

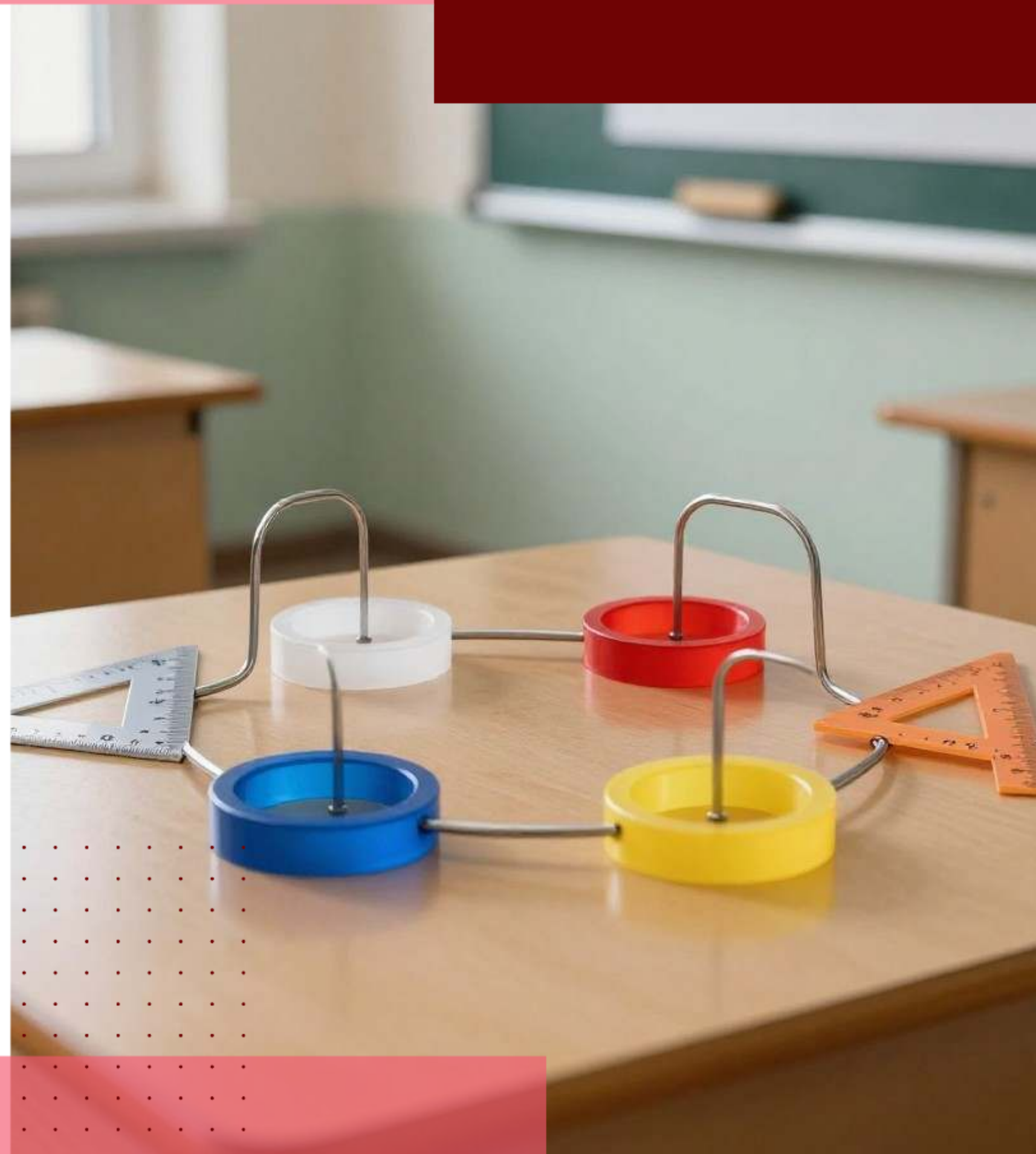
Синус, косинус, тангенс, котангенс и 3-й признак равенства треугольников

Как связаны тригонометрия и признаки равенства треугольников.



Почему эти темы изучают вместе

Обе темы учат работать с точными условиями: в тригонометрии — с отношениями сторон, в геометрии — с признаками равенства. Здесь важны аккуратность, порядок рассуждений и проверка ограничений.



Общая идея: два условия и вывод

1. Тригонометрические отношения

Синус, косинус, тангенс и котангенс описывают связи между сторонами прямоугольного треугольника и позволяют переходить от угла к числовым отношениям.

2. Единая формула

Основное тождество связывает синус и косинус в одну формулу, поэтому одно значение часто помогает найти другое без построения нового треугольника.

3. Проверка условий

В задачах нужно учитывать, какой угол рассматривается и какие значения возможны, иначе можно выбрать неверный корень или получить несуществующее значение.

4. Логика геометрии

В 3-м признаке равенства треугольников тоже работают два заданных условия и строгий вывод: по ним устанавливают полное равенство фигур.

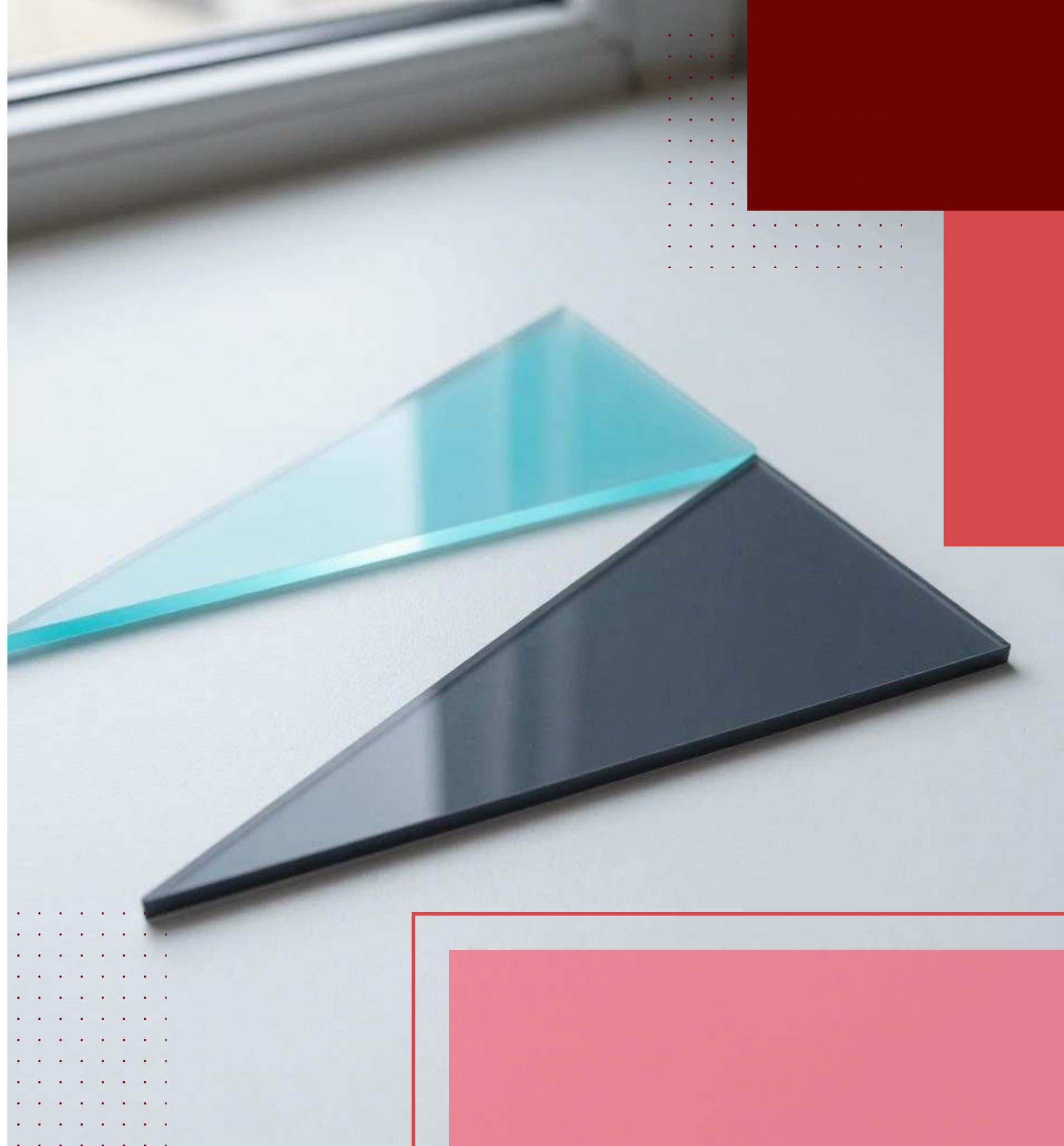
Определения $\sin$ и $\cos$

Синус угла

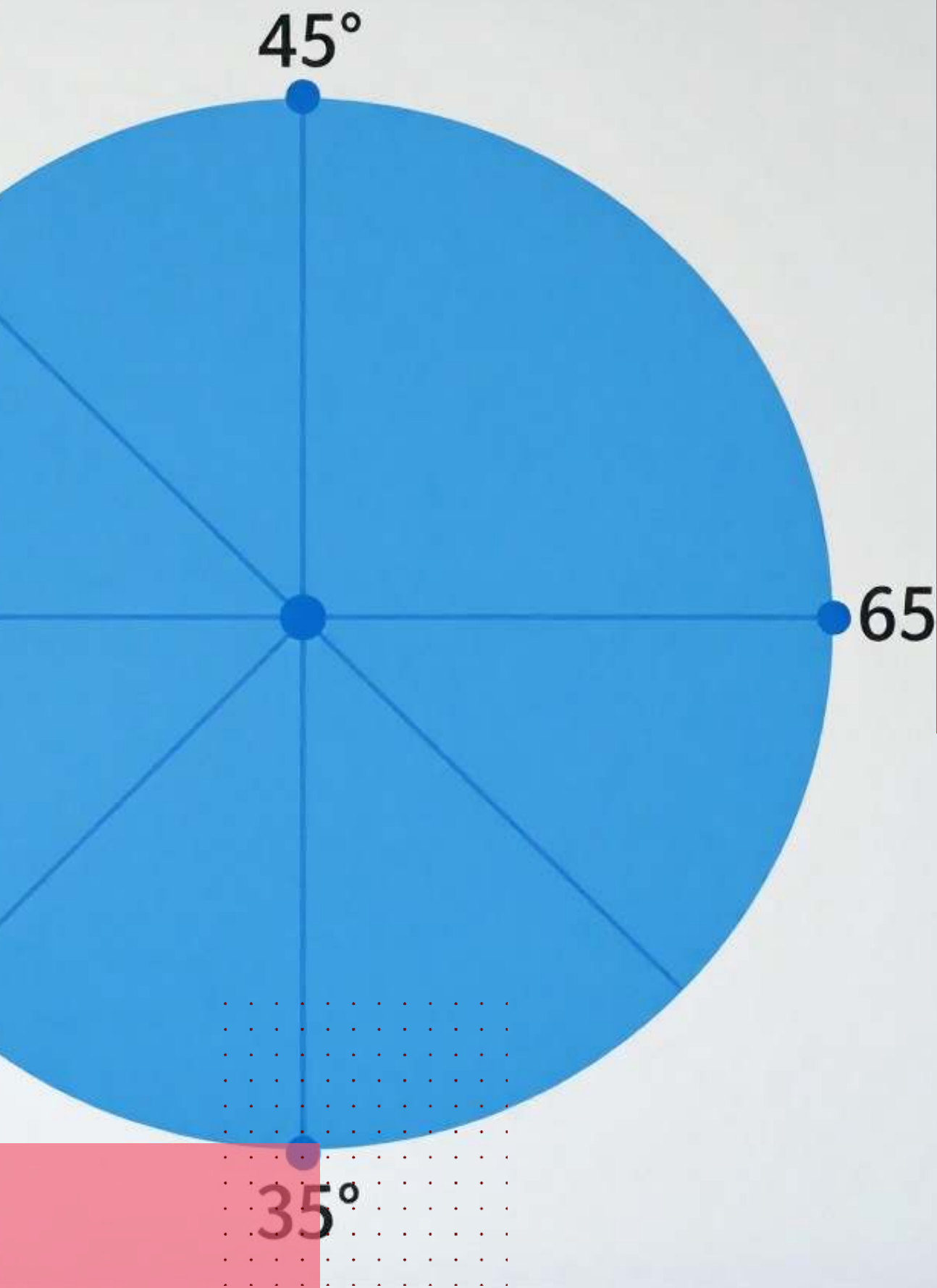
В прямоугольном треугольнике синус острого угла равен отношению противолежащего катета к гипотенузе. Это отношение зависит только от величины угла, а не от размера фигуры.

Косинус угла

Косинус острого угла — это отношение прилежащего катета к гипотенузе. Если треугольники подобны, значение косинуса для одного и того же угла остаётся одинаковым.



Sin и cos на окружности и в таблице



Синус как ордината

На единичной окружности синус показывает вертикальное положение точки. Чем выше точка относительно оси, тем больше значение синуса для выбранного угла.

Косинус как абсцисса

Косинус связан с горизонтальным положением точки на окружности. Он показывает, насколько далеко точка смещена вправо или влево от центра.

Табличные углы

Для углов 30°, 45° и 60° удобно пользоваться готовыми значениями. Они часто встречаются в задачах и позволяют считать быстрее и точнее.

Симметрия при 45°

Особенно полезно запомнить равенства для 45°: синус и косинус одинаковы, поэтому многие выражения сразу упрощаются без дополнительных преобразований.

Основное тождество



1.

Геометрическая основа
Если взять прямоугольный треугольник на единичной окружности, его катеты можно обозначить через синус и косинус острого угла, а гипотенуза равна единице.

2.

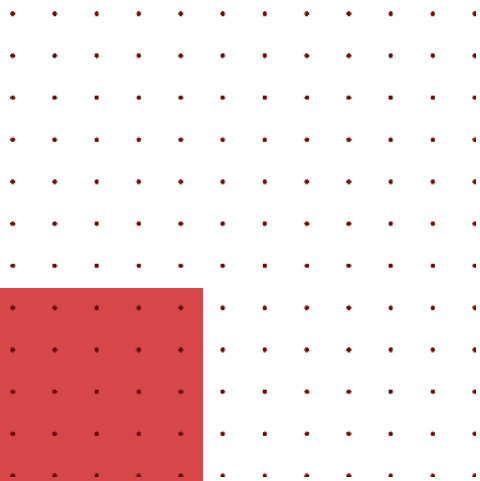
Происхождение формулы
По теореме Пифагора сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы. После подстановки тригонометрических отношений получается основное тождество.

3.

Как использовать тождество
Формула $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ помогает находить неизвестное значение, если известно другое. Это один из самых полезных инструментов в школьной тригонометрии.

4.

Выбор правильного знака
При извлечении корня нужно помнить о знаке. Для острого угла синус и косинус положительны, поэтому берут неотрицательное значение.



Как находить одно через другое

1. Первый пример

Если синус острого угла равен $\frac{3}{5}$, то по основному тождеству косинус находится из равенства $1 - \frac{9}{25}$ и равен $\frac{4}{5}$.

2. Второй пример

Если косинус острого угла равен $\frac{12}{13}$, то синус находится аналогично: $1 - \frac{144}{169}$ даёт $\frac{25}{169}$, значит синус равен $\frac{5}{13}$.

3. Почему знак положительный

В обоих случаях помогает знание, что угол острый. Это позволяет выбрать положительный корень и не ошибиться в ответе.

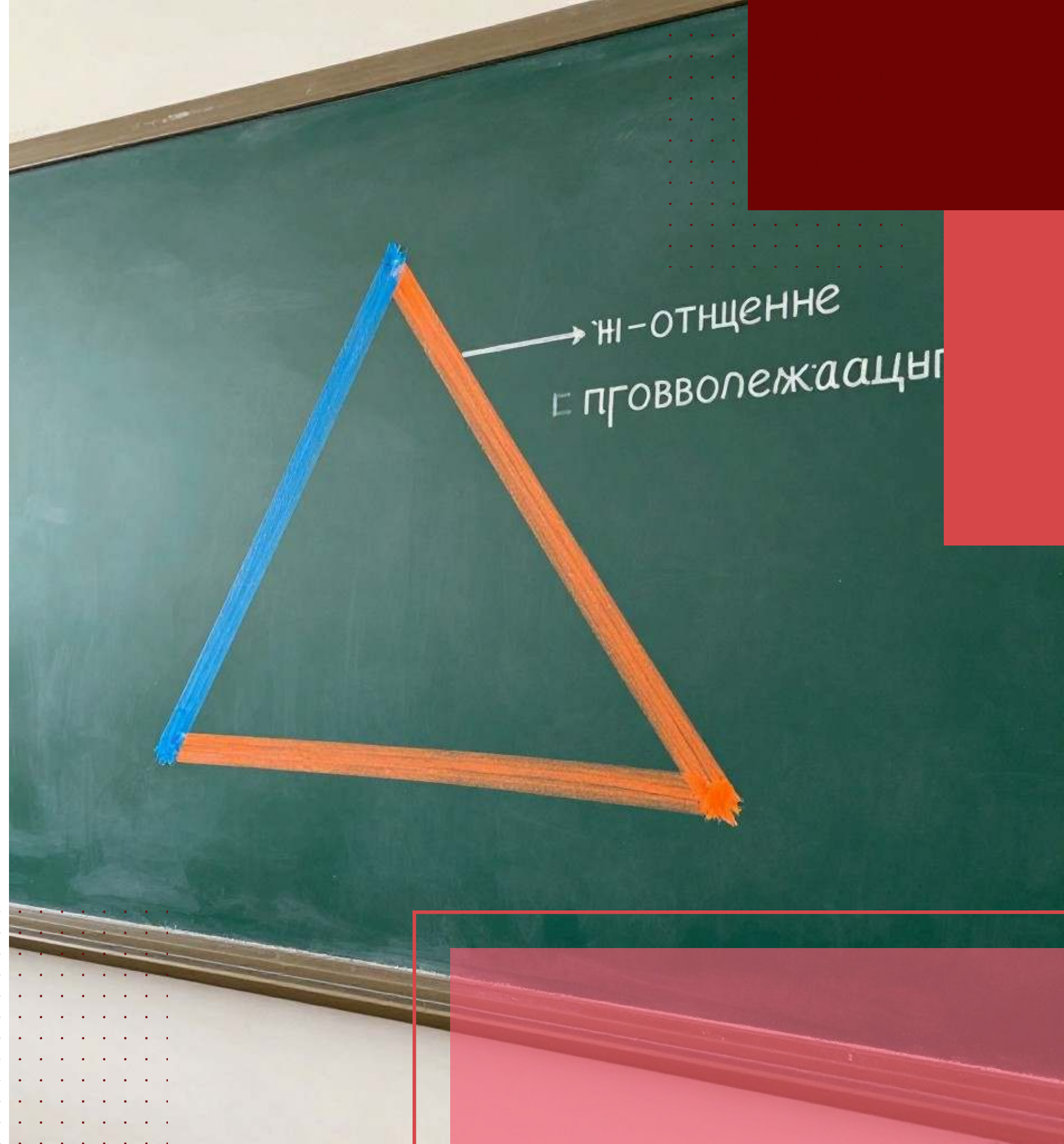
Определения $\tan$ и $\cot$

Тангенс

Тангенс острого угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему. Если прилежащий катет известен, можно быстро получить нужное значение.

Котангенс

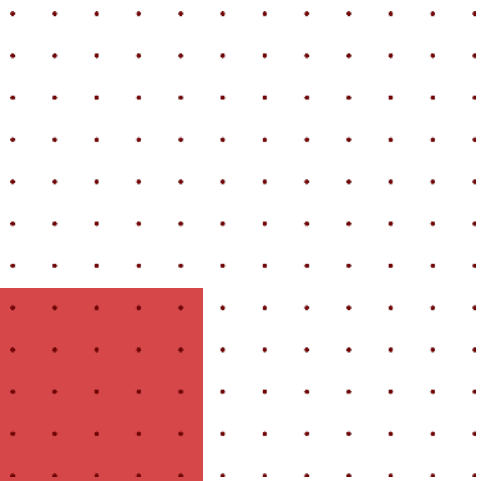
Котангенс задаётся обратным отношением: прилежащий катет делят на противолежащий. Он удобен, когда в задаче проще работать с этой парой сторон.



Связь между четырьмя функциями



1.	2.	3.	4.
Формула для $\tan$	Формула для $\cot$	Ограничения	Типичный случай
Тангенс можно выразить через синус и косинус как их отношение. Это удобно, когда сначала легче найти эти две функции.	Котангенс выражается как отношение косинуса к синусу. Такая запись помогает перейти от одной функции к другой без лишних построений.	Если косинус равен нулю, деление на него невозможно, поэтому тангенс не определён. Аналогично котангенс не существует при нулевом синусе.	В школьных задачах чаще работают с острыми углами, где все эти значения положительны и вычисления получаются наиболее наглядными.



4

функции образуют удобную систему для вычислений в прямоугольном треугольнике

Школьный курс геометрии и тригонометрии

Четыре функции помогают быстро находить стороны
и углы в задачах по геометрии.

10

**поэтому значения $\sin$, $\cos$
и $\tan$ находятся без лишних
шагов.**

Задача 1 из условия

По катетам 6 и 8 гипотенуза равна 10, а это позволяет сразу найти все три тригонометрические отношения для острого угла.

13

**так удобно восстанавливать
все остальные значения
для острого угла.**

Задача 2 из условия

Зная одно тригонометрическое значение, по тождеству быстро находим второе и затем обе дроби для $\tan$ и $\cot$.



1

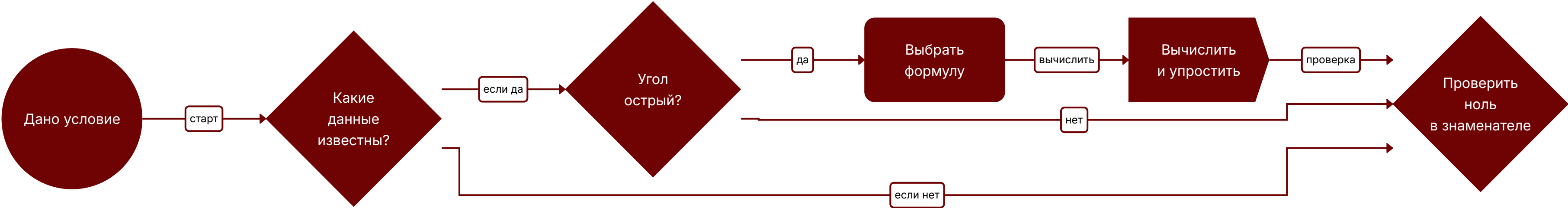
**поэтому остаётся только
обратная величина от $\cos^2\alpha$.**

Числитель заменяется на 1, и сложное выражение сразу сводится к простому виду без громоздких преобразований.

Задача 3 из условия

Мини-алгоритм решения тригонометрических задач

Последовательность действий: от анализа условия к проверке результата.



5

**ТИПИЧНЫХ ошибок особенно
легко избежать по чёткой
схеме действий.**

Обобщение по теме

Одна внимательная проверка предотвращает сразу несколько ошибок: достаточно помнить, где лежат катеты, какие функции делятся на ноль и когда допустим корень.

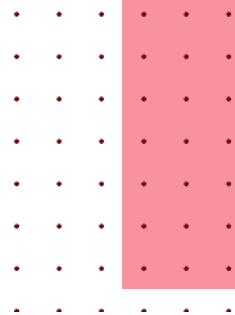
3

**ИМЕННО СТОЛЬКО ОСНОВНЫХ
признаков равенства
рассматривают в школьном
курсе.**

Школьный курс геометрии

Для доказательства равенства треугольников достаточно строго заданного набора условий. Третий признак особенно удобен, когда известны сторона и два соседних с ней угла.

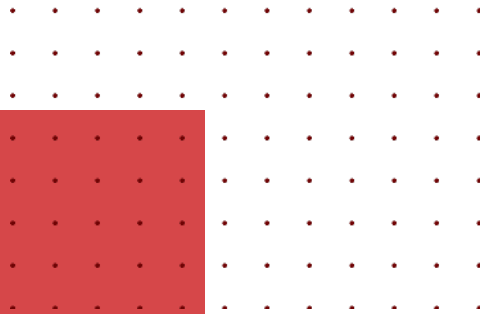
Сравнение трёх признаков



Сравнение показывает, что признаки отличаются расположением данных элементов, а не самой идеей вывода равенства.

Во всех трёх случаях условия должны относиться к одному и тому же треугольнику и быть расположены строго по правилу признака.

Признак	Дано	Вывод
1-й	2 стороны	угол между ними
2-й	сторона и 2 угла	равенство
3-й	сторона и 2 прилеж. угла	равенство



Формулировка 3-го признака

1. Суть признака

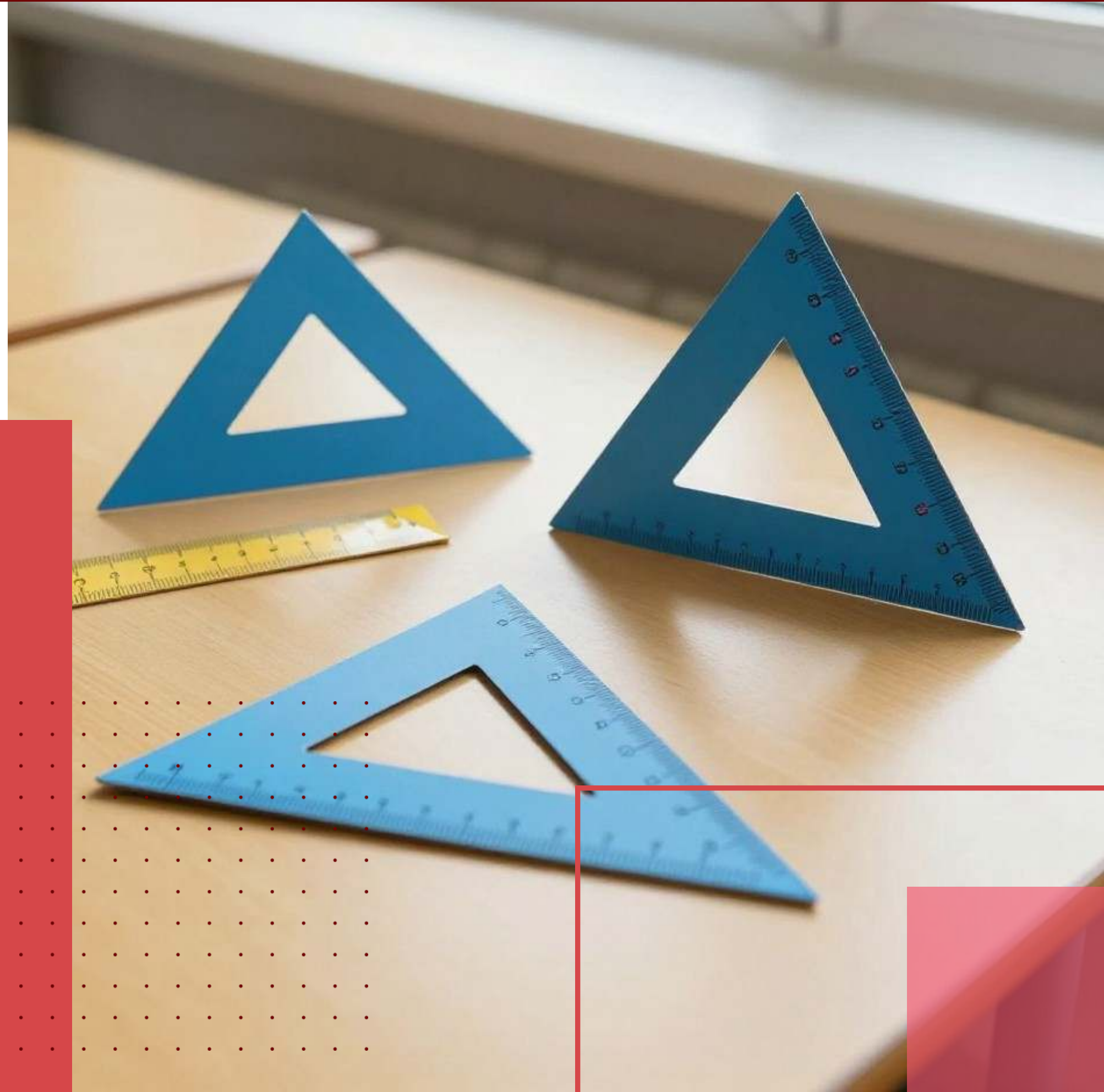
Если у двух треугольников равны одна сторона и два угла, прилежащие к этой стороне, то фигуры полностью совпадают по форме и размеру.

2. Обозначение

Этот признак часто записывают как ASA или AAS. В школьной геометрии важно не название, а точное выполнение условия без перестановки элементов.

3. Когда применяют

Третьим признаком удобно пользоваться в доказательствах, когда две фигуры сразу не сравнить по сторонам, но углы и одна сторона уже известны.



Как распознать 3-й признак в рисунке

1.

Ищем основу

Сначала найдите общую или равную сторону. Затем проверьте, что по её краям отмечены два угла, принадлежащие разным треугольникам и стоящие в одинаковом порядке.

2.

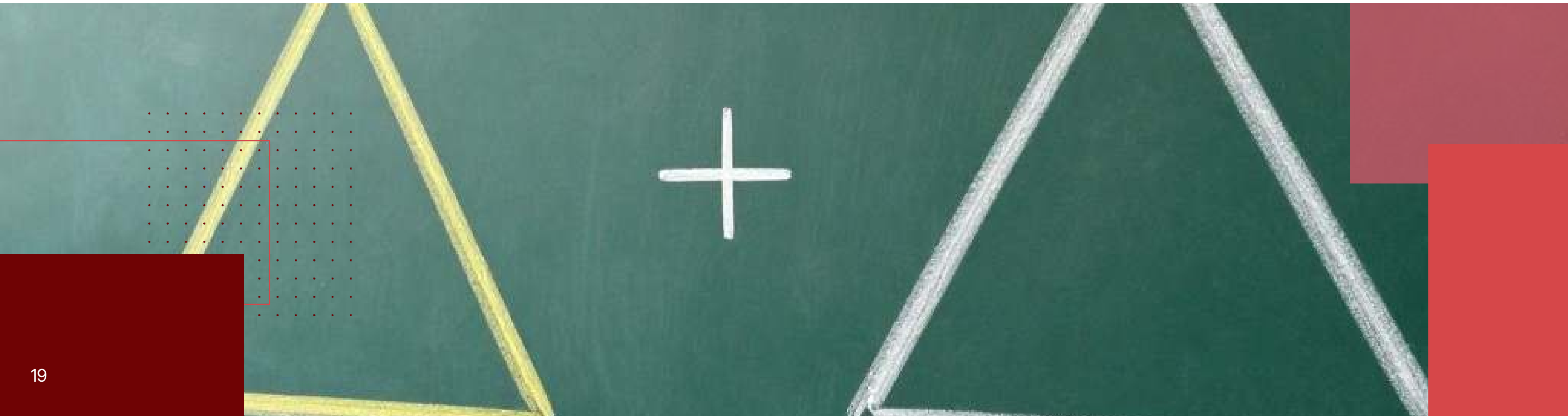
Проверяем условие

Если выполнены именно сторона и два прилежащих угла, можно утверждать равенство треугольников по третьему признаку. Порядок элементов здесь имеет решающее значение.

3.

Чего не хватает

Три равных угла без стороны дают только подобие, а не равенство. Поэтому одной угловой информации недостаточно для вывода о совпадении треугольников.



Две темы — один приём мышления

Сегодня мы связали формулы для $\sin$, $\cos$, $\tan$ и $\cot$ с основным тождеством и третьим признаком равенства треугольников. В обоих разделах важны точные условия, внимательность и проверка ответа.