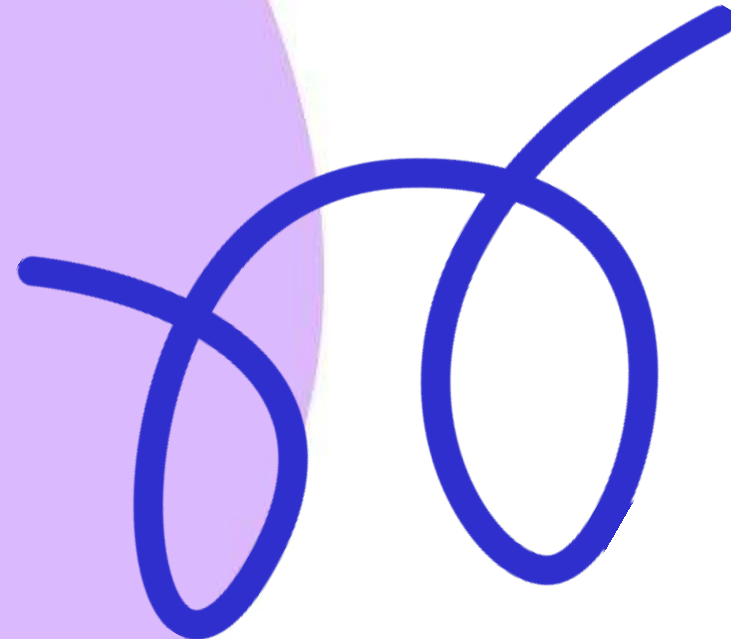




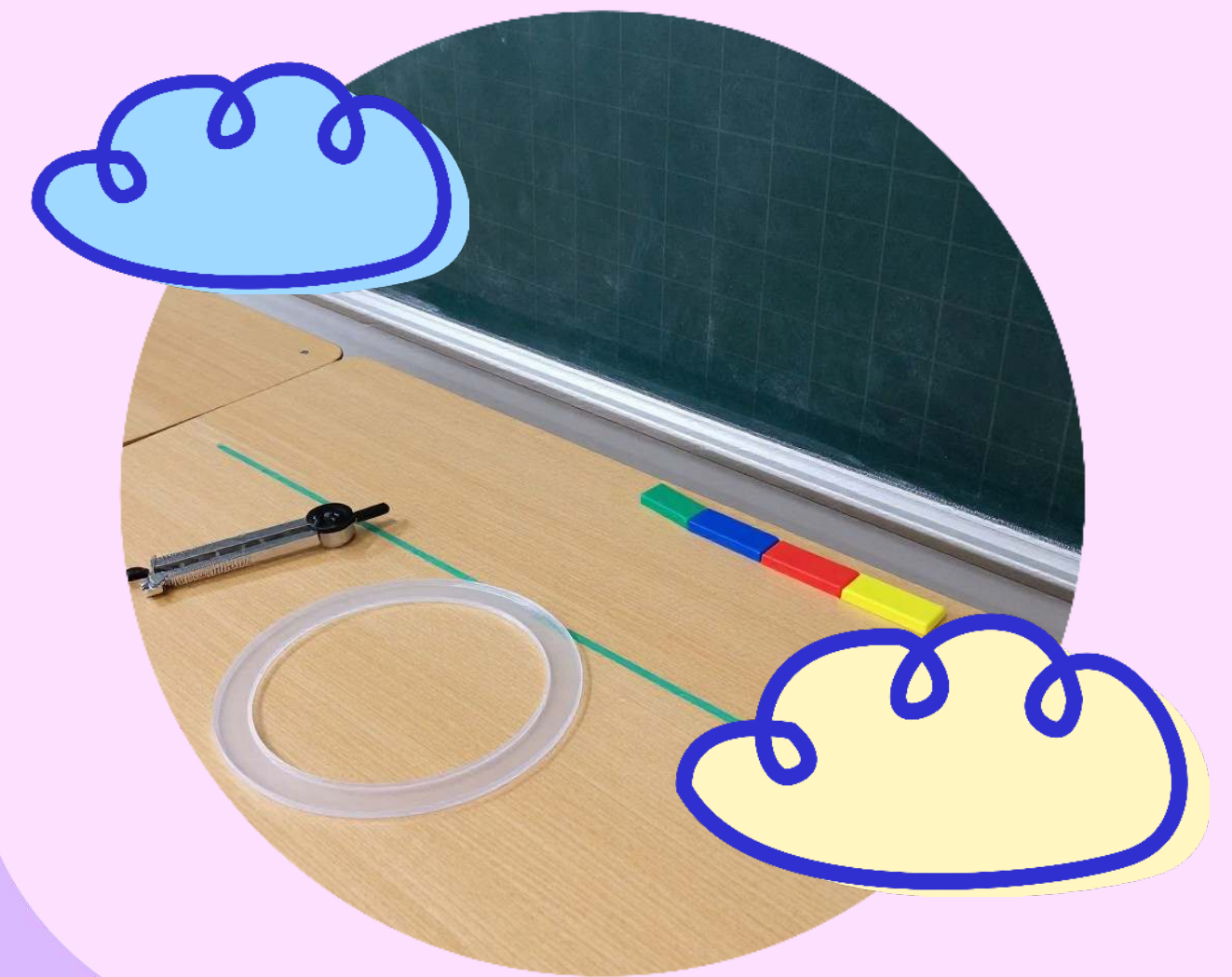
От правильных многоугольников к уравнениям

Геометрию можно точно считать
по координатам и проверять вычислениями.



Почему геометрия переходит в алгебру

Сначала мы рассматриваем фигуры на плоскости, а затем описываем их числами. Радиус, угол и симметрия помогают перейти от чертежа к формулам окружности, прямой и точек пересечения.



Что такое правильный многоугольник



Одинаковые стороны и углы

У правильного многоугольника все стороны равны, и все внутренние углы тоже равны. Из-за этого его форма выглядит аккуратно и повторяется по одинаковому правилу.



Вписывание в окружность

Такую фигуру можно вписать в окружность, потому что все вершины лежат на одном расстоянии от центра. Это расстояние называют радиусом описанной окружности.



Симметрия и точность

Центр правильного многоугольника одинаково удалён от каждой вершины и от каждой стороны по особым направлениям. Благодаря этому удобно делать точные вычисления.



Можно считать по формулам

Зная радиус и положение вершин, можно находить длины, углы и площадь без догадок. Геометрия превращается в понятный набор вычислений.



Центральный угол и число сторон

1 Правило деления круга

Чтобы найти центральный угол правильного n -угольника, нужно разделить полный круг 360° на число сторон. Так сразу видно, какая дуга приходится на каждую вершину.

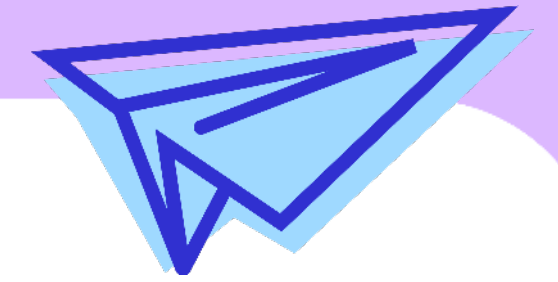
2 Больше сторон — меньше угол

Чем больше сторон у фигуры, тем меньше становится угол между соседними вершинами. Поэтому многоугольник с большим n внешне всё больше напоминает окружность.

3 Запоминаемые примеры

У шестиугольника центральный угол равен 60° , у квадрата — 90° , а у равностороннего треугольника — 120° . Эти значения помогают быстро проверять ответы.





Радиус, апофема и стороны

✦ Радиус к вершине

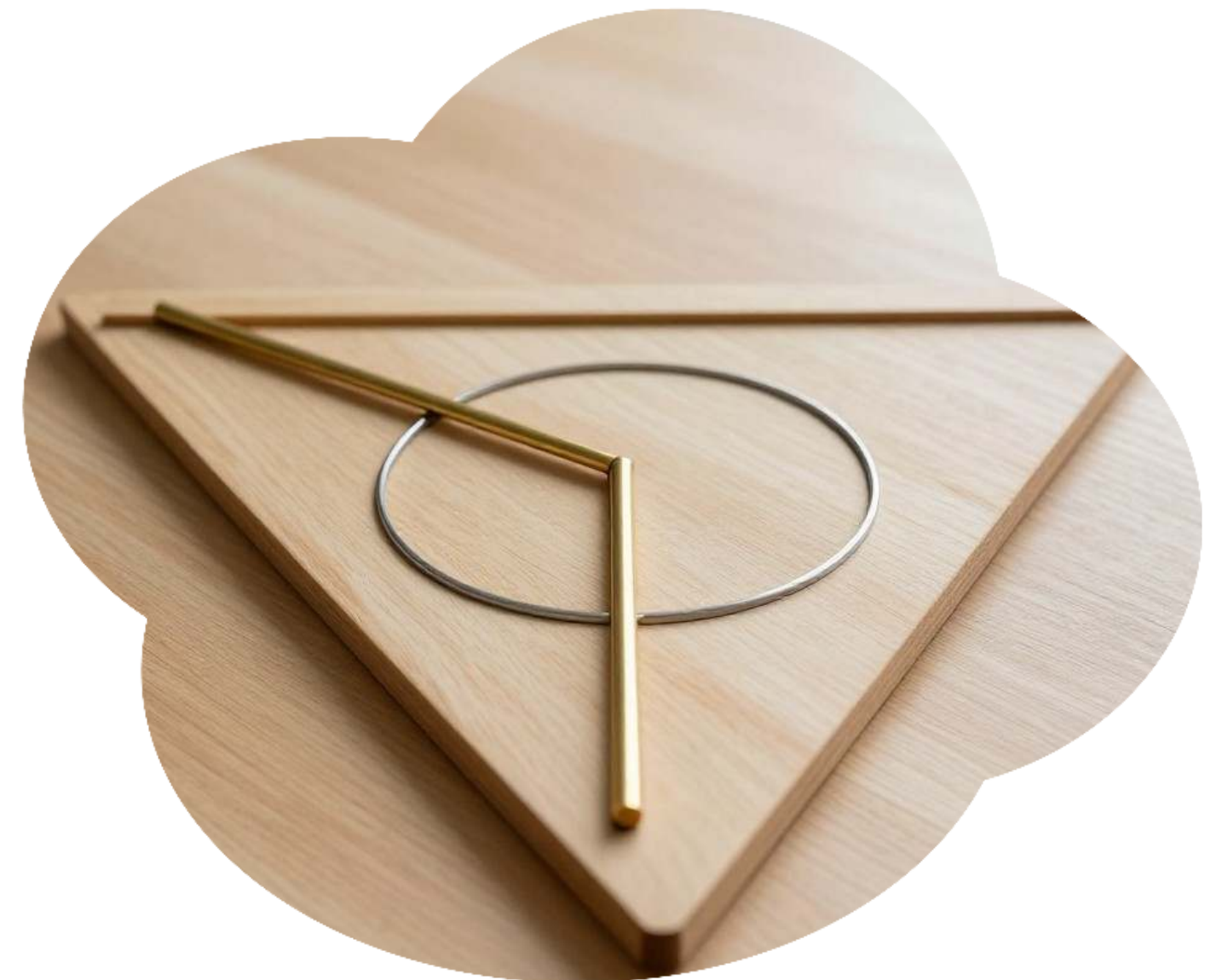
Радиус описанной окружности идёт от центра к вершине многоугольника. По нему удобно связывать фигуру с окружностью и находить расстояния между вершинами.

✦ Апофема к стороне

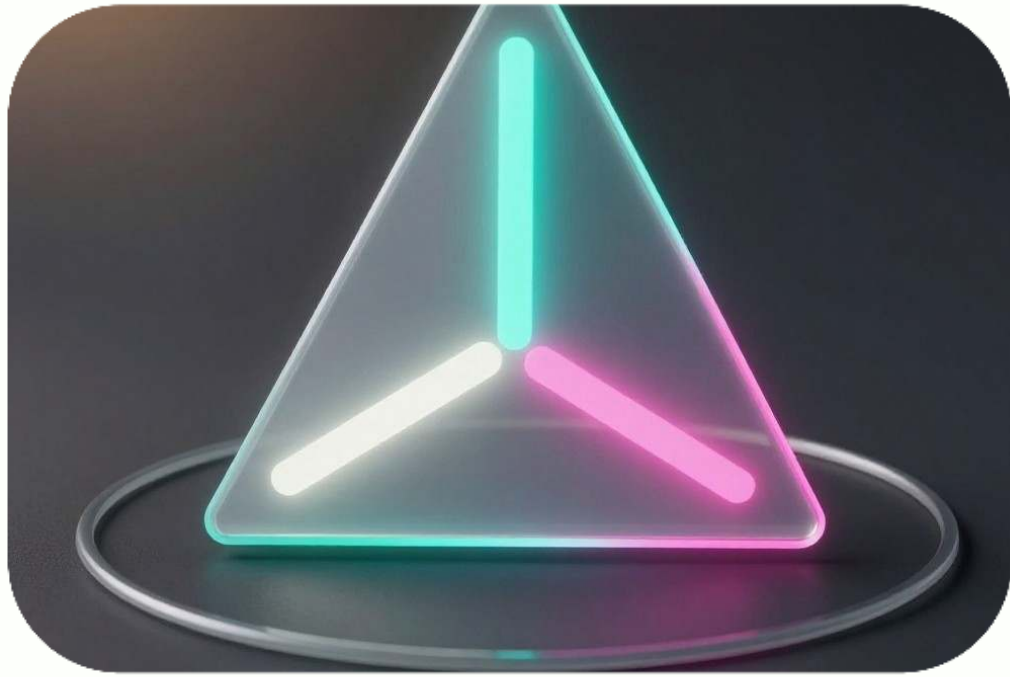
Апофема показывает расстояние от центра до стороны и всегда перпендикулярна ей. Она нужна, когда вычисляют площадь и проверяют положение сторон относительно центра.

✦ Две опорные линии

Радиус и апофема работают вместе: один помогает описывать вершины, другой — стороны. Благодаря им можно находить периметр, площадь и другие характеристики фигуры.

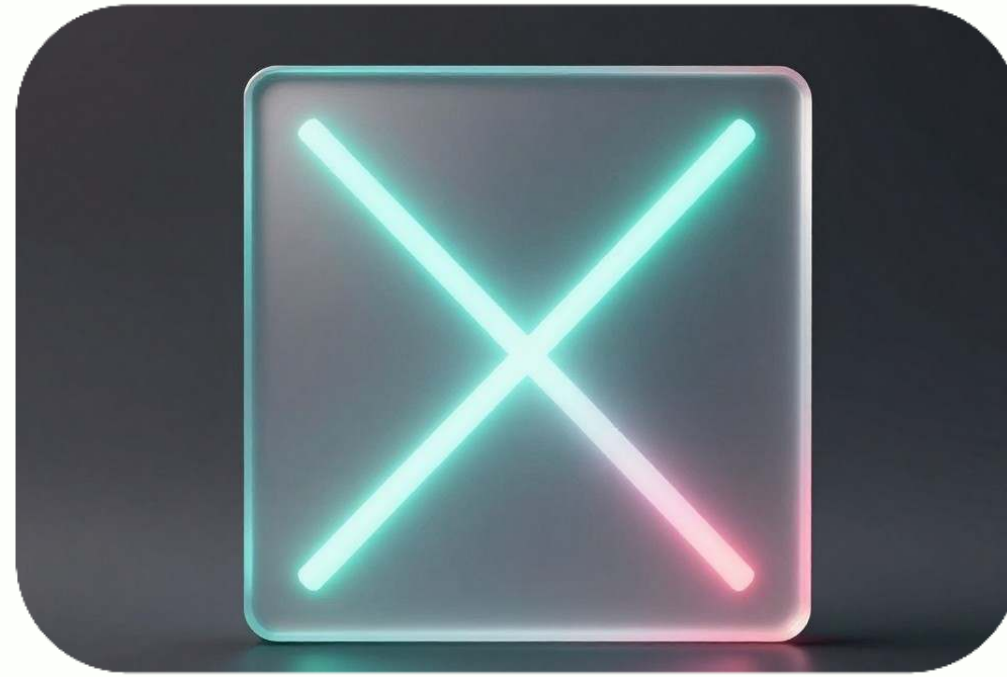


Три важных примера



Треугольник и три дуги

В равностороннем треугольнике три вершины лежат на одной окружности, а центр делит её на три равные дуги. Каждая дуга соответствует центральному углу 120° , поэтому фигура выглядит особенно симметричной.



Квадрат с диагоналями

У квадрата вершины тоже можно связать с окружностью. Центральный угол равен 90° , а диагонали проходят через центр, поэтому квадрат делится на равные части и легко анализируется по координатам.



Шестиугольник без лишних вычислений

Правильный шестиугольник особенно удобен для запоминания: его сторона равна радиусу описанной окружности. Это видно на чертеже сразу, потому что каждая сторона совпадает с хордой окружности.

Связь стороны с радиусом

1

$n = 6$

Для правильного шестиугольника сторона равна радиусу описанной окружности. Это один из самых удобных случаев: достаточно знать радиус, чтобы сразу назвать длину стороны.

$n = 4$

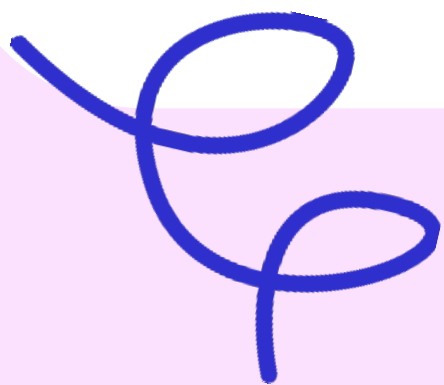
Для квадрата сторона выражается через радиус как $R\sqrt{2}$. Такое соотношение часто используют, когда квадрат вписан в окружность и нужны точные размеры.

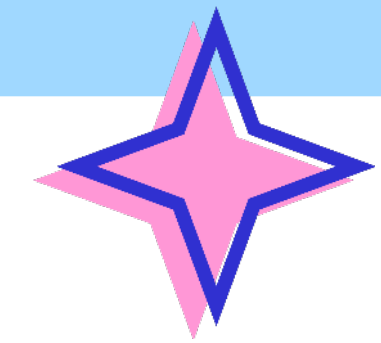
3

$n = 3$

Для равностороннего треугольника сторона равна $R\sqrt{3}$. Этот случай помогает видеть связь между стороной, радиусом и углами без сложных построений.

2





Углы и стороны без координат

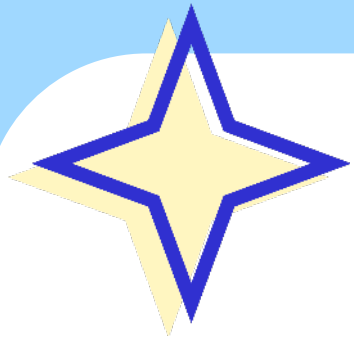
Сравним три короткие задачи на углы, радиусы и периметр. Во всех случаях достаточно одной известной формулы и внимательной проверки данных.

Формулы правильных многоугольников позволяют быстро находить угол, сторону и периметр без сложных вычислений.

Задача	Ответ
12-угольник	30°
$R = 8 \text{ см}$	$a = 8 \text{ см}$
Сторона 5 см	$P = 20 \text{ см}$

✧ Тема урока: правильные многоугольники

Что важно не перепутать



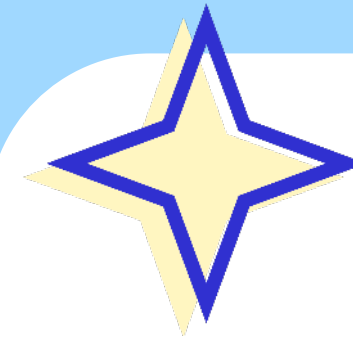
Проверь число сторон

Сначала уточняют, сколько сторон у фигуры. От этого зависит и центральный угол, и формула для стороны. Если число сторон перепутать, всё дальнейшее решение окажется неверным.



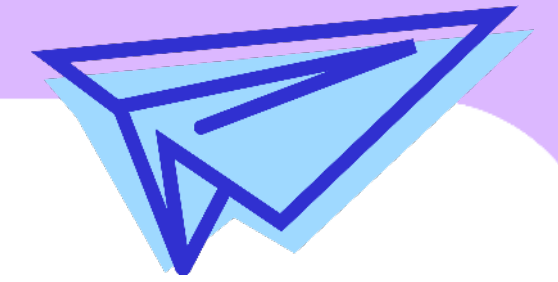
Не смешивай отрезки

Важно различать радиус, диаметр и сторону. Радиус идёт к вершине окружности, диаметр проходит через центр, а сторона соединяет соседние вершины многоугольника.



Смотри на единицы

Следите за единицами измерения и за полным кругом 360° . Если в задаче даны сантиметры, ответ тоже должен быть в сантиметрах, а не в градусах.



Координатная плоскость

✦ Пара чисел

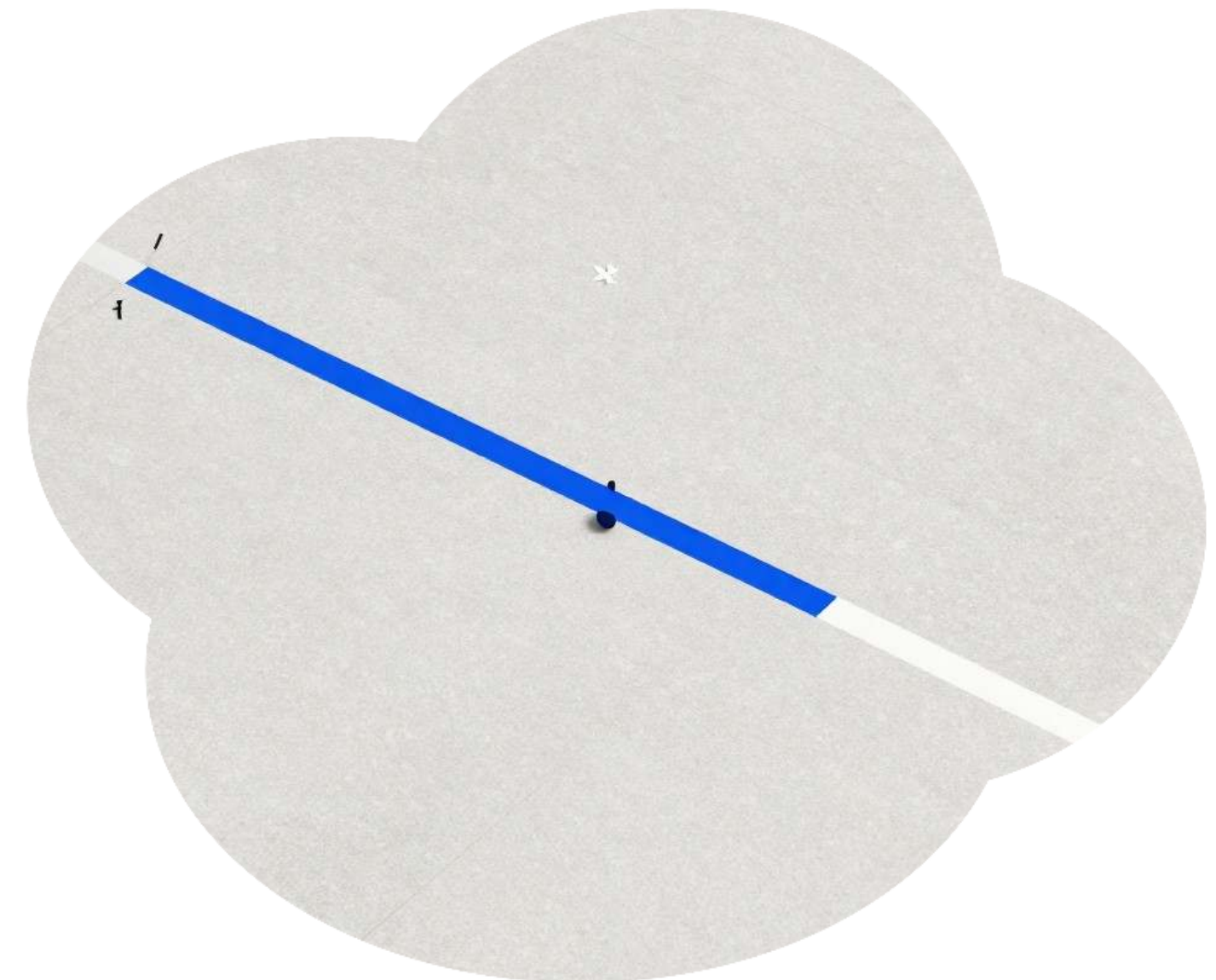
На плоскости положение точки задают две координаты: сначала по оси x , затем по оси y . Такой способ позволяет точно описывать фигуры и сравнивать их без длинных словесных объяснений.

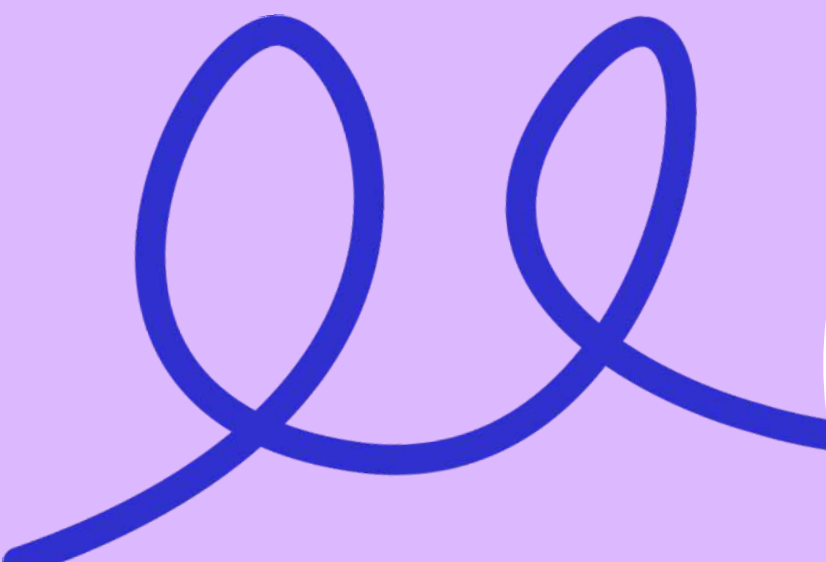
✦ Точка отсчёта

Начало координат — это точка пересечения осей, а единичный отрезок задаёт масштаб. От него зависит, как читать расстояния и строить графики, окружности и прямые.

✦ Фигуры по точкам

Если координаты всех вершин известны, фигуру можно исследовать вычислениями: находить стороны, проверять симметрию и искать пересечения. Именно так геометрия соединяется с алгеброй.





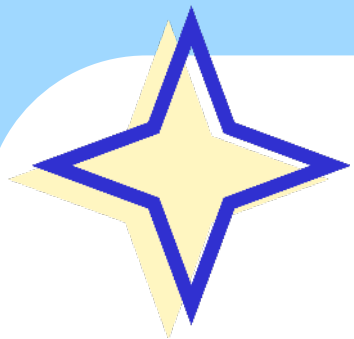
1 формула

позволяет находить длину
отрезка между двумя точками.

Формула расстояния между двумя точками в координатной геометрии

Формула расстояния помогает сравнивать отрезки
без измерителя и сразу проверять вычисления
на координатной плоскости.

Зачем нужна формула расстояния



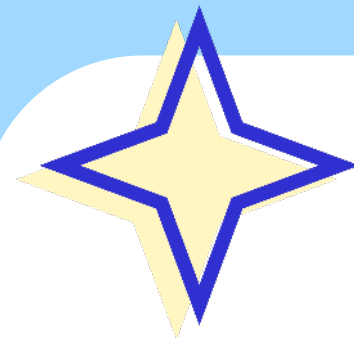
Проверка сторон

Если известны координаты вершин, можно вычислить длины сторон и проверить, равны ли они. Это особенно удобно для правильных многоугольников, где все стороны должны совпадать.



Связь с окружностью

По координатам легко сравнивать расстояния от вершины до центра окружности. Так подтверждают, что фигура действительно вписана в окружность и построена без искажений.



Работа по данным

Формула расстояния помогает решать задачи даже без полного чертежа: достаточно таблицы точек или координат, чтобы восстановить форму и свойства фигуры.

Уравнение окружности

1. Центр и радиус

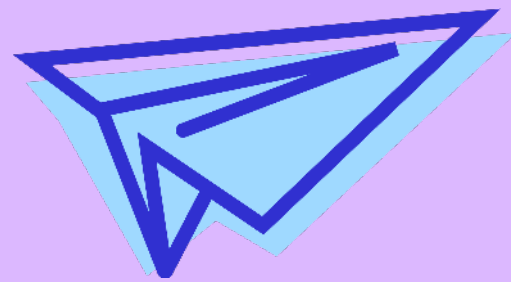
Сначала задают центр окружности и её радиус. Эти данные полностью определяют уравнение и позволяют сразу понять, какие точки могут лежать на окружности.

2. Проверка точки

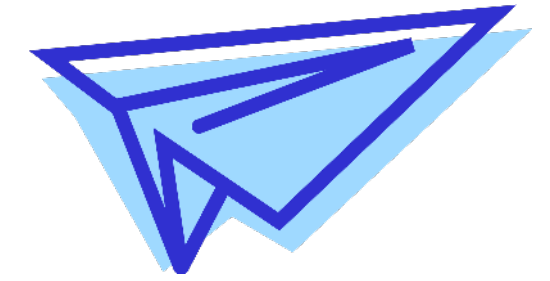
Затем подставляют координаты точки в выражение $(x-a)^2+(y-b)^2$. Если получается R^2 , точка принадлежит окружности; если нет, она расположена вне неё или внутри.

3. Частный случай

Когда центр совпадает с началом координат, уравнение упрощается до $x^2+y^2=R^2$. Такой вид часто используют в задачах на симметрию и построение.



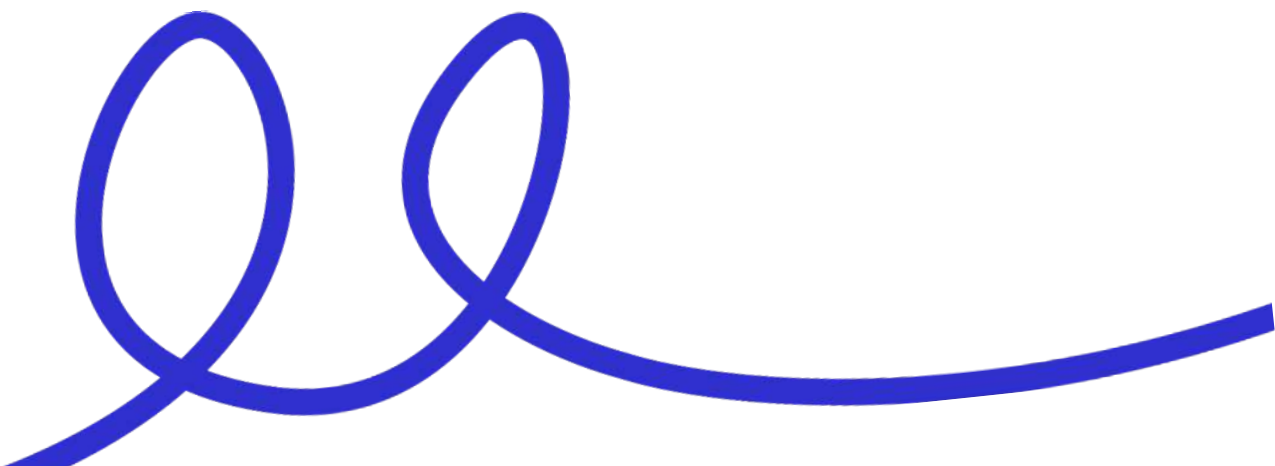
Как читать центр и радиус



- ✦ Из уравнения окружности можно сразу прочесть центр и радиус, если внимательно посмотреть на знаки и число справа от равенства.
- ✦ Знак внутри скобок меняется на противоположный, а число справа задаёт квадрат радиуса.

Уравнение	Центр	Радиус
$(x-2)^2+(y+1)^2=25$	$(2; -1)$	5
$x^2+y^2=16$	$(0; 0)$	4

Стандартный вид уравнения окружности



Проверка принадлежности точки

1

1. Подстановка

Подставьте координаты точки в уравнение окружности и выполните вычисления. Если левая часть совпадает с правой, точка лежит на окружности без дополнительных проверок.

2

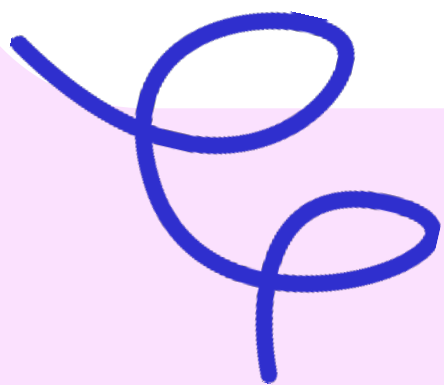
2. Подходящая точка

Для $x^2 + y^2 = 25$ точка (3; 4) подходит, потому что $3^2 + 4^2 = 25$. Это удобный пример того, как алгебра подтверждает геометрическое положение точки.

3

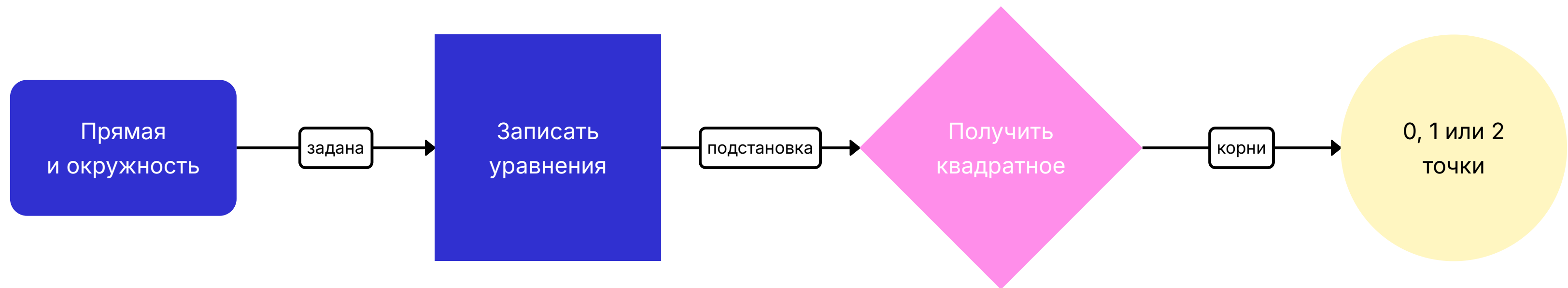
3. Неподходящая точка

Точка (2; 2) не принадлежит той же окружности, потому что $2^2 + 2^2 = 8$. Значит, её расстояние до центра отличается от радиуса.



Пересечение прямой и окружности

Последовательность показывает, как подстановка превращает геометрическую задачу в решение квадратного уравнения.



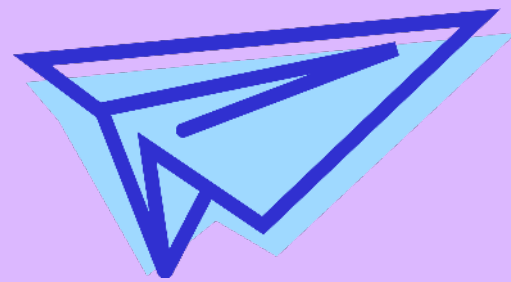
Как записывают уравнение прямой

1 По двум точкам

Самый наглядный способ — найти наклон по двум точкам и затем записать уравнение через $y=kx+b$. Такой вид удобен, когда известны координаты двух точек прямой.

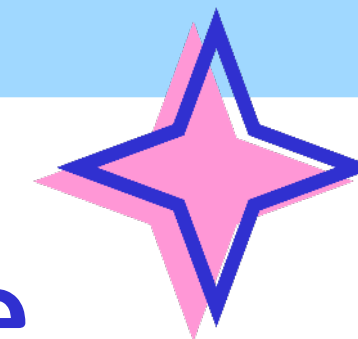
2 Общий вид

Общий вид $Ax+By+C=0$ полезен в школьных задачах, потому что позволяет быстро сравнивать уравнения, проверять принадлежность точки и находить пересечения с окружностью.



3 Вид через наклон

Форма $y=kx+b$ особенно хорошо показывает наклон. По коэффициенту k сразу видно, как прямая идёт вверх, вниз или остаётся горизонтальной.



Прямая по двум точкам и пересечение

По двум точкам можно восстановить уравнение прямой и затем использовать его для поиска пересечения с другой прямой.

Координаты двух точек задают прямую, а пересечение двух прямых находится как решение системы.

Дано	Результат	Способ
A(1; 2), B(5; 6)	$y=x+1$	наклон 1
Две прямые	точка пересечения	система уравнений

✦ **Формула уравнения прямой по двум точкам и система линейных уравнений**

Уравнение по геометрическому условию

1

1. Параллельная прямая

Если прямая проходит через заданную точку и параллельна другой, её наклон не меняется. Значит, удобно брать тот же коэффициент k и подставлять координаты точки.

2. Перпендикулярная прямая

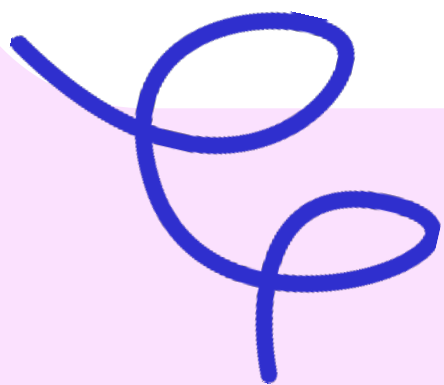
Для перпендикулярных прямых наклоны связаны условием $k_1 \cdot k_2 = -1$. Это правило помогает быстро составлять уравнение без лишних построений и догадок.

3

3. Типовая задача

Такие условия часто встречаются в задачах по координатам: дано отношение к другой прямой, а затем нужно записать уравнение через точку и коэффициент.

2





От фигуры к формуле

Сегодня мы связали геометрию и алгебру: научились читать свойства правильных многоугольников, работать с окружностью и прямой, находить пересечения и проверять точки по уравнению.