

# Знакомство с объёмами фигур

Как измерить пространство, которое занимает фигура?



# Почему объём изучают в 9 классе

Объём помогает описывать коробки, резервуары, аквариумы и здания. В 9 классе он становится удобным применением формул, степеней и единиц измерения для сравнения реальных тел по размерам и вместимости.



# Три измерения пространственной фигуры

## Длина, ширина, высота

Любое объёмное тело описывается тремя измерениями, которые задают его форму в пространстве. Именно по ним можно понять, сколько места занимает фигура и как вычислить её объём.

## Куб как особый случай

У куба все рёбра одинаковы, поэтому достаточно знать лишь длину одного ребра. Это делает куб удобной моделью для первых задач на объём и проверки формулы.

## Параллелепипед в жизни

Прямоугольный параллелепипед имеет три разные стороны, поэтому его размеры записывают отдельно. Такой вид часто встречается у коробок, книг, шкафов и строительных блоков.

## Цилиндр и основание

У цилиндра важную роль играет круговое основание, а также высота фигуры. Поэтому при работе с ним особенно важно различать радиус основания и расстояние между кругами.



# 1000

составляет число кубических  
сантиметров в одном кубическом  
дециметре.

Соотношение единиц объёма:  $1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$ .

Переход между кубическими единицами  
показывает, как быстро меняется объём  
при смене масштаба.

# Единицы объёма и примеры их использования

Таблица показывает, какую единицу удобно выбирать для разных объектов и задач.

Чем больше объект, тем крупнее единица измерения удобнее для записи и сравнения объёма.

| Единица         | Пример  | Масштаб |
|-----------------|---------|---------|
| см <sup>3</sup> | деталь  | малый   |
| дм <sup>3</sup> | бутылка | средний |
| м <sup>3</sup>  | комната | большой |

# Формула объёма куба

1

## Основная формула

Объём куба находят по формуле  $V = a^3$ , где  $a$  — длина ребра. Одна величина полностью определяет фигуру, потому что все рёбра куба равны.

2

## Пример вычисления

Если ребро куба равно 4 см, получаем  $V = 4^3 = 64 \text{ см}^3$ .  
Запись в кубических единицах показывает, что измеряется не длина и не площадь, а пространство внутри тела.

3

## Почему формула удобна

Куб часто используют как простую модель для изучения объёма. На нём легко увидеть связь между длиной ребра и быстрым ростом объёма при увеличении размера.

# Формула объёма прямоугольного параллелепипеда

## Три размера

Объём прямоугольного параллелепипеда находят по формуле  $V = a \times b \times c$ . В расчёте участвуют длина, ширина и высота, поэтому удобно сразу записывать все три измерения.

## Смысл формулы

Формула показывает, что объём можно понимать как произведение трёх измерений. Это особенно полезно для коробок, ящиков и других предметов с прямыми углами.

## Пример вычисления

Если размеры равны 6 см, 3 см и 2 см, то объём равен  $36 \text{ см}^3$ . Такой результат легко проверить, если мысленно представить слои единичных кубиков внутри фигуры.

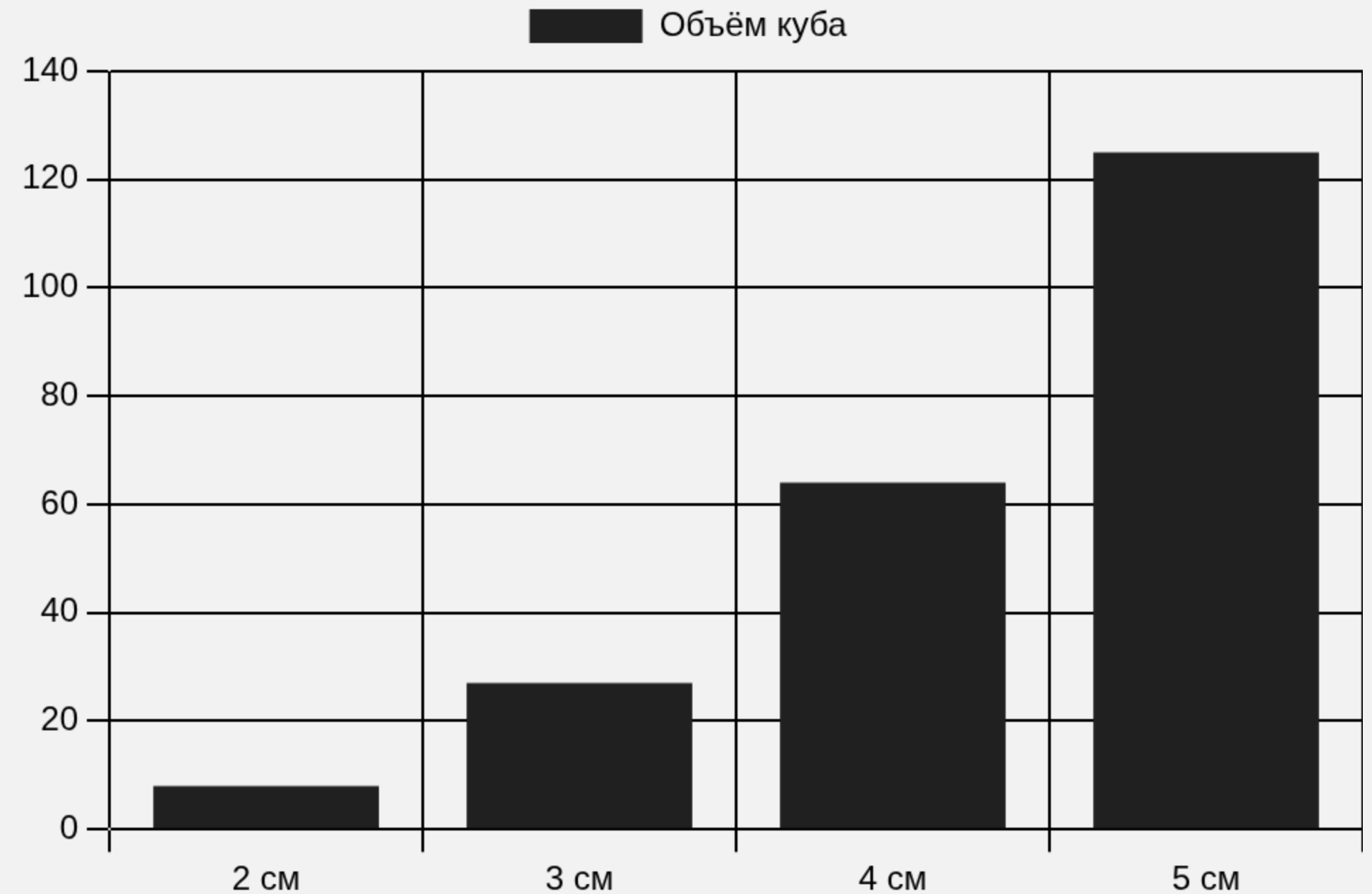
## Сравнение размеров

Для таких тел удобно сопоставлять объём по длине, ширине и высоте. Даже небольшое изменение одного измерения заметно влияет на итоговый результат.

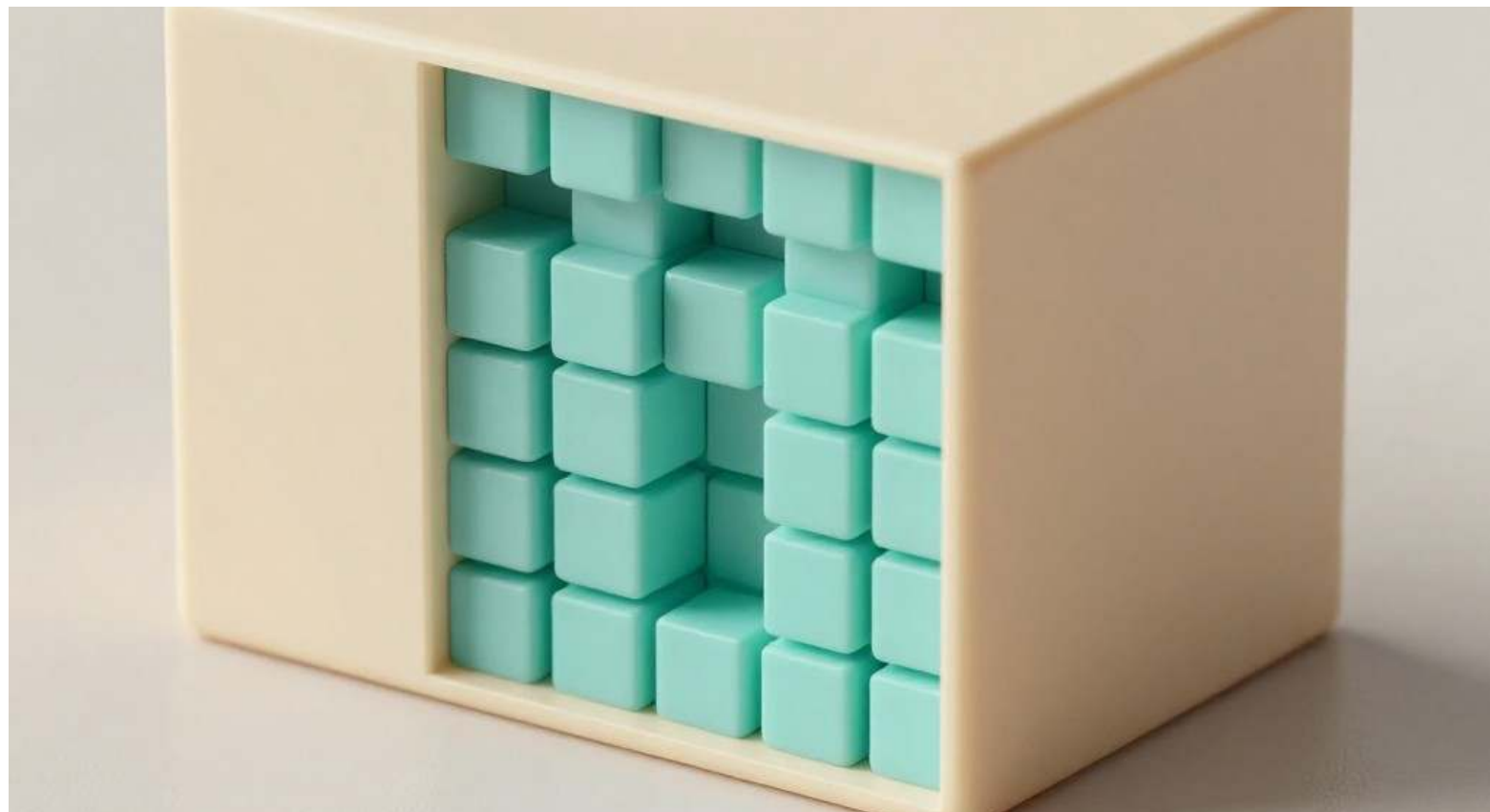
# Как растёт объём куба при увеличении ребра

Даже небольшое увеличение ребра заметно меняет результат, поэтому важно внимательно проверять исходные размеры перед вычислением.

Объём растёт очень быстро, потому что ребро куба возводится в третью степень.



# Модель объёма из единичных кубиков



## Как выглядит объём изнутри

Если собрать фигуру из маленьких кубиков объёмом  $1 \text{ см}^3$ , становится видно, что объём — это число одинаковых элементов внутри тела. Такой подход помогает не только считать, но и понимать, почему формулы работают. Для прямоугольного параллелепипеда особенно удобно выделять ряды и слои.

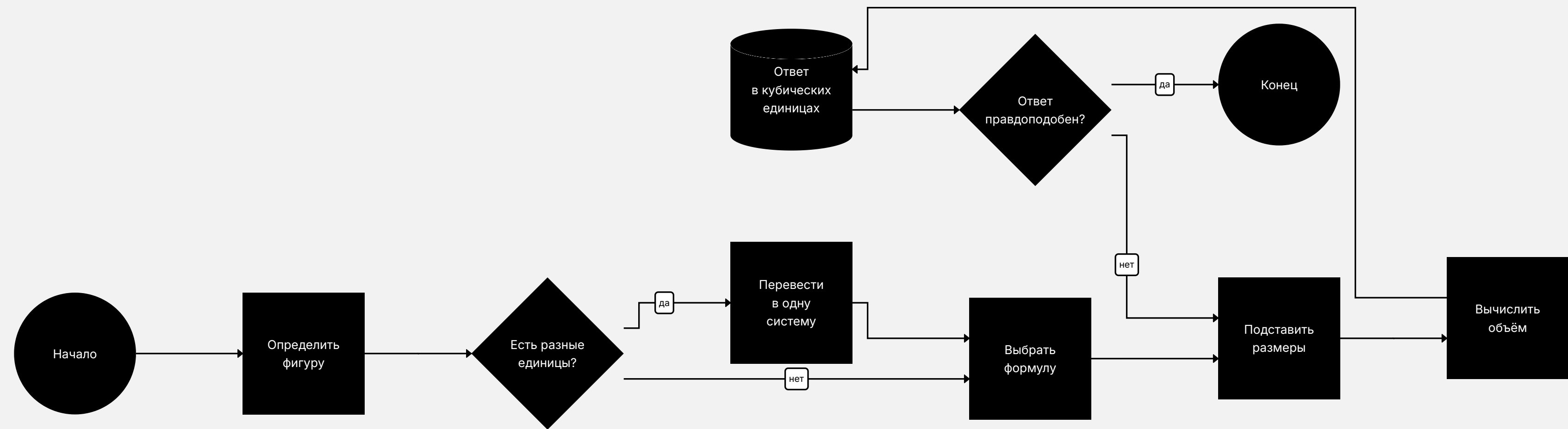


## Считаем по слоям

Сначала можно определить, сколько кубиков помещается в одном ряду, затем — сколько таких рядов образуют слой. После этого остаётся умножить число слоёв на количество кубиков в каждом из них. Так объём превращается в наглядный и понятный счёт.

# Алгоритм нахождения объёма фигуры

Последовательность действий при решении задач на объём



$$90\pi \text{ см}^3$$

таков объём цилиндра с радиусом  
3 см и высотой 10 см.

По формуле  $V = \pi r^2 h$  для  $r = 3$  см и  $h = 10$  см.

Объём цилиндра складывается из площади основания и высоты: это удобно видеть на примере конкретных размеров.

# Цилиндры в окружающих предметах

1

## Бытовые формы

Консервные банки, стаканы и свечи напоминают цилиндр: у них круглое основание и одинаковая высота по всей длине, поэтому объём таких предметов удобно оценивать по радиусу и высоте.

2

## Технические детали

Трубы и некоторые аккумуляторы тоже имеют цилиндрическую форму. Для них важно знать не только размеры, но и вместимость, чтобы правильно рассчитывать расход материалов и полезный объём.

3

## Зачем это нужно

Цилиндр часто встречается там, где нужно хранить жидкость, вмещать предметы или экономно использовать материал. Поэтому понимание его размеров помогает решать практические задачи дома и в технике.



# Основные формулы объёма фигур

| Фигура         | Формула                   | Пример      |
|----------------|---------------------------|-------------|
| Куб            | $V = a^3$                 | коробка-куб |
| Параллелепипед | $V = a \times b \times c$ | ящик        |
| Цилиндр        | $V = \pi r^2 h$           | банка       |

Таблица показывает, что формула объёма зависит от формы тела и необходимых измерений.

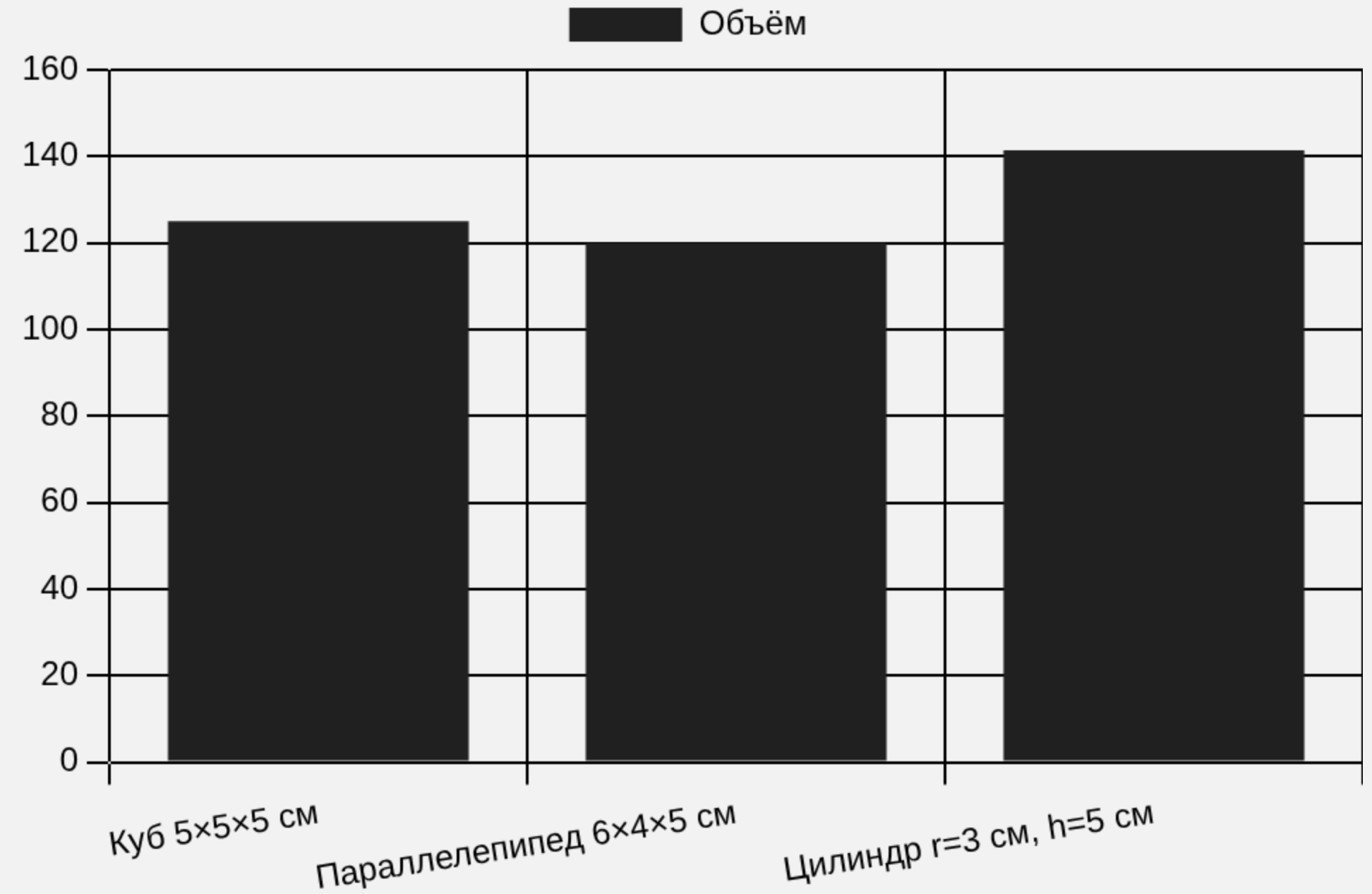
Чем проще форма, тем короче запись формулы; но в каждом случае нужно брать именно те размеры, которые соответствуют фигуре.

*Школьные формулы объёма для куба, прямоугольного параллелепипеда и цилиндра.*

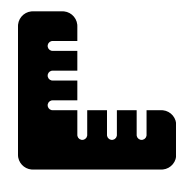
# Сравнение объёмов фигур близких размеров

На диаграмме сопоставлены тела с похожими габаритами, чтобы увидеть влияние формы на результат вычислений.

Даже при близких размерах объём может отличаться заметно: решающими становятся форма и то, какие измерения входят в формулу.



# Ключевые правила перевода



## Одинаковые единицы

Перед вычислением все размеры приводят к одной системе: сантиметры к сантиметрам, метры к метрам. Это помогает избежать ошибок и получить объём в нужных кубических единицах.



## Связь с литрами

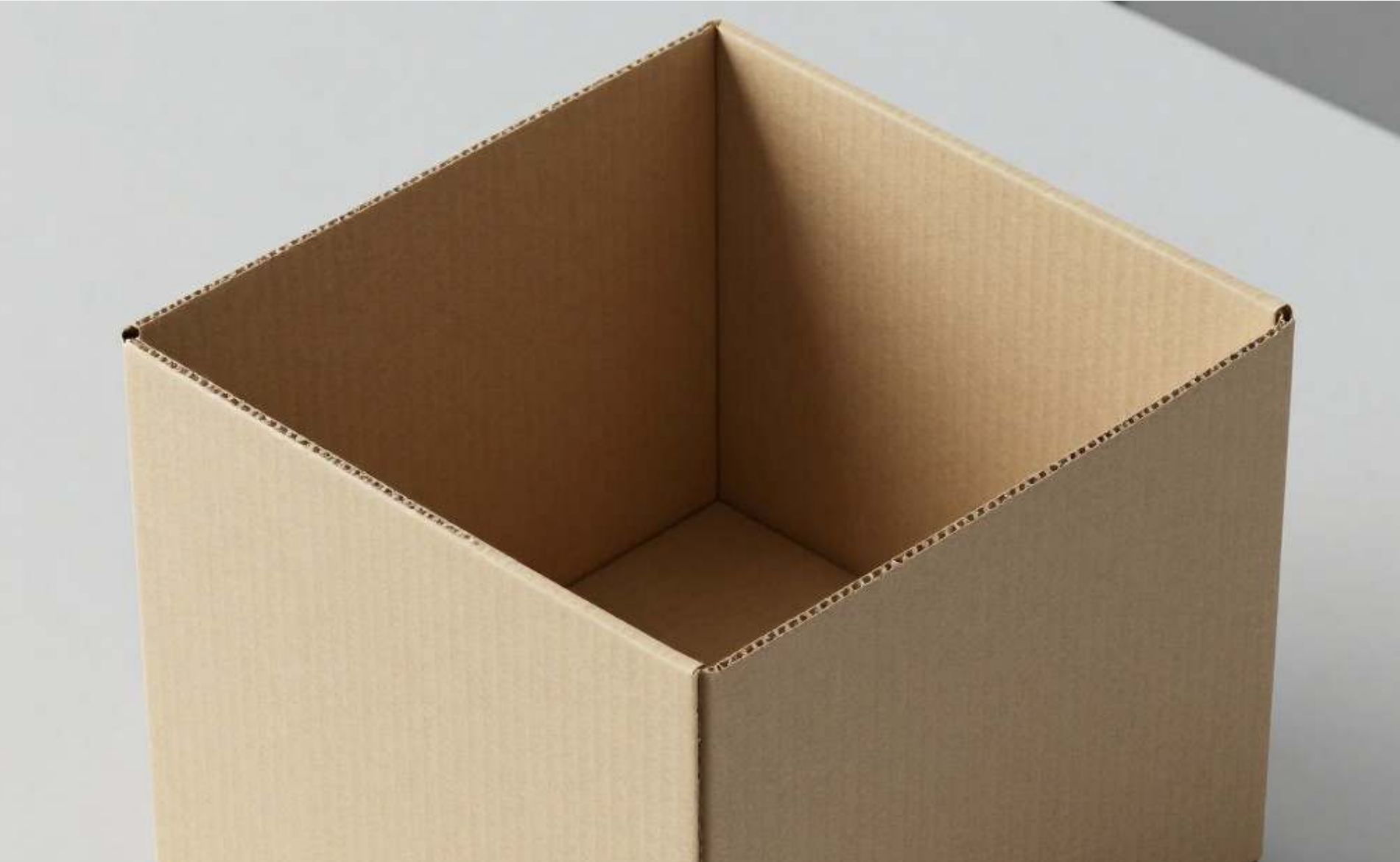
Для ёмкостей удобно помнить:  $1 \text{ дм}^3$  равен 1 л, а  $1 \text{ см}^3$  равен 1 мл. Такая связь особенно полезна в задачах про бутылки, банки и резервуары.



## Проверка результата

Даже правильная формула не спасает от ошибки, если забыть перевод единиц. После вычисления полезно проверить, выглядит ли ответ разумным для данного предмета или ситуации.

# Как объём связан с вместимостью



## Коробка для вещей

Пустая коробка кажется просто предметом, но её объём показывает, сколько внутри есть места. Если коробка выше или шире, она может вместить больше, даже если снаружи выглядит почти одинаково. Именно поэтому размеры важны при упаковке и хранении.

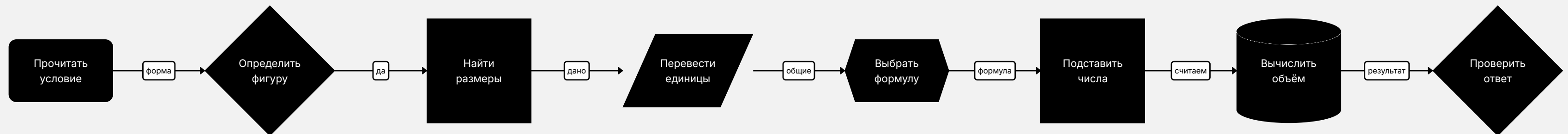


## Аквариум и резервуар

В аквариуме и резервуаре объём превращается во вместимость: он помогает понять, сколько воды можно налить. Для таких объектов особенно важно не перепутать размеры и единицы, потому что ошибка сразу влияет на безопасное заполнение и удобство использования.

# Алгоритм решения задачи на объём

Последовательность действий помогает не пропустить формулу, перевод единиц и проверку ответа.



# Частые ошибки при работе с объёмом

## Путают с площадью

Иногда вместо объёма находят площадь поверхности. Это разные величины: площадь измеряют в квадратных единицах, а объём — в кубических, поэтому нужно внимательно читать вопрос задачи.

## Берут не ту формулу

Для куба, параллелепипеда и цилиндра формулы разные. Если выбрать неверную, ответ получится неправильным даже при аккуратных вычислениях, поэтому сначала определяют именно вид фигуры.

## Забывают кубические единицы

Ответ без единиц измерения считается неполным. Объём всегда записывают в  $\text{мм}^3$ ,  $\text{см}^3$ ,  $\text{дм}^3$  или  $\text{м}^3$ , иначе невозможно понять, сколько пространства занимает тело.

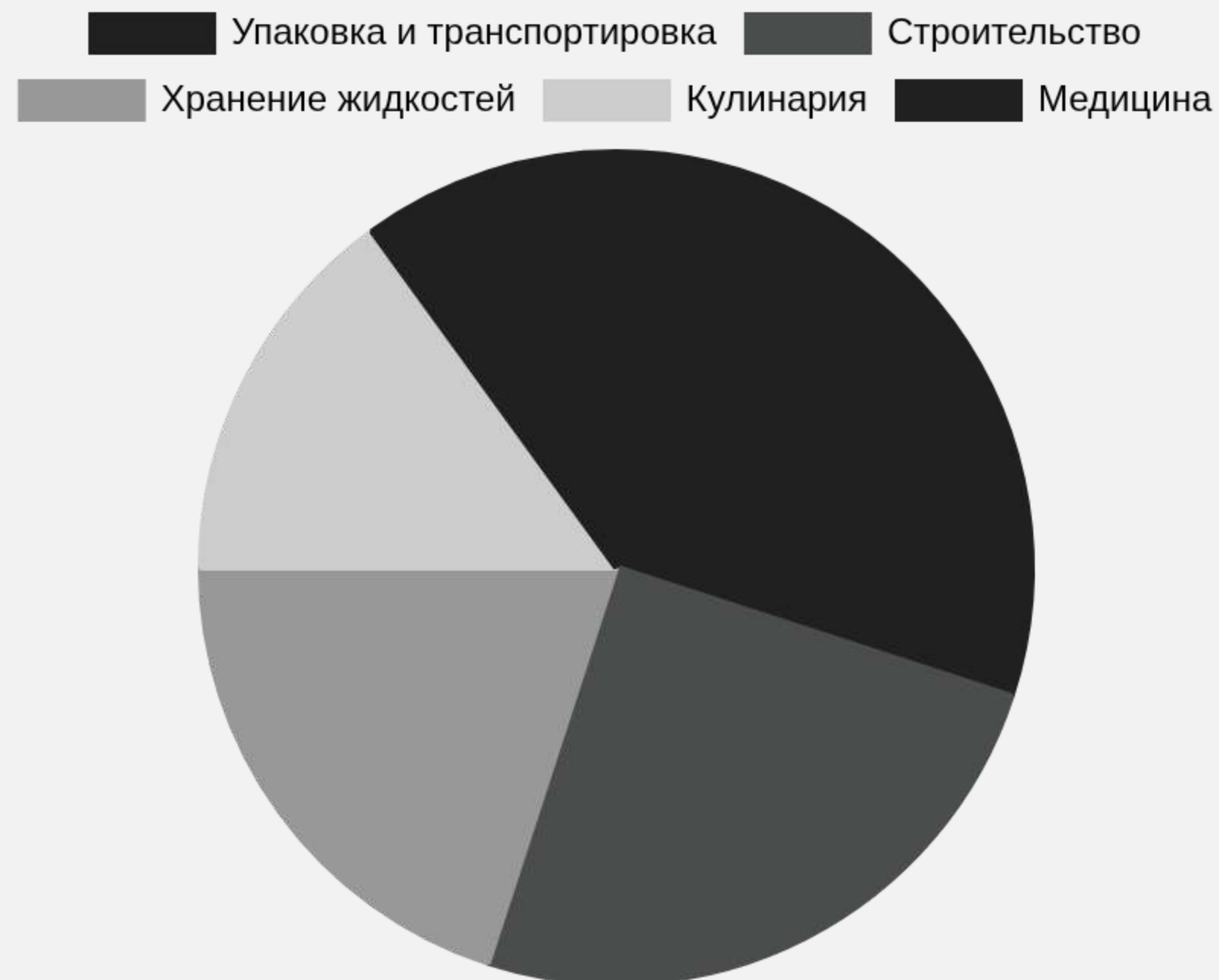
## Ошибаются в переводе

При переходе от  $\text{см}^3$  к  $\text{дм}^3$  и от  $\text{дм}^3$  к  $\text{м}^3$  важно учитывать, что меняется не только число, но и кубическая связь между единицами. Это частый источник неточностей.

# Где объём используется чаще всего

Сферы применения показывают, что объём нужен не только в задачах по математике, но и при расчётах в повседневной жизни.

Больше всего объём помогает там, где важно точно рассчитать пространство или количество вещества: от коробок и баков до лекарств и рецептов.



# Объём помогает измерять пространство

Объём показывает, сколько места занимает тело, и поэтому нужен в геометрии, быту и технике. Если правильно выбирать формулу, переводить единицы и проверять ответ, задачи становятся понятными и решаемыми.