

Уравнения с двумя переменными

Две неизвестные, одна связь, много решений.



Зачем нужны два неизвестных

Во многих задачах нужно найти сразу два связанных числа: цену и количество, длину и ширину, время и расстояние. Уравнения с двумя переменными позволяют записывать такие зависимости кратко и точно.



Что называют уравнением с двумя переменными

1. Две неизвестные

Такое уравнение содержит две буквы, которые обозначают неизвестные числа. Чаще всего это x и y , но можно использовать и другие обозначения.

2. Примеры записей

В качестве примеров встречаются $x + y = 10$, $2x - y = 3$ и $3x + 2y = 12$. В каждом случае равенство связывает два числа.

3. Что считается решением

Решением является не одно число, а пара чисел. Если после подстановки в уравнение получается верное равенство, такая пара подходит.

4. Проверка на примере

Пара 4 и 6 является решением уравнения $x + y = 10$, потому что $4 + 6 = 10$. Значит, запись $(4; 6)$ верна.

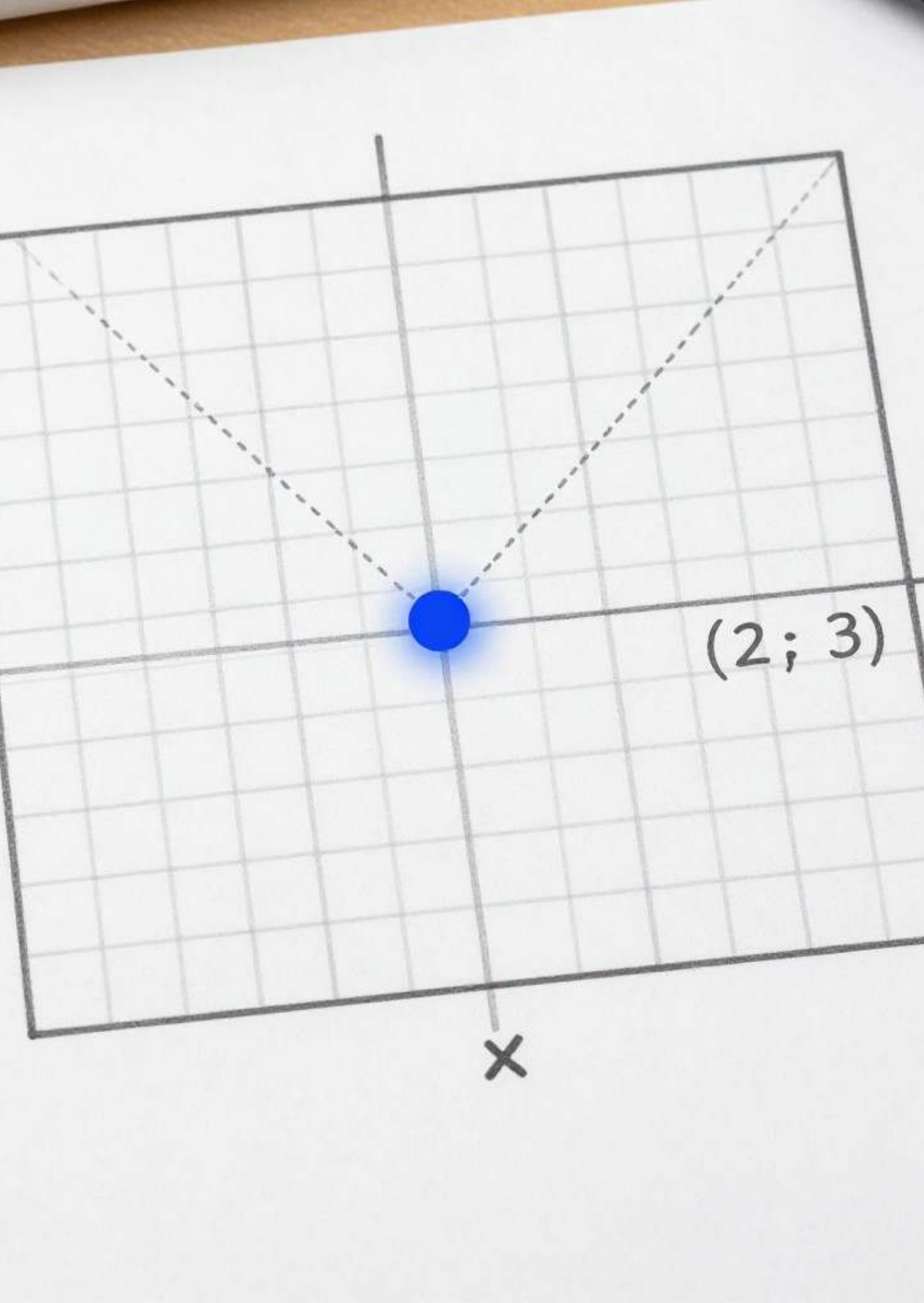
Проверка пары чисел подстановкой

Пары чисел подставляют в уравнение, чтобы проверить, верно ли равенство. Если результат совпадает, пара является решением.

Пара подходит только тогда, когда подстановка в исходное уравнение даёт верное равенство.

Пара	Уравнение	Результат
(2; 3)	$x + y = 5$	верно
(4; 1)	$2x + y = 9$	верно
(3; 2)	$x - y = 0$	неверно

Примеры из темы «Уравнения с двумя переменными»



Пара чисел на координатной плоскости

Первое число

Первую координату пары $(x; y)$ откладывают по горизонтальной оси x . Она показывает, насколько нужно сместиться вправо или влево от начала координат.

Второе число

Вторую координату откладывают по вертикальной оси y . Она показывает, насколько нужно подняться вверх или опуститься вниз после выбора значения x .

Одна пара — одна точка

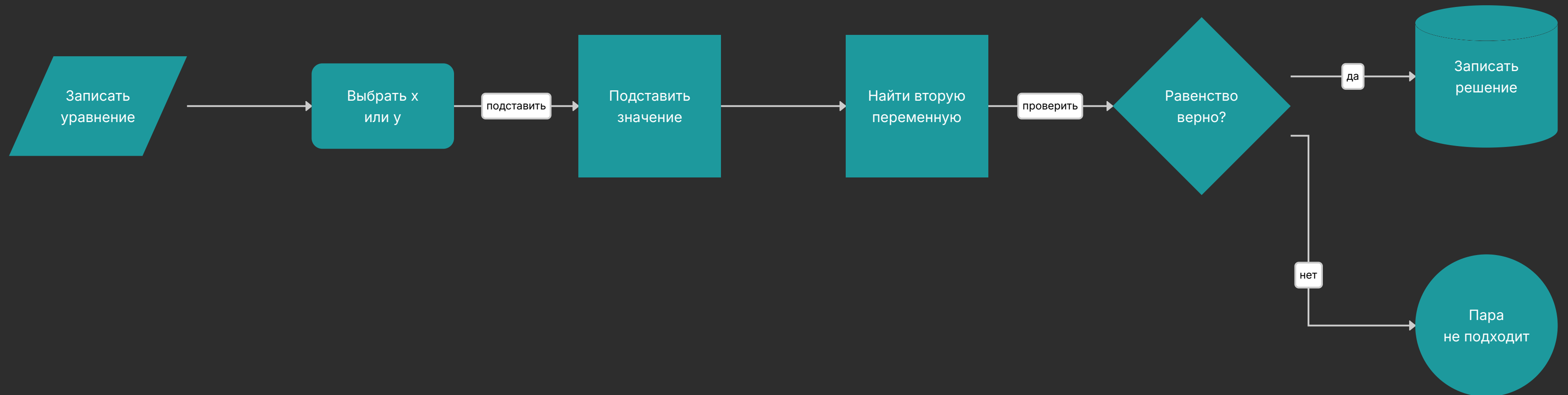
Каждой паре чисел соответствует единственная точка на плоскости. Поэтому решение уравнения можно не только записать, но и изобразить графически.

Пример чтения точки

Точка $(2; 3)$ означает: 2 по горизонтали и 3 по вертикали. Такое чтение помогает уверенно находить нужные точки на рисунке.

Шаги поиска решения

Алгоритм подстановки и проверки пары чисел



Как записывают решение

1.

Форма записи

Решение записывают как пару чисел в скобках: $(x; y)$. Такой вид показывает, что важно не только значение, но и порядок чисел.

2.

Несколько решений

Если уравнение имеет несколько решений, их записывают по отдельности. Например, для $x + y = 8$ подходят пары $(1; 7)$, $(3; 5)$, $(6; 2)$.

3.

Порядок имеет значение

Пары $(2; 5)$ и $(5; 2)$ — это разные записи. Меняя местами числа, мы получаем другую точку на координатной плоскости и, возможно, другое решение.

Сколько решений может быть у уравнения

Число решений зависит от вида уравнения и от того, какие пары чисел подставляют в него. Для линейных уравнений часто получается прямая.

Если уравнение задаёт связь без ограничений, решений может быть бесконечно много; если равенство недостижимо, решений нет.

Одно решение Несколько решений
Бесконечно много Нет решений



Схематическая иллюстрация по теме «Уравнения с двумя переменными»

Линейные уравнения с двумя переменными



Общий вид

Линейное уравнение с двумя переменными обычно записывают как $ax + by = c$. Здесь a , b и c — числа, а a и b не могут одновременно быть равны нулю.



Примеры записей

К таким уравнениям относятся $x + y = 7$, $2x - y = 4$ и $3x + 2y = 12$. Во всех примерах переменные стоят только в первой степени.



График уравнения

График линейного уравнения на координатной плоскости — прямая линия. Поэтому его удобно строить по нескольким найденным точкам и проверять подстановкой.

Примеры уравнений и подходящих пар

Уравнение	Пары	Вывод
$x + y = 8$	(3; 5), (6; 2)	обе подходят
$2x + y = 7$	(1; 5), (2; 3)	обе подходят
$x - 2y = 0$	(4; 2), (6; 3)	обе подходят

Примеры из темы «Уравнения с двумя переменными»

В таблице показано, что одно уравнение может иметь несколько решений. Каждая пара проверена подстановкой в исходное равенство.

Даже одно и то же уравнение может иметь несколько верных пар чисел, поэтому решений нужно искать больше одного.

Как таблица значений превращает уравнение в график

Сначала выбирают удобные числа

Чтобы построить график, берут несколько значений одной переменной и каждый раз находят вторую. Так для уравнения $y = 2x + 1$ можно подставить $x = 0, 1, 2, 3$ и получить набор пар чисел для таблицы.



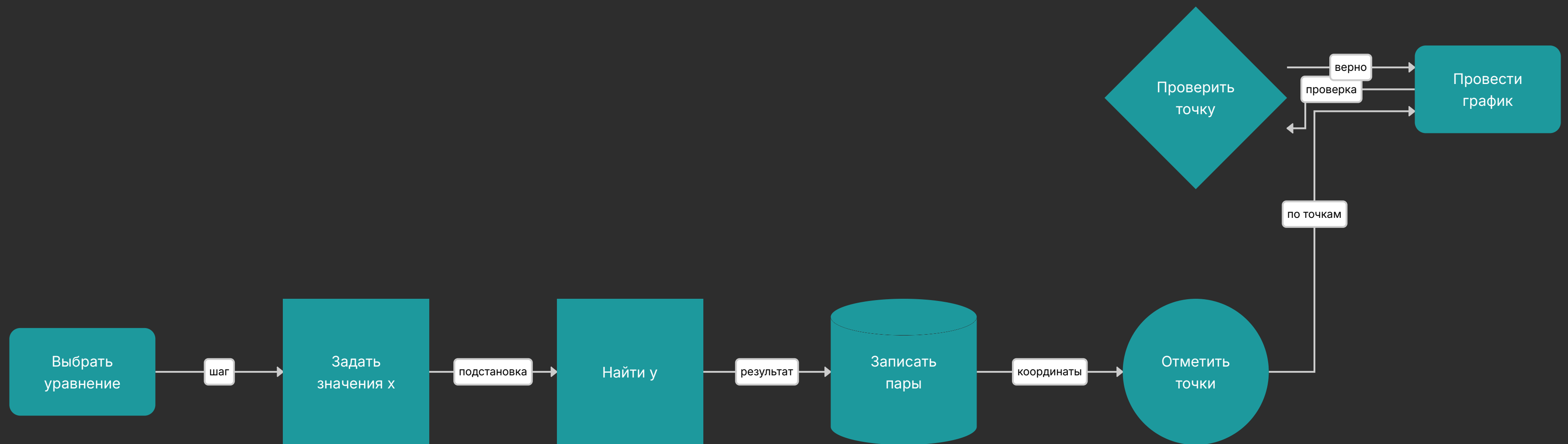
Потом точки соединяются в линию

Каждая пара из таблицы становится точкой на координатной плоскости. Если вычисления верны, все точки оказываются на одной прямой, и по ним легко увидеть общий ход зависимости между x и y .



Путь от уравнения к графику

Последовательность действий при построении графика по уравнению с двумя переменными.



Графики разных уравнений

Разные уравнения задают разные линии на плоскости. Вид графика зависит от того, какие переменные и степени входят в запись.

Линейное уравнение даёт прямую, а наличие квадрата переменной меняет форму графика и может привести к кривой линии.

Прямая Парабола Окружность



Иллюстративное сравнение типов графиков по уравнениям: $x + y = 6$, $y = x^2$, $x^2 + y^2 = 9$.

Как проверить, принадлежит ли точка графику

1. Подставь координаты

Запиши координаты точки вместо x и y в исходном уравнении. Если после вычислений получается верное равенство, точка принадлежит графику и считается решением уравнения.

2. Сравни результат

Когда правая и левая части равны, проверка пройдена. Например, для $x + y = 5$ точка $(2; 3)$ подходит, потому что $2 + 3 = 5$, а точка $(2; 4)$ не подходит.

3. Не забывай про знак равенства

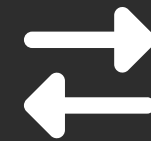
Проверка всегда выполняется только по исходному уравнению, а не по отдельной части записи. Одна ошибка в знаке или подстановке сразу меняет ответ и может сделать верную точку неверной.

Типичные ошибки при работе с двумя переменными

1=
2=

Путаница с парой чисел

Решение записывают как пару, и порядок чисел важен. Если поменять их местами, получится уже другая точка, а значит, и другое решение.



х и у перепутаны

Иногда вместо x подставляют значение y и наоборот. Такая ошибка особенно заметна при проверке, потому что равенство перестаёт выполняться, хотя сами числа могли быть верными.



Ошибка со знаком

Минус легко пропустить или поставить не там, где нужно. В уравнениях с двумя переменными это сразу меняет вычисления и приводит к неверной паре чисел.



Проверка без подстановки

Нельзя угадывать ответ по виду записи или по знакомым числам. Каждую пару обязательно проверяют подстановкой в исходное уравнение, иначе можно принять неверное решение за правильное.

Цена набора покупок в буквенной записи

Тетради и ручки считаются вместе

Если одна тетрадь стоит x рублей, а одна ручка — y рублей, то стоимость двух тетрадей и трёх ручек записывается как $2x + 3y$. Такое выражение помогает быстро посчитать общую цену покупки, не называя конкретные числа заранее.



Удобно сравнивать разные варианты

Буквенная запись показывает, как меняется сумма при другой комбинации товаров. Можно сравнить наборы, изменить количество тетрадей или ручек и сразу увидеть, какой вариант дешевле или дороже для школьных покупок.



Мини-задачи на составление уравнений

В таблице показаны короткие ситуации, соответствующие им уравнения и смысл букв. Это помогает увидеть, как словесное условие превращается в математическую запись.

Во всех примерах уравнение показывает связь между двумя величинами, а смысл переменных помогает правильно составить условие задачи.

Ситуация	Уравнение	Переменные
Периметр 20 см	$2x + 2y = 20$	x, y — стороны
Сумма чисел 15	$x + y = 15$	x, y — числа
Всего 12 предметов	$x + y = 12$	x, y — части

Составлено по типовым заданиям по теме «Уравнения с двумя переменными».

Где встречаются уравнения с двумя переменными

Такие уравнения помогают описывать самые разные связи: от покупок до движения. В 7 классе чаще всего встречаются учебные и геометрические ситуации.

Темы курса показывают, что одна математическая запись может работать в разных жизненных и учебных задачах.

Школьные задачи Геометрия Покупки и бюджет
Движение Графики



Иллюстративная схема без статистики, составленная по типовым сюжетам курса алгебры 7 класса.

Что нужно уметь после изучения темы



Распознавать уравнение

Сначала ученик отличает запись с двумя переменными от обычного уравнения и понимает, какие буквы обозначают неизвестные числа.

Проверять пару чисел

Затем он подставляет значения вместо x и y и определяет, верна ли пара чисел для данного уравнения.

Находить и записывать решения

После этого можно подбирать несколько подходящих пар, записывать их в правильном порядке и видеть, что решений бывает больше одного.

Строить таблицу и график

В завершение ученик составляет таблицу значений, отмечает точки на плоскости и понимает, как по ним строится график уравнения.

Уравнения с двумя переменными: коротко о главном

Эта тема учит видеть связь между двумя числами, записывать её уравнением, проверять решения подстановкой и изображать их на координатной плоскости.

