

Многоугольники и окружность: основные понятия и связи

Как многоугольники связаны с окружностью
и почему это важно?



Зачем изучать многоугольники и окружность

Эти фигуры помогают находить углы, строить чертежи и решать задачи на периметр, площадь и доказательства свойств фигур.



Что такое многоугольник

1 Замкнутая линия

Многоугольник образован замкнутой ломаной, у которой каждое звено соединяется с соседним, а соседние звенья не лежат на одной прямой.

2 Основные элементы

У любой такой фигуры можно выделить стороны, вершины и внутренние углы. Именно эти элементы используют при вычислениях и доказательствах

3 Примеры по числу сторон

Треугольник имеет три стороны, четырёхугольник — четыре, пятиугольник — пять. Название фигуры обычно связано с количеством её сторон.

4 Выпуклые фигуры

Выпуклый многоугольник целиком лежит по одну сторону от каждой своей стороны, поэтому его углы не превышают 180° .

5 Невыпуклые фигуры

У невыпуклого многоугольника есть хотя бы один внутренний угол больше 180° . Такая форма встречается реже, но тоже изучается в геометрии.

Окружность, круг и их элементы

Окружность

Окружность задаётся центром и радиусом: это линия, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии от центра.

Радиус и диаметр

Радиус соединяет центр с точкой окружности. Диаметр проходит через центр, а его длина равна двум радиусам.

Хорда

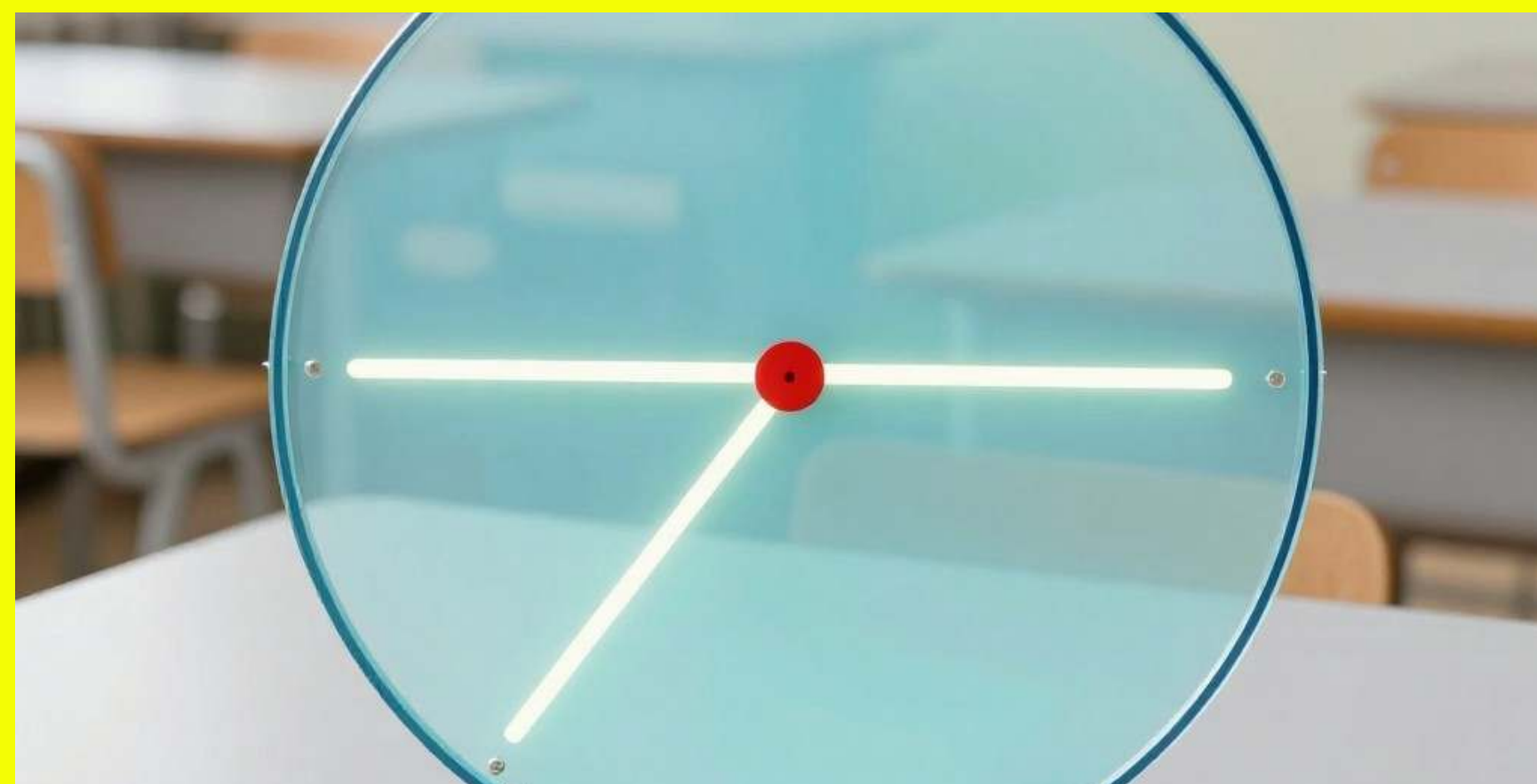
Хорда соединяет любые две точки окружности. В отличие от диаметра, она не обязана проходить через центр.

Дуга

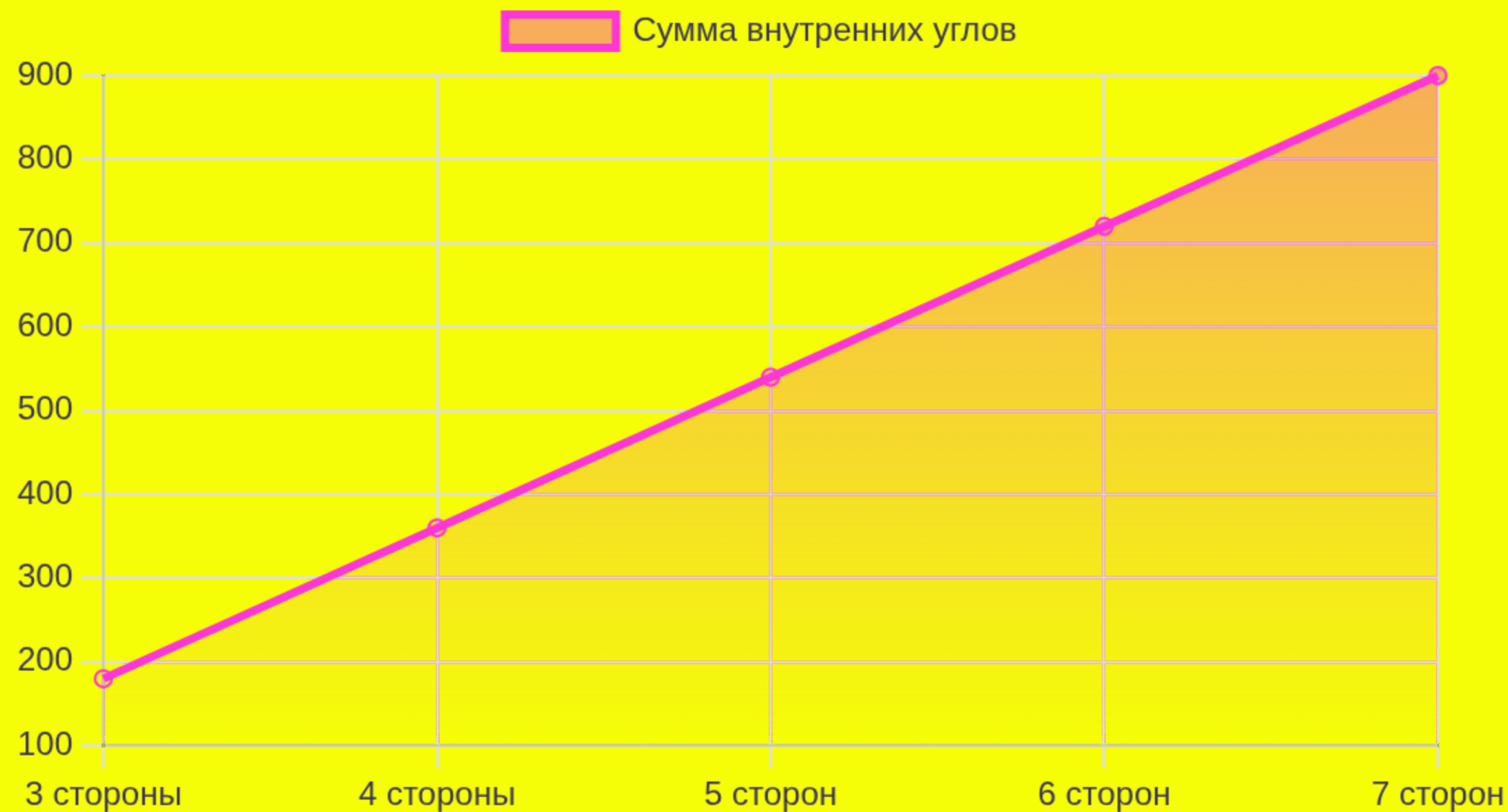
Дугой называют часть окружности между двумя точками. Она помогает описывать и сравнивать участки окружности в задачах.

Круг

Круг включает все точки внутри окружности вместе с самой границей, поэтому это не только линия, но и внутренняя область.



Как изменяется сумма внутренних углов многоугольника



С каждым новым боком сумма увеличивается на 180° , поэтому удобно пользоваться общей формулой для любого числа сторон.

Чем больше сторон у многоугольника, тем больше сумма его внутренних углов; правило одинаково для всех n -угольников.

Школьная формула суммы внутренних углов многоугольника: $(n-2) \times 180^\circ$

Основные виды многоугольников и их признаки

Сравнение показывает, как меняются число сторон и сумма внутренних углов у самых распространённых многоугольников.

Увеличение числа сторон ведёт к росту суммы внутренних углов; правильный многоугольник дополнительно имеет равные стороны и равные углы.

Школьные правила геометрии

Фигура	Стороны	Сумма углов
Треугольник	3	180°
Четырёхугольник	4	360°
Пятиугольник	5	540°

Внутренние и внешние углы многоугольника

1

Смежные углы

Внутренний и внешний углы при одной вершине образуют смежную пару, поэтому их сумма всегда равна 180° . Это удобно при решении задач.

2

Сумма внутренних углов

Для любого n -угольника сумма внутренних углов вычисляется по формуле $(n-2) \times 180^\circ$. Она помогает находить неизвестные углы без полного измерения фигуры.

3

Сумма внешних углов

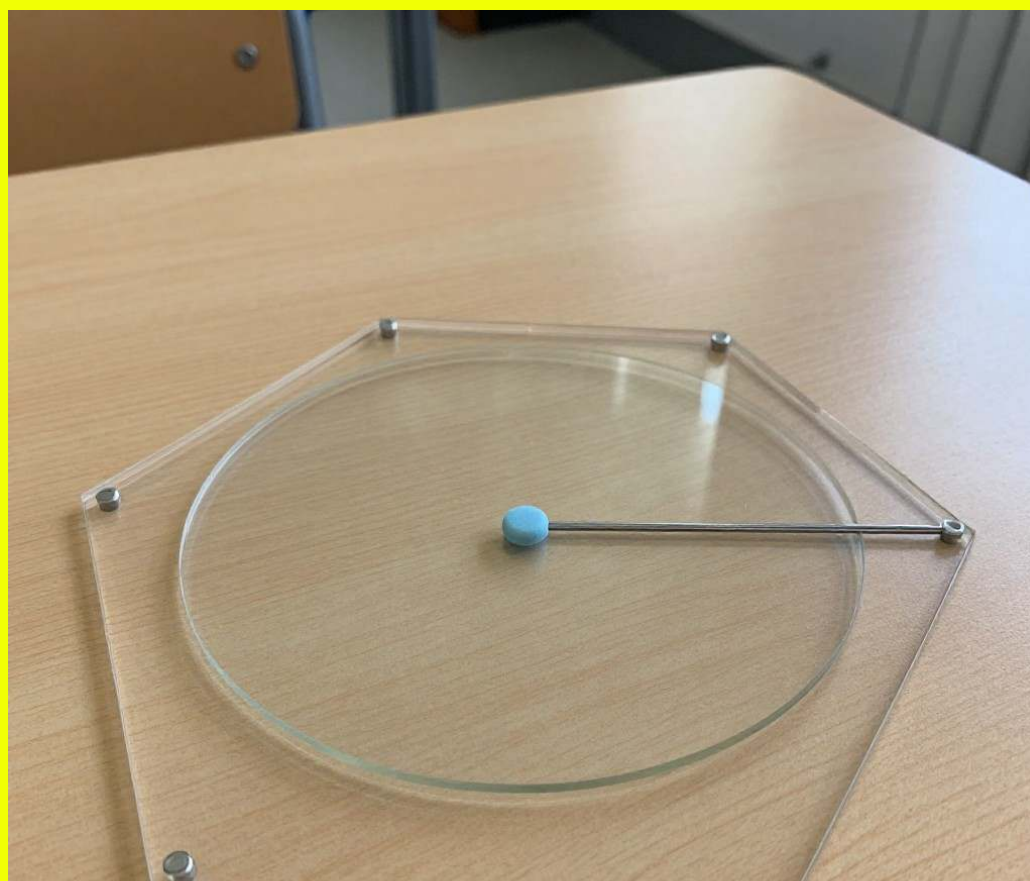
Если многоугольник выпуклый, сумма всех его внешних углов всегда равна 360° , независимо от числа сторон. Это важное и очень удобное свойство.

4

Применение в задачах

Внешние углы особенно полезны для правильных многоугольников: если известен один угол, остальные легко найти по одинаковому распределению углов.

Вписанная окружность и касание сторон



1

Определение

Окружность называют вписанной, если она касается каждой стороны многоугольника. Тогда она находится внутри фигуры и не выходит за её границы.

2

Центр окружности

Центр вписанной окружности одинаково удалён от всех сторон многоугольника. Именно поэтому его положение очень важно при построении.

3

Радиус к стороне

Если из центра опустить перпендикуляр на сторону, полученный отрезок будет радиусом вписанной окружности. Он равен расстоянию до любой стороны.

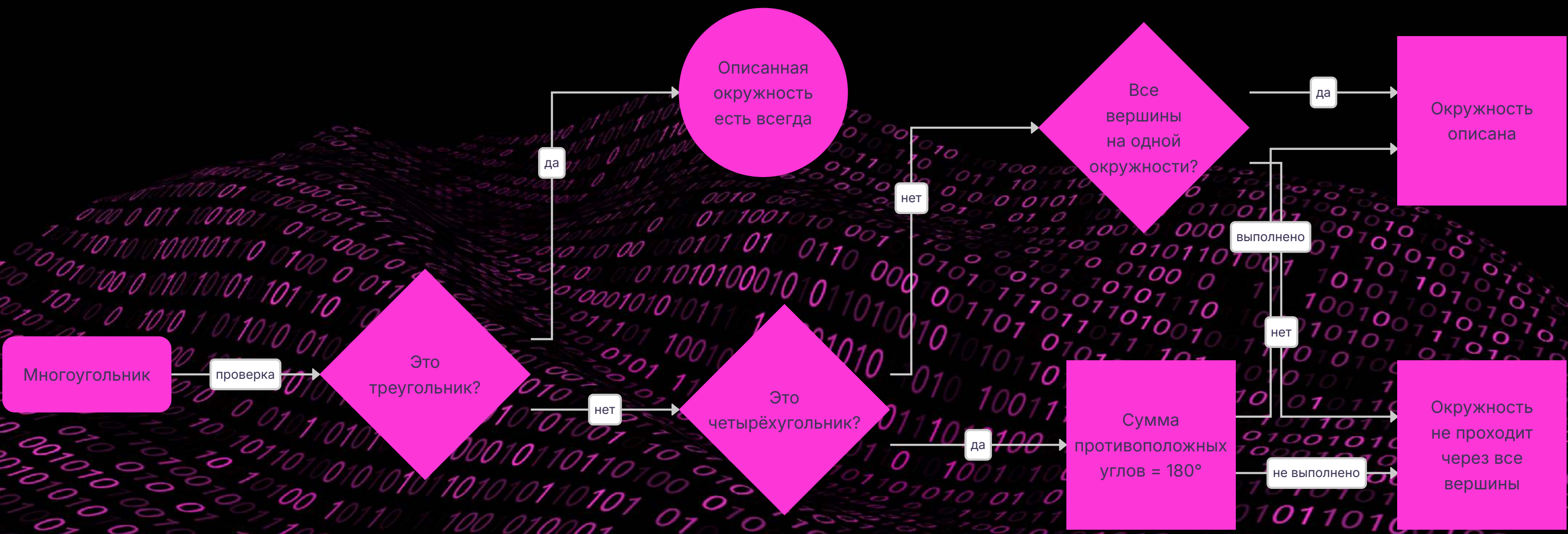
4

Где строится легко

В правильном треугольнике, квадрате и правильном шестиугольнике вписанную окружность строить особенно удобно, потому что у них есть симметрия.

Проверка возможности описать окружность около многоугольника

Схема показывает, как определить, можно ли провести окружность через все вершины фигуры.



Описанная окружность около многоугольника

1

Главный признак

Если все вершины многоугольника лежат на одной окружности, то этот многоугольник называют вписанным в окружность, а сама окружность становится описанной.

2

Центр окружности

Центр описанной окружности одинаково удалён от всех вершин фигуры. Поэтому радиусы, проведённые к вершинам, обязательно равны между собой.

3

Значение в задачах

Такое свойство помогает находить расстояния, углы и строить фигуры с заданными параметрами, особенно в задачах на треугольники и четырёхугольники.

Сравнение вписанной и описанной окружности

Признак	Вписанная	Описанная
Положение	внутри	снаружи
Касание	стороны	вершины
Центр	до сторон	до вершин

Таблица показывает, чем отличаются окружности, связанные с многоугольником, и по каким признакам их можно распознать.

Вписанная окружность связана со сторонами, а описанная — с вершинами. В правильных многоугольниках обе окружности часто имеют общий центр.

Определения и свойства окружностей в школьной геометрии

Правильные многоугольники



Равные стороны

У правильного многоугольника все стороны одинаковой длины, поэтому его периметр удобно находить по одной стороне, умноженной на число сторон.



Равные углы

Все внутренние углы тоже равны между собой, а значит, фигуру легко проверять по одному известному углу и общим формулам.



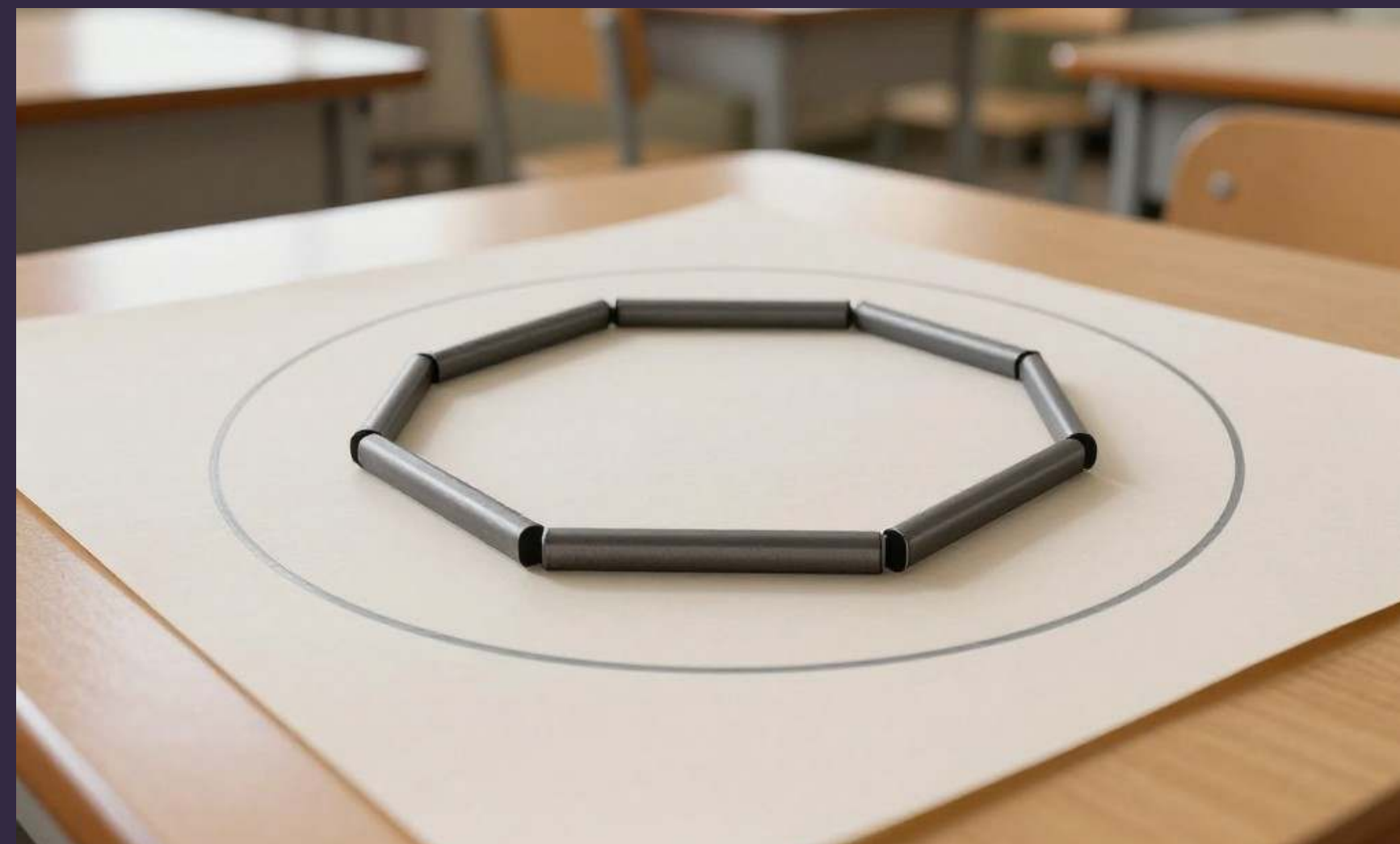
Симметрия фигуры

Такие многоугольники обладают осевой и поворотной симметрией, из-за чего выглядят «ровно» и часто используются в чертежах и орнаментах.



Общие центры

У правильных многоугольников центр нередко совпадает для вписанной и описанной окружности, поэтому задачи на расстояния и построения становятся проще.



Где встречаются многоугольники в жизни

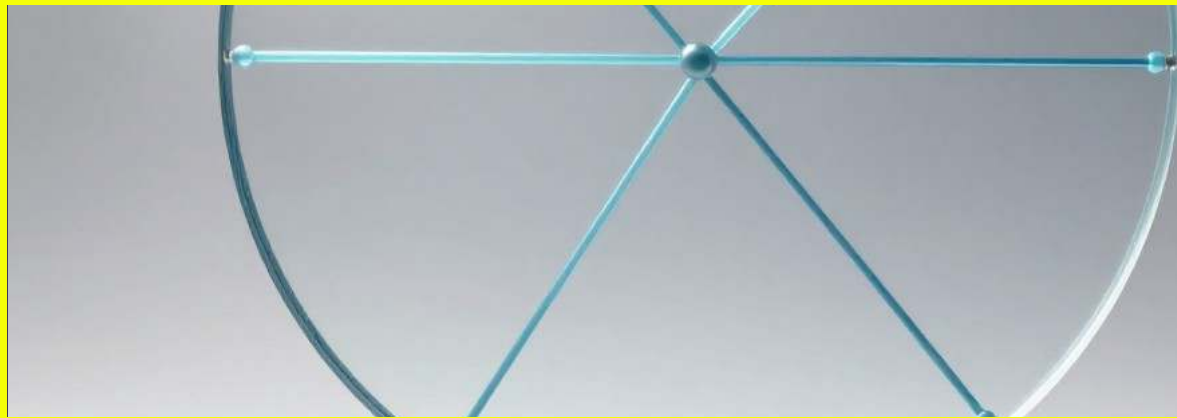


Разные формы выбирают не случайно: одни удобны для укладки, другие — для прочности, а третьи — для чёткой разметки и повторяющегося рисунка.

Многоугольники особенно полезны там, где важны устойчивость, экономия пространства и простота соединения одинаковых элементов.

Обобщение примеров из повседневной среды и школьного курса геометрии

Хорды, диаметры и стороны правильного многоугольника



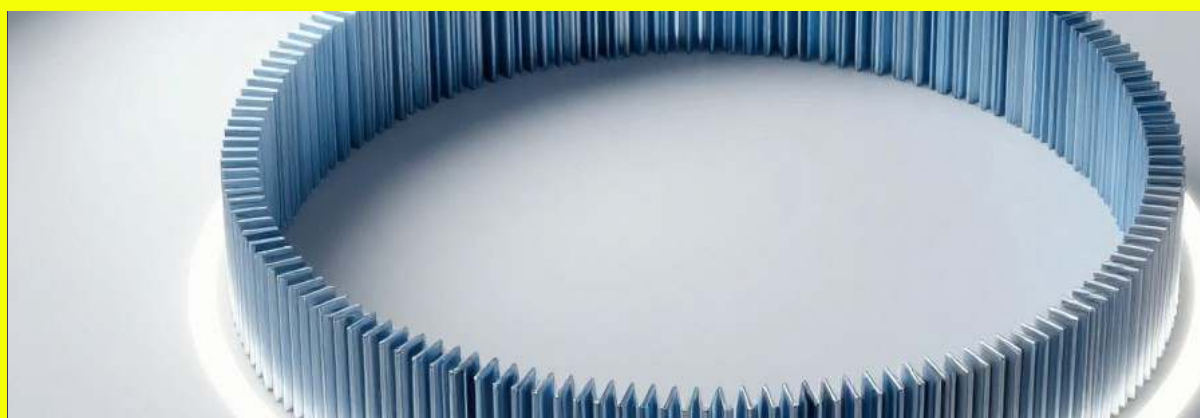
Равные отрезки по окружности

Если правильный многоугольник вписан в окружность, его вершины соединяются равными хордами. Из-за этого все стороны получаются одинаковыми, а фигура выглядит аккуратно и симметрично. Такой способ связи с окружностью помогает сравнивать многоугольники разных видов.



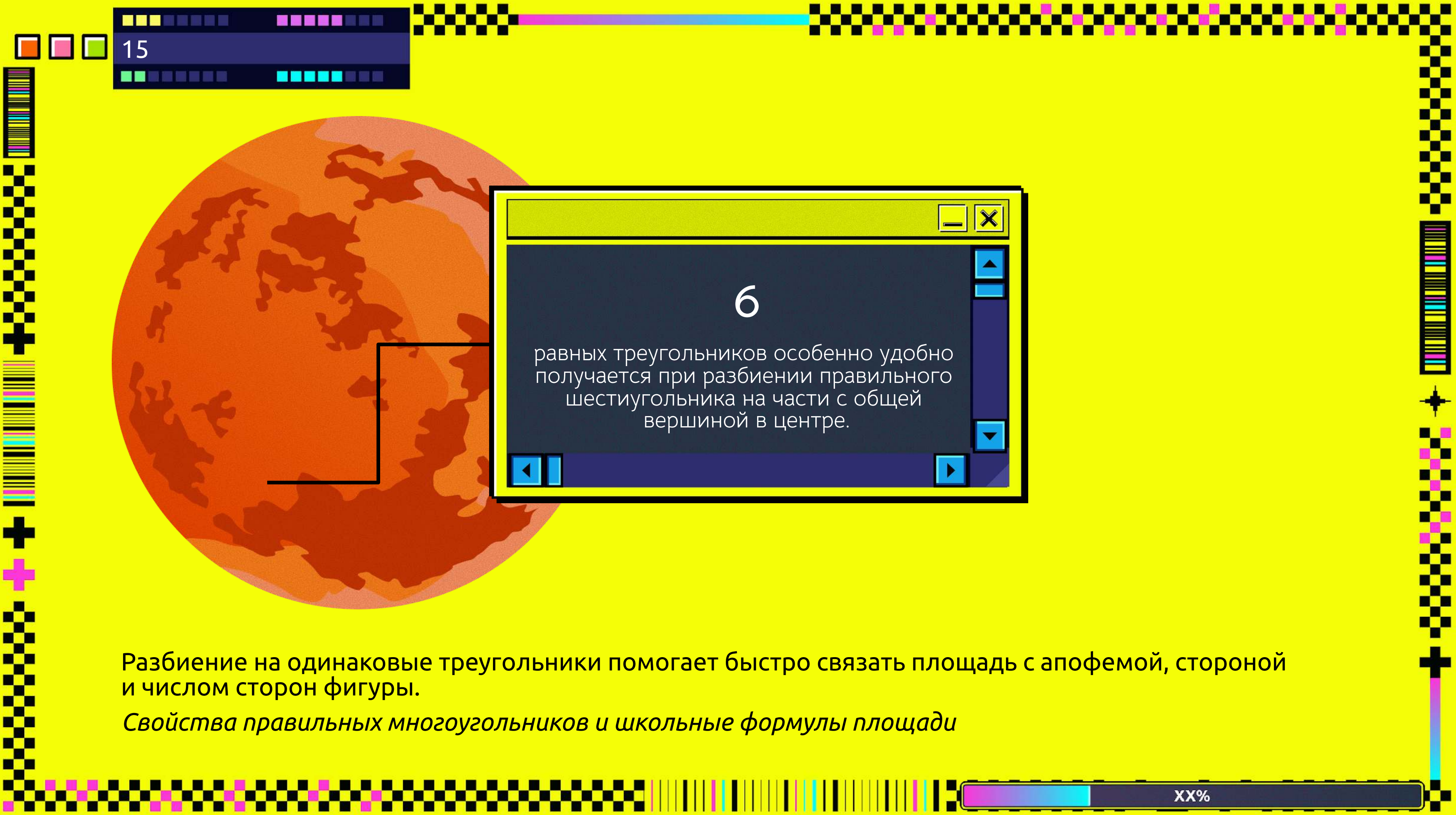
Диаметр как особая хорда

Диаметр отличается от обычной хорды тем, что проходит через центр окружности и является самой длинной хордой. На чертеже его легко узнать по положению внутри круга. Именно он часто задаёт удобную ось симметрии и помогает строить фигуру.



Много сторон — больше сходство с кругом

Чем больше сторон у правильного многоугольника, тем короче каждая отдельная сторона по сравнению с общей длиной границы. Ломаная линия становится всё плавнее и зрительно приближается к окружности. Поэтому многоугольники используют как удобную модель круга.



Разбиение на одинаковые треугольники помогает быстро связать площадь с апофемой, стороной и числом сторон фигуры.

Свойства правильных многоугольников и школьные формулы площади

XX%

Формулы, которые нужны для темы

Основные зависимости помогают считать углы, длины и площади в задачах на многоугольники и окружность.

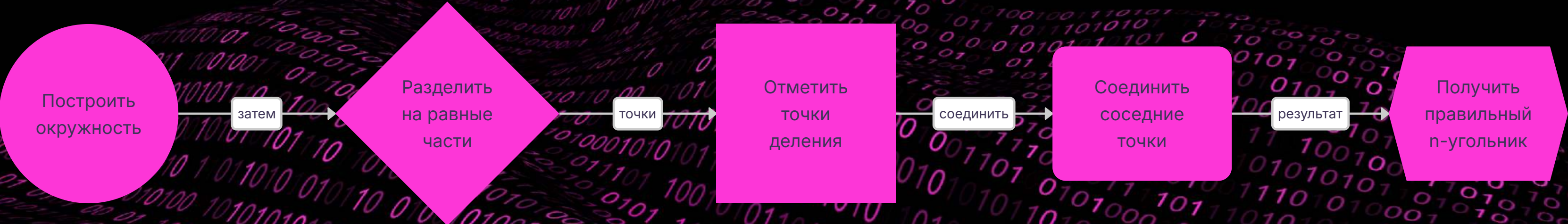
Формулы связывают свойства многоугольников и окружности, поэтому их удобно применять вместе при вычислениях и доказательствах.

Школьный курс геометрии 9 класса

Формула	Смысл
$(n-2) \times 180^\circ$	сумма внутренних углов
360°	сумма внешних углов
$d=2r; 2\pi r$	диаметр и длина окружности
πr^2	площадь круга

Построение правильного многоугольника около окружности

Пошаговое построение по равным дугам или центральным углам



Типичные ошибки в теме

Путают круг и окружность

Окружность — это только граница, а круг включает ещё и внутреннюю область. Если не различать эти понятия, легко ошибиться в рисунке и в ответе к задаче.

Неверно выбирают описанную окружность

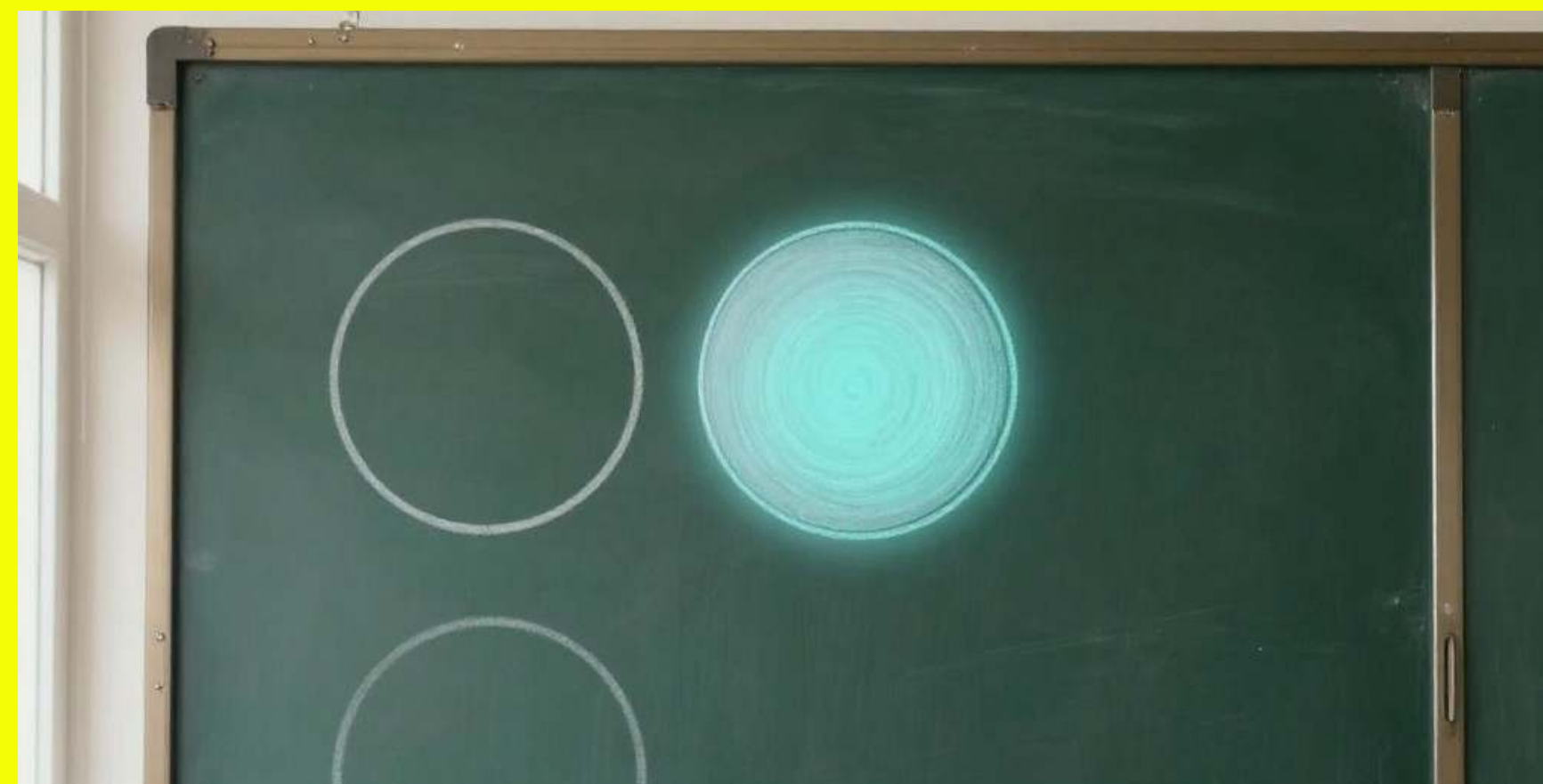
Не у каждого четырёхугольника можно провести окружность через все вершины. Для такого случая нужно проверять специальное условие, а не предполагать его заранее.

Забывают про внешние углы

Сумма внешних углов выпуклого многоугольника всегда равна 360° , независимо от числа сторон. Это правило часто помогает быстро находить неизвестный угол.

Путают хорду и диаметр

Хорда соединяет любые две точки окружности, а диаметр обязательно проходит через центр. Поэтому диаметр — это частный случай хорды, но не наоборот.



Как меняется многоугольник при увеличении числа сторон



Чем больше сторон, тем меньше заметны отдельные углы и тем плавнее выглядит граница фигуры.

Рост числа сторон приближает правильный многоугольник к окружности, поэтому такие фигуры используют для её приближённого изображения.

Обобщение понятий о многоугольниках и их форме

Многоугольники и окружность: что важно запомнить

Многоугольники и окружность тесно связаны через стороны, вершины, хорды и углы. Если помнить основные признаки вписанных и описанных фигур, задачи по геометрии становятся намного понятнее.