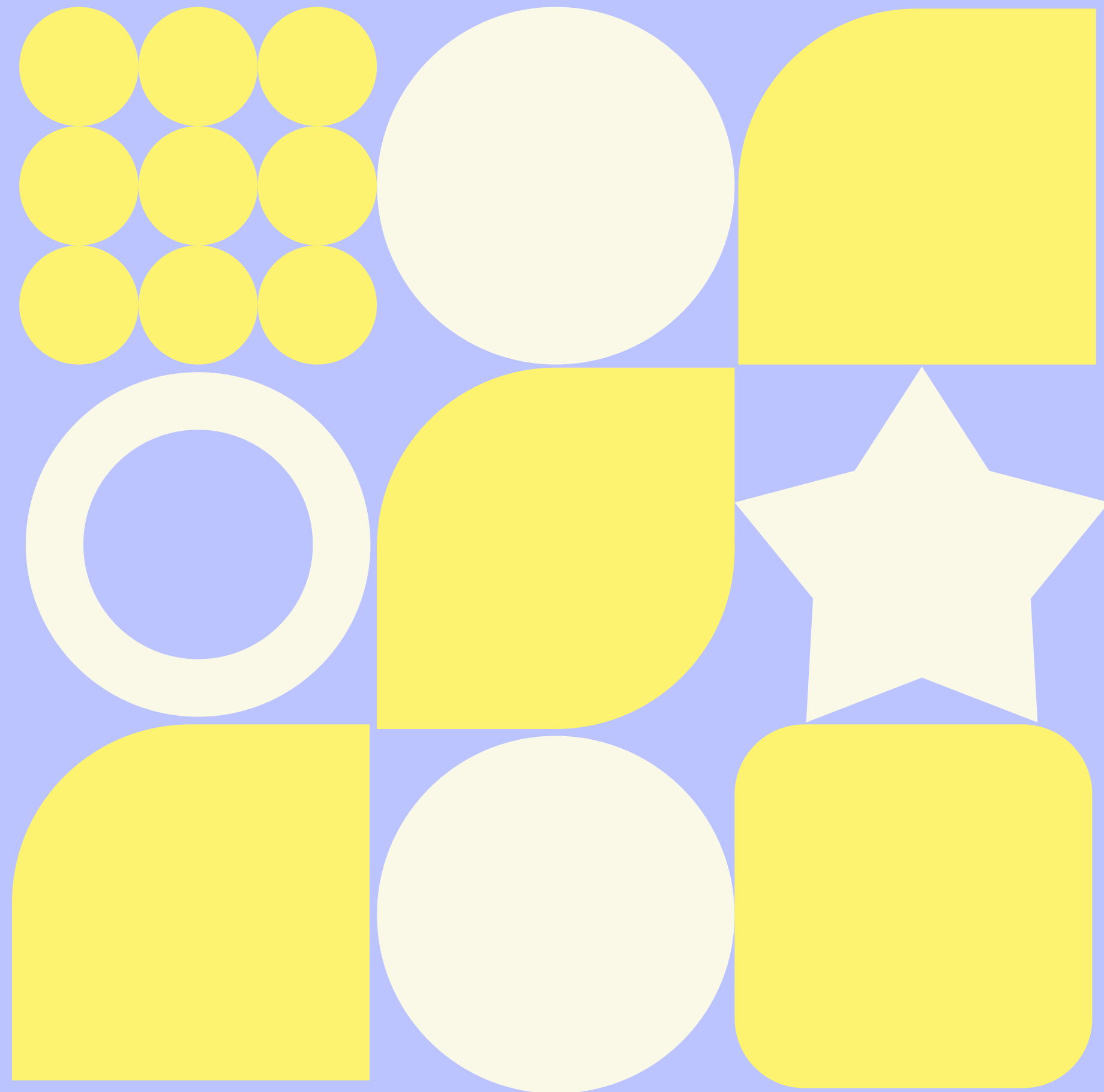


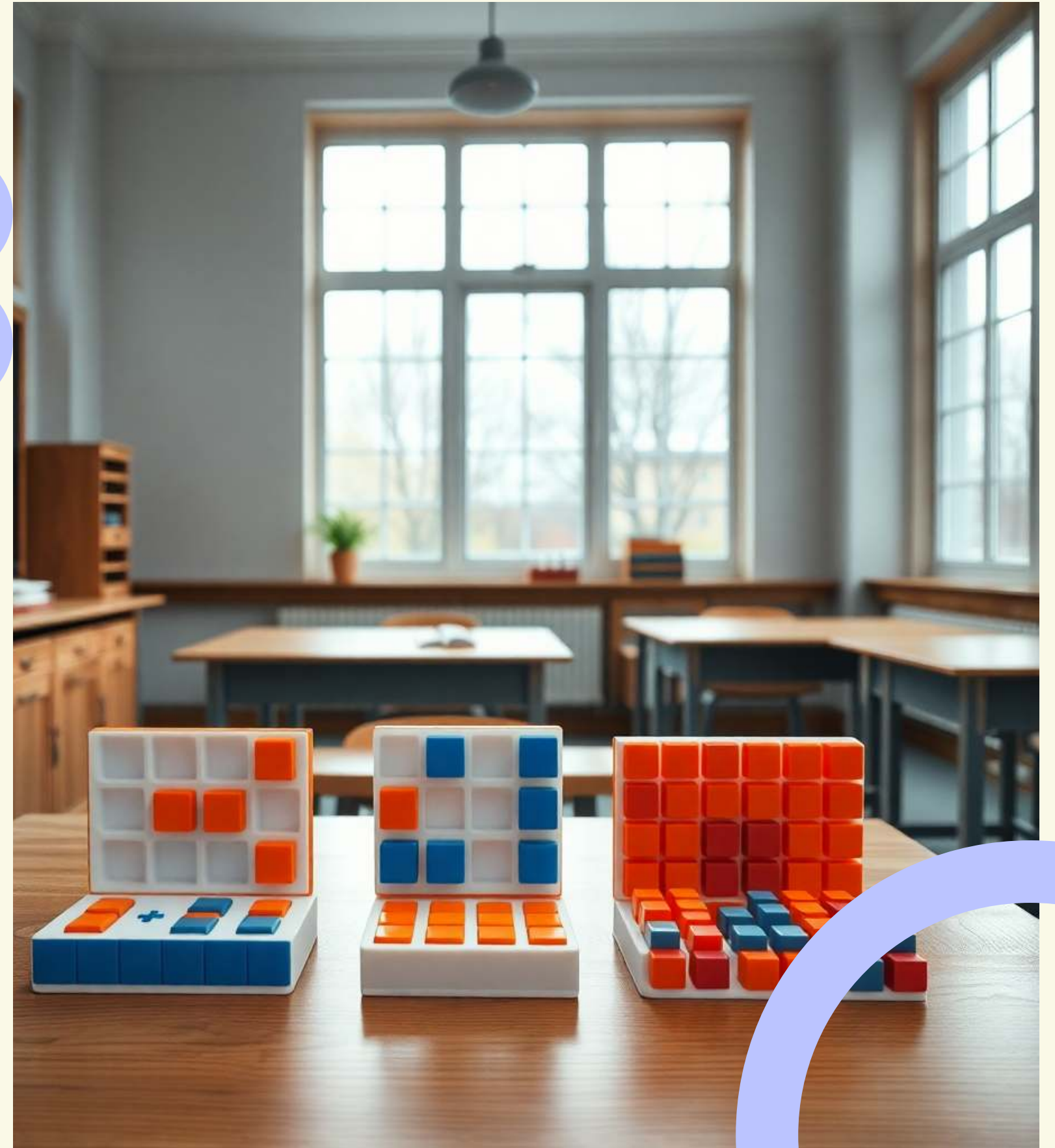
Сумма, разность и произведение многочленов

Освоим правила действий
с многочленами и избежание ошибок.



Зачем нужны многочлены в 7 классе

Многочлены помогают записывать выражения короче, быстрее упрощать их и готовиться к уравнениям, формулам и функциям. Эти навыки часто встречаются в задачах на периметр, площадь, движение и другие школьные сюжеты.



Что такое многочлен

Состав выражения

Многочлен объединяет один или несколько одночленов, соединённых знаками сложения или вычитания. Такая запись удобна, когда нужно кратко представить длинное алгебраическое выражение.

Из чего состоит одночлен

В одночлене обычно выделяют коэффициент, буквенную часть и степень. Например, в выражениях $3x$, $-5x$, $2a^2$ и $7a^2$ каждая часть помогает понять вид и значение слагаемого.

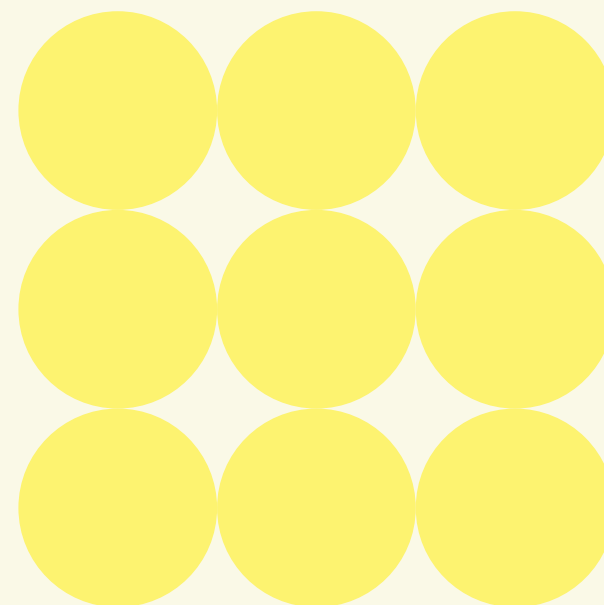
Подобные слагаемые

Подобными называют слагаемые с одинаковой буквенной частью и одинаковой степенью. Именно их можно складывать или вычитать напрямую, например $3x$ и $-5x$, а также $2a^2$ и $7a^2$.

Зачем это нужно

Умение узнавать многочлены и подобные слагаемые облегчает дальнейшие преобразования. Без этого трудно правильно раскрывать скобки, упрощать выражения и работать с формулами в алгебре.

Сложение многочленов



1

Убираем лишние скобки

Если между многочленами стоит знак «+», скобки можно убрать, не меняя знаки внутри. После этого выражение становится короче и его легче читать.

2

Складываем только одинаковые части

Затем объединяют подобные слагаемые: буквы и степени должны совпадать. Так, $2x + 5x$ дают $7x$, а $3a^2 + 4a^2$ дают $7a^2$.

3

Отдельно считаем числа

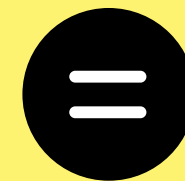
Свободные числа тоже являются подобными между собой и складываются отдельно от буквенных слагаемых. Это помогает не смешивать разные части выражения и получать правильный ответ.

Правило знаков при сложении



Знаки сохраняются

При сложении двух многочленов каждый член остаётся со своим знаком. Это значит, что внутри скобок ничего не меняется, если перед ними стоит знак «+».



Складываем по группам

Члены с одинаковой буквенной частью объединяют отдельно: отдельно для a^2 , отдельно для a и отдельно для свободных чисел. Так легче не пропустить нужный элемент.



Проверяем на примере

В выражении $(4a^2 - 3a + 1) + (2a^2 + a - 5)$ получаем $6a^2 - 2a - 4$. Здесь видно, что знаки внутри скобок остались прежними, а сложение прошло только между подобными слагаемыми.

Примеры сложения многочленов

Исходные многочлены	Преобразование	Результат
$(x^2+3x)+(2x^2-x)$	$x^2+2x^2, 3x-x$	$3x^2+2x$
$(4a-7)+(a+2)$	$4a+a, -7+2$	$5a-5$
$(3m^2-m+5)+(m^2+4m-1)$	$3m^2+m^2, -m+4m, 5-1$	$4m^2+3m+4$

В таблице показано, как упрощается сумма многочленов после приведения подобных слагаемых.

Во всех примерах складываются только подобные слагаемые, а числовые и буквенные части обрабатываются отдельно.

Разность многочленов

1

Вычитаем второй многочлен целиком

При разности вычитается не один член, а весь второй многочлен. Поэтому после знака «-» важно смотреть на каждую скобку полностью, а не на первое слагаемое.

2

Меняем знаки внутри скобок

После раскрытия скобок знаки всех членов второго многочлена становятся противоположными. Именно этот шаг чаще всего вызывает ошибку, если его сделать невнимательно.

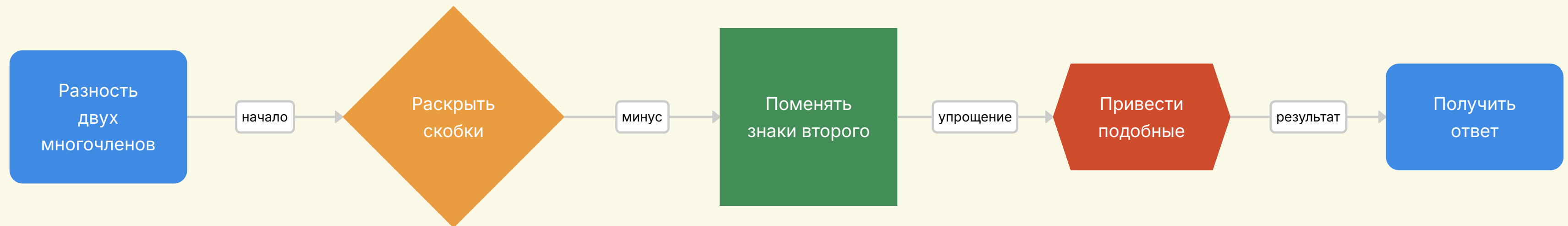
3

Приводим подобные слагаемые

После изменения знаков остаётся собрать однотипные члены и упростить выражение.
Например, $(x^2 + 3x) - (2x - 5) = x^2 + 3x - 2x + 5 = x^2 + x + 5$.

Алгоритм вычитания многочленов

Последовательность действий при раскрытии скобок и упрощении разности.



Почему при минусе меняются знаки

1 Минус относится ко всей скобке

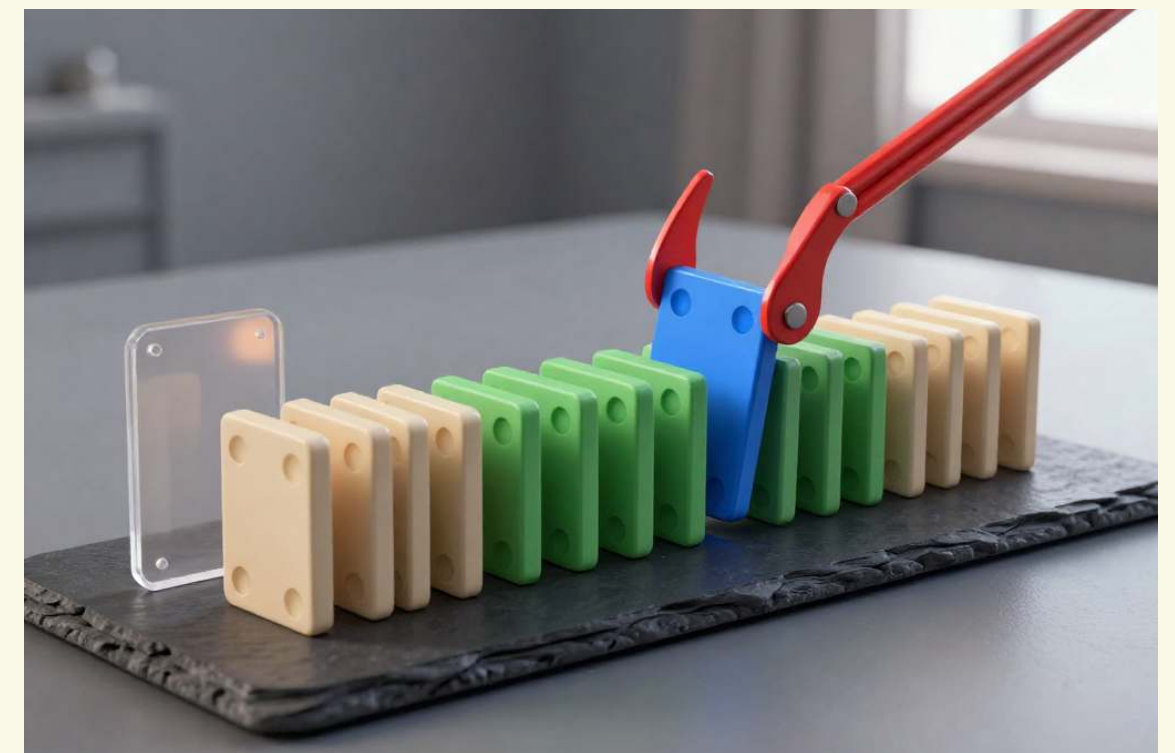
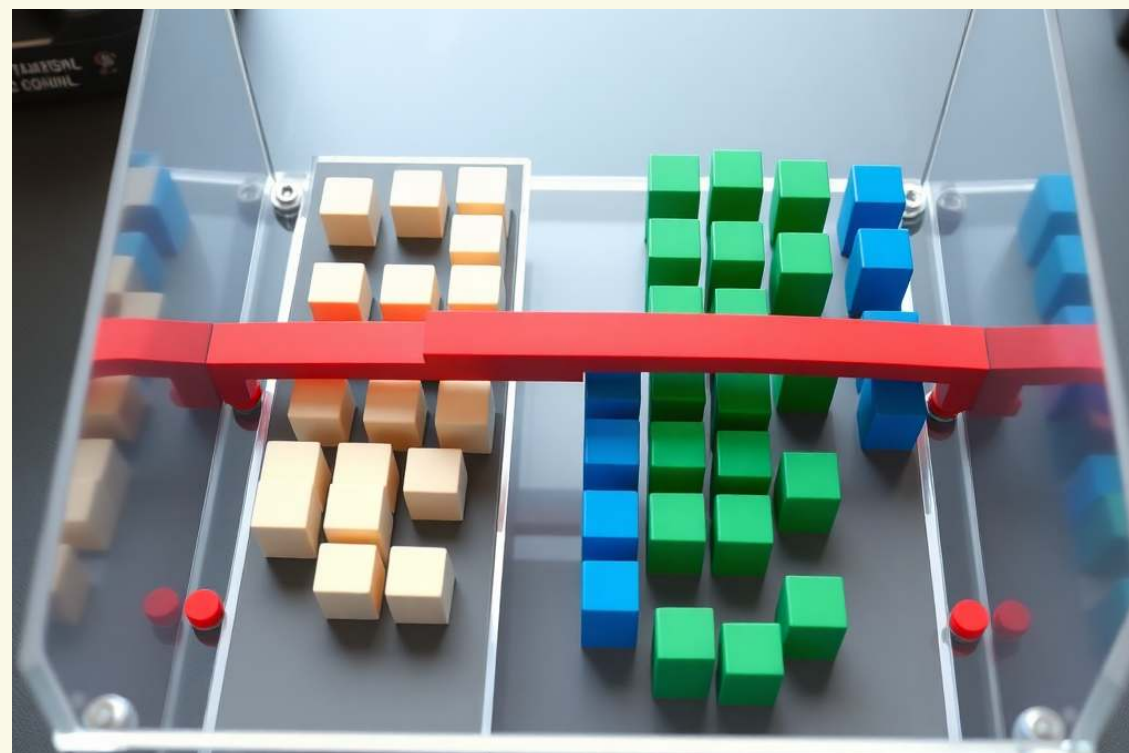
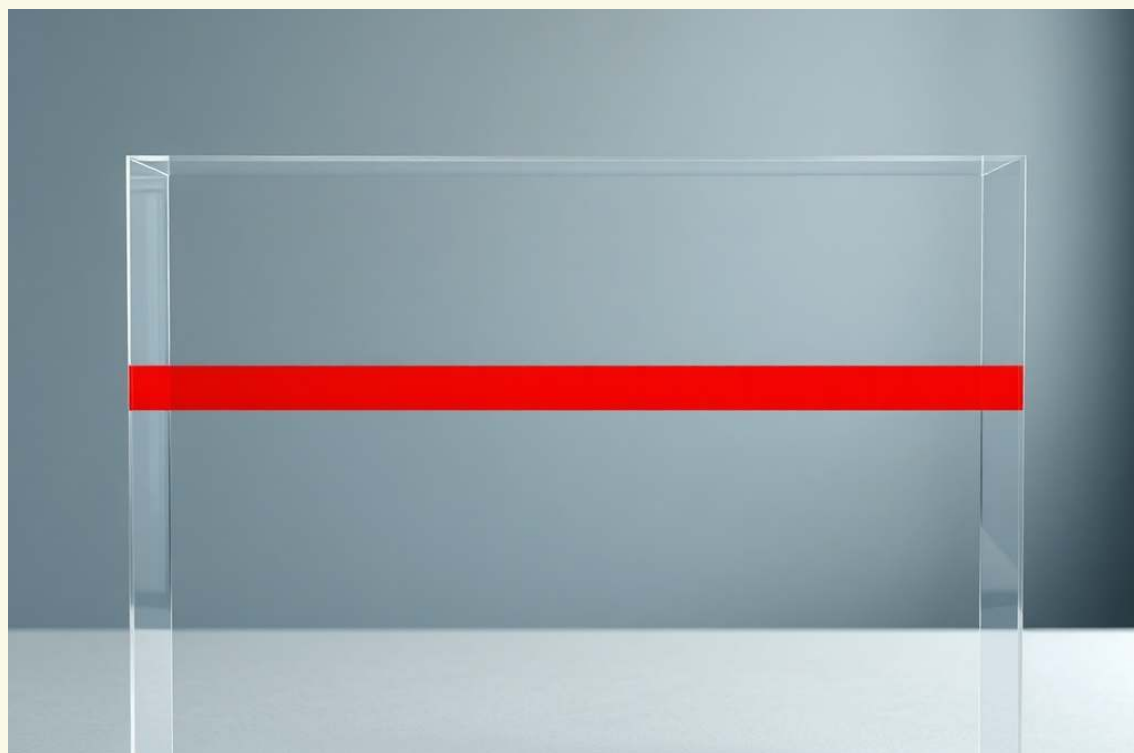
Когда между многочленами стоит знак вычитания, он действует на весь второй многочлен целиком. Поэтому нельзя менять знак только у первого члена: каждый элемент второй скобки получает противоположный знак после раскрытия.

2 Пример без лишних ошибок

Запись $(a+b)-(c-d)$ превращается в $a+b-c+d$. Здесь видно, что знаки внутри второй скобки меняются все сразу, а не по одному. Такой приём помогает не забыть ни одно слагаемое.

3 Почему это удобно

Если помнить, что вычитается целое выражение, легче избежать типичной ошибки при переносе членов. Тогда преобразование становится понятным и аккуратным, а итоговая запись получается без лишних пропусков и неверных знаков.

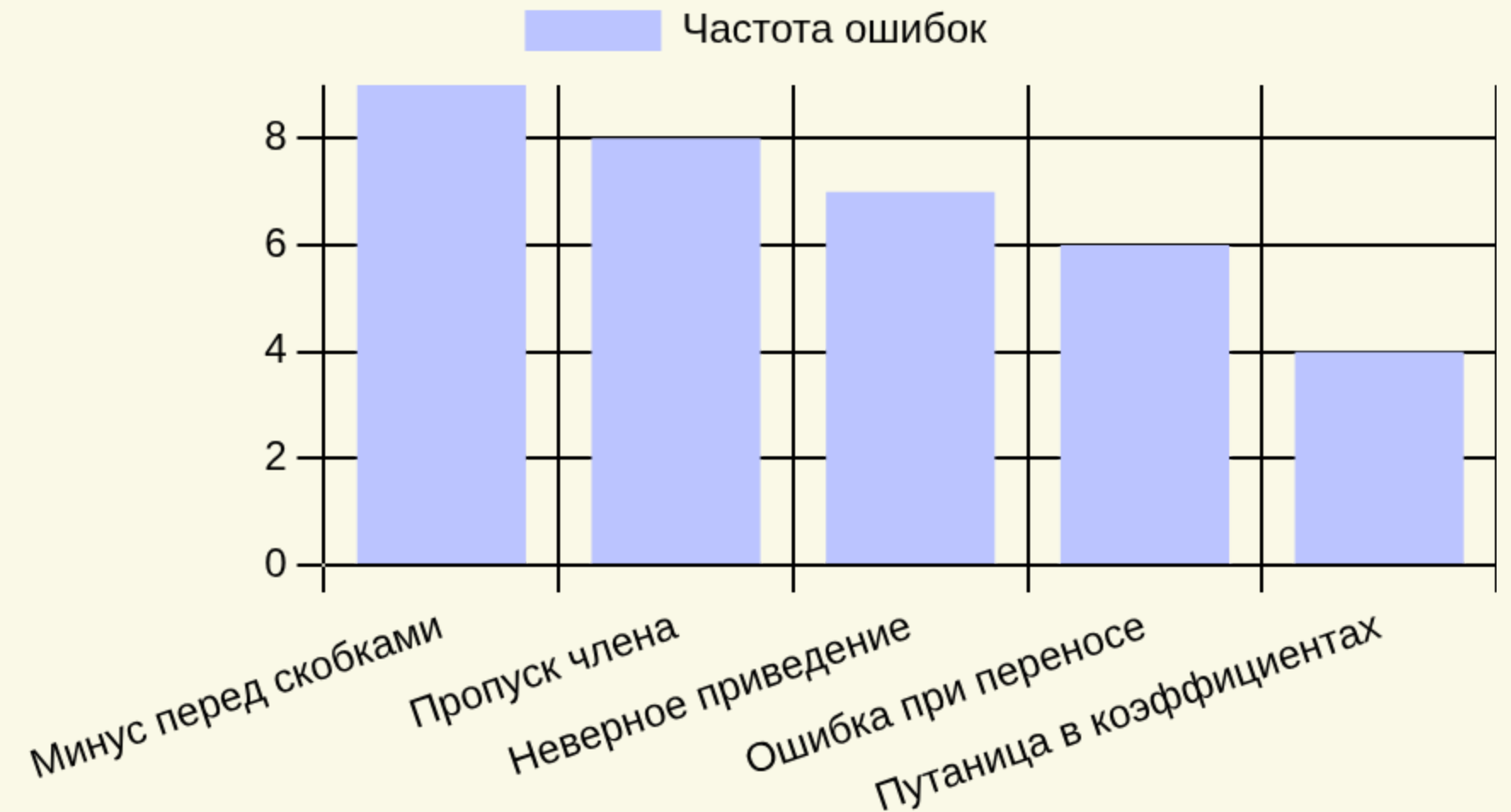


Где чаще возникают ошибки

Диаграмма отражает типичные затруднения при работе с многочленами на уроках алгебры.



Чаще всего ошибки связаны со знаками и внимательным переписыванием выражения; с буквенной частью и степенями ошибаются реже.



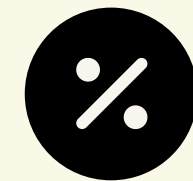
Иллюстративная шкала типичных ошибок по заданиям 7 класса, составленная по учебной практике

Ключевые шаги при умножении одночлена на многочлен



Умножаем каждый член

Одночлен нужно распределить по всем слагаемым в скобках. То есть он умножается на каждый член многочлена по отдельности, без пропусков и сокращений на этом этапе.



Сначала коэффициенты

Сначала перемножают числовые коэффициенты, а затем переходят к буквенной части. Такой порядок помогает не запутаться и быстрее получить правильный промежуточный результат.



Работаем с буквами

При умножении буквенных частей применяют правила степеней: одинаковые основания складывают по показателям. Например, $a \cdot a = a^2$, поэтому $-2a \cdot 5a$ даёт $-10a^2$.



Проверяем итог

После раскрытия скобок полезно привести подобные слагаемые. Это позволяет записать ответ в более коротком виде и сразу заметить ошибку в знаке, коэффициенте или степени.

Произведение многочлена на многочлен

1

Каждый с каждым

Первый многочлен нужно умножить на каждый член второго. Нельзя ограничиться только первыми слагаемыми: все пары произведений должны быть записаны, иначе ответ получится неполным.

2

Собираем результаты

После умножения все полученные одночлены записывают вместе, сохраняя знаки. Затем находят подобные слагаемые и приводят их, чтобы выражение стало короче и удобнее для дальнейших вычислений.

3

Раскрываем скобки

На практике это действие часто называют раскрытием скобок. Пример $(x+2)(x+3)$ показывает, что сначала получают четыре произведения, а потом объединяют похожие члены и записывают ответ.



Как отличаются три действия с многочленами

Сравнение показывает, что выбор приёма зависит от знака между многочленами и от того, есть ли произведение скобок.

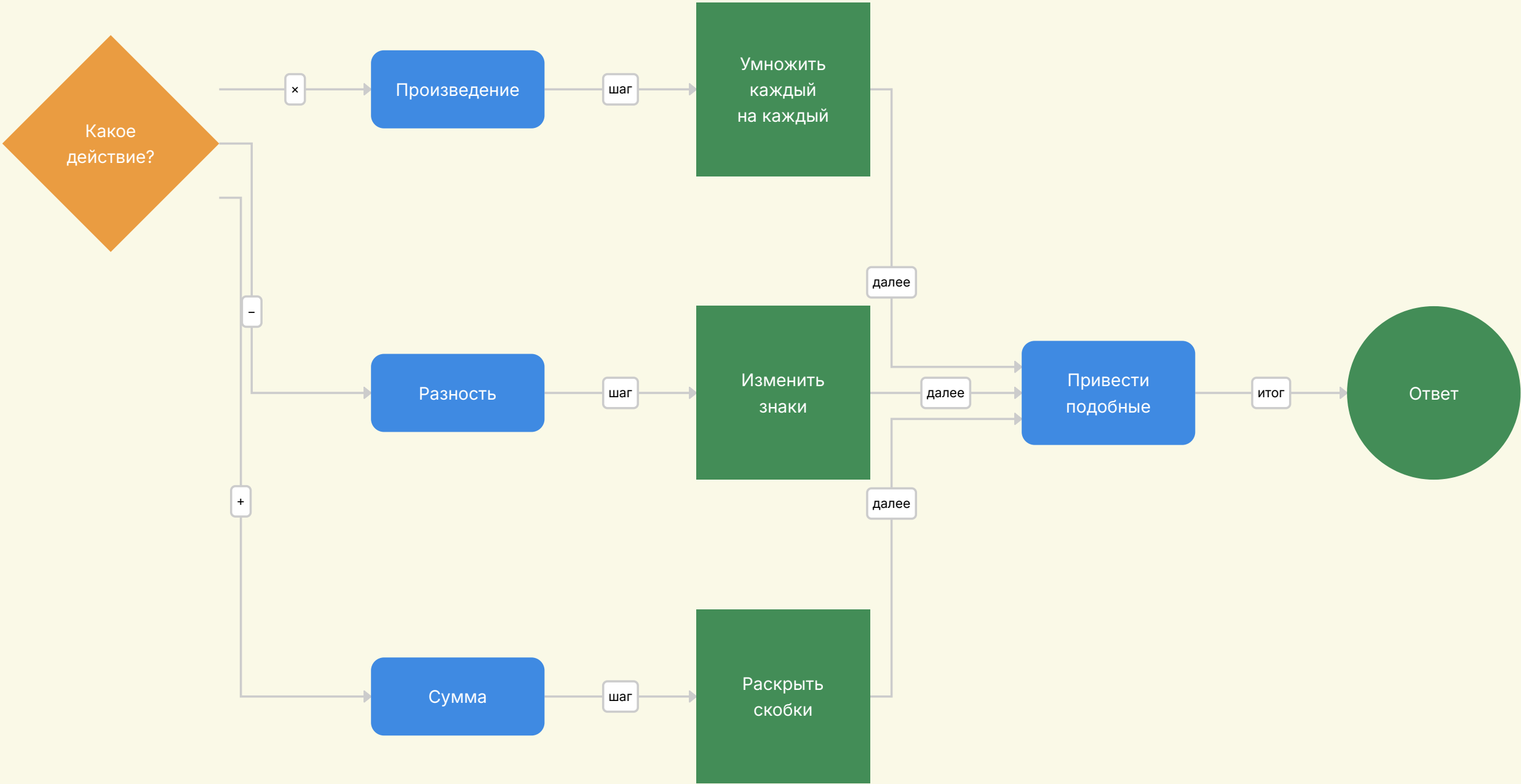
Во всех трёх случаях важны аккуратная запись и приведение подобных слагаемых, но способ работы со скобками различается.



Действие	Со скобками	Результат
Сумма	Знаки сохраняются	Подобные складывают
Разность	Знаки меняются	Второй многочлен вычитают
Произведение	Каждый на каждый	Все члены перемножают

Как преобразовывать выражения с многочленами

Последовательность действий по правилам сложения, вычитания и умножения многочленов в 7 классе



Как проверить полученный ответ

1

Подстановка числа

Самый простой способ — заменить букву на удобное число и вычислить оба выражения. Если исходная и преобразованная записи дают одинаковый результат, преобразование выполнено верно.

2

Обратное действие

Иногда полезно мысленно вернуть выражение к исходному виду: проверить раскрытие скобок, умножение или вычитание. Такой способ помогает заметить лишний или пропущенный член.

3

Внимание к знакам

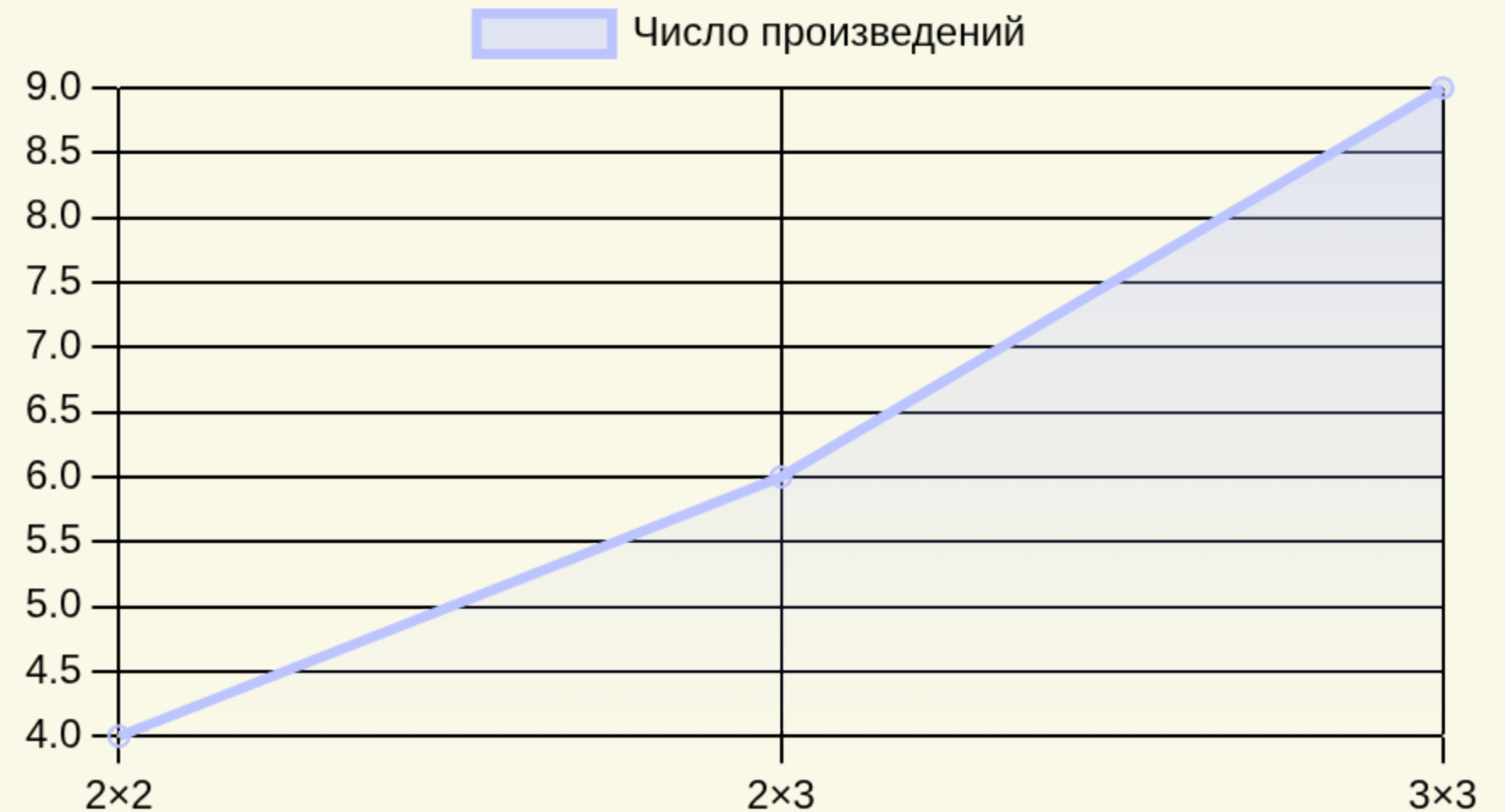
Проверка особенно важна после работы с минусом и при умножении. Она позволяет быстро найти ошибку в знаке, коэффициенте, степени или в порядке записанных слагаемых.

Как растёт число промежуточных членов при умножении

Чем больше членов в скобках, тем больше отдельных произведений нужно записать. Поэтому при умножении особенно важно не пропустить ни одной пары слагаемых.



Рост количества промежуточных членов идёт быстро: 4, 6 и 9. Это делает аккуратный порядок вычислений обязательным.



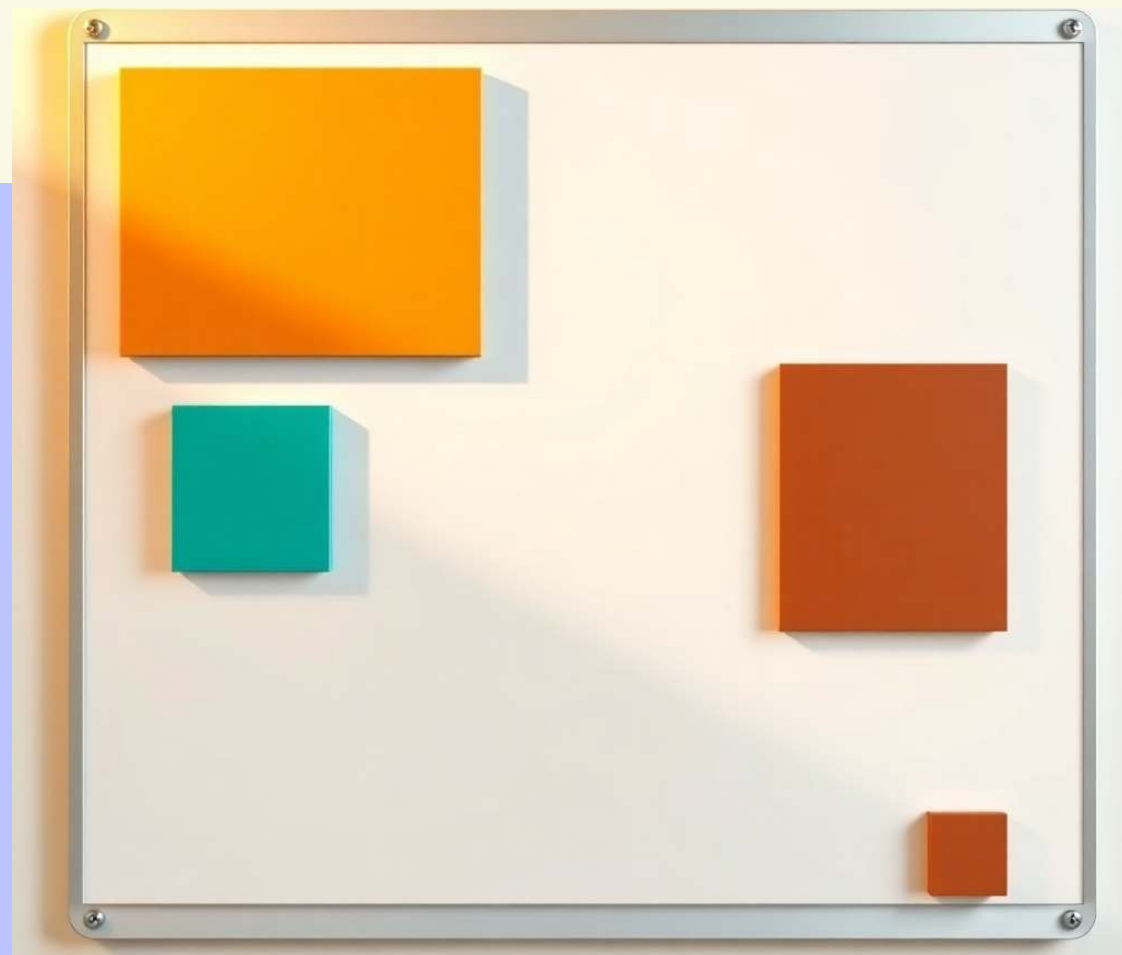
Правило умножения многочленов в школьной алгебре; учебные примеры 7 класса

Площадь прямоугольника как подсказка к умножению



Один прямоугольник — четыре части

Если стороны прямоугольника выражены как $x+2$ и $x+3$, его можно разделить на четыре меньших прямоугольника. Площади этих частей соответствуют отдельным произведениям, которые затем складываются в общий результат.



Каждая часть важна

Верхняя левая часть даёт x^2 , остальные три части — $x \cdot 3$, $2 \cdot x$ и $2 \cdot 3$. Вместе они показывают, как из геометрической модели получается выражение x^2+5x+6 без лишних действий.



Удобная визуальная проверка

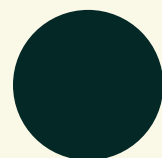
Такая схема помогает увидеть, почему нельзя пропускать члены при раскрытии скобок. Если одна часть не учтена, площадь всей фигуры будет записана неверно, а значит, ошибётся и алгебраический ответ.

Типичные ошибки учащихся



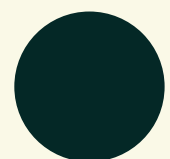
Пропуск члена

При умножении или раскрытии скобок иногда записывают не все произведения. Из-за этого ответ получается короче, чем должен быть, и теряет часть слагаемых.



Путаница в подобных слагаемых

Не все одночлены можно складывать или вычитать между собой. Подобными считаются только выражения с одинаковой буквенной частью и одинаковой степенью.



Минус перед скобками

Частая ошибка — изменить знак только у первого члена после минуса. Нужно помнить, что при вычитании меняются знаки у всех членов второй скобки.



Слишком быстрые сокращения

Иногда учащиеся преждевременно упрощают выражение и теряют точность. Лучше записывать каждый шаг отдельно, а затем проверять знаки и коэффициенты перед ответом.

Мини-практика с ответами

Задание	Ответ
$(2x+1)+(x-4)$	$3x-3$
$(5a-3)-(2a+7)$	$3a-10$
$(x+2)(x-1)$	x^2+x-2



В заданиях нужно применить все три действия: сложение, вычитание и умножение многочленов.

Во всех примерах важны скобки и приведение подобных слагаемых; именно они определяют правильность результата.



Многочлены: три действия — один порядок мышления

Сложение, вычитание и умножение многочленов подчиняются чётким правилам. Если помнить о скобках, знаках и подобных слагаемых, можно уверенно упрощать выражения и решать более сложные задачи.

