Если точки находятся на одинаковом расстоянии от прямой, то получаются две параллельные прямые: по одной с каждой стороны от исходной. Это важно не забыть при записи ответа.

ГМТ: точность вместо догадок

Геометрические места точек учат превращать словесное условие в точную фигуру и доказывать решение без лишних догадок. В 9 классе это особенно важно для ясных и строгих построений.