

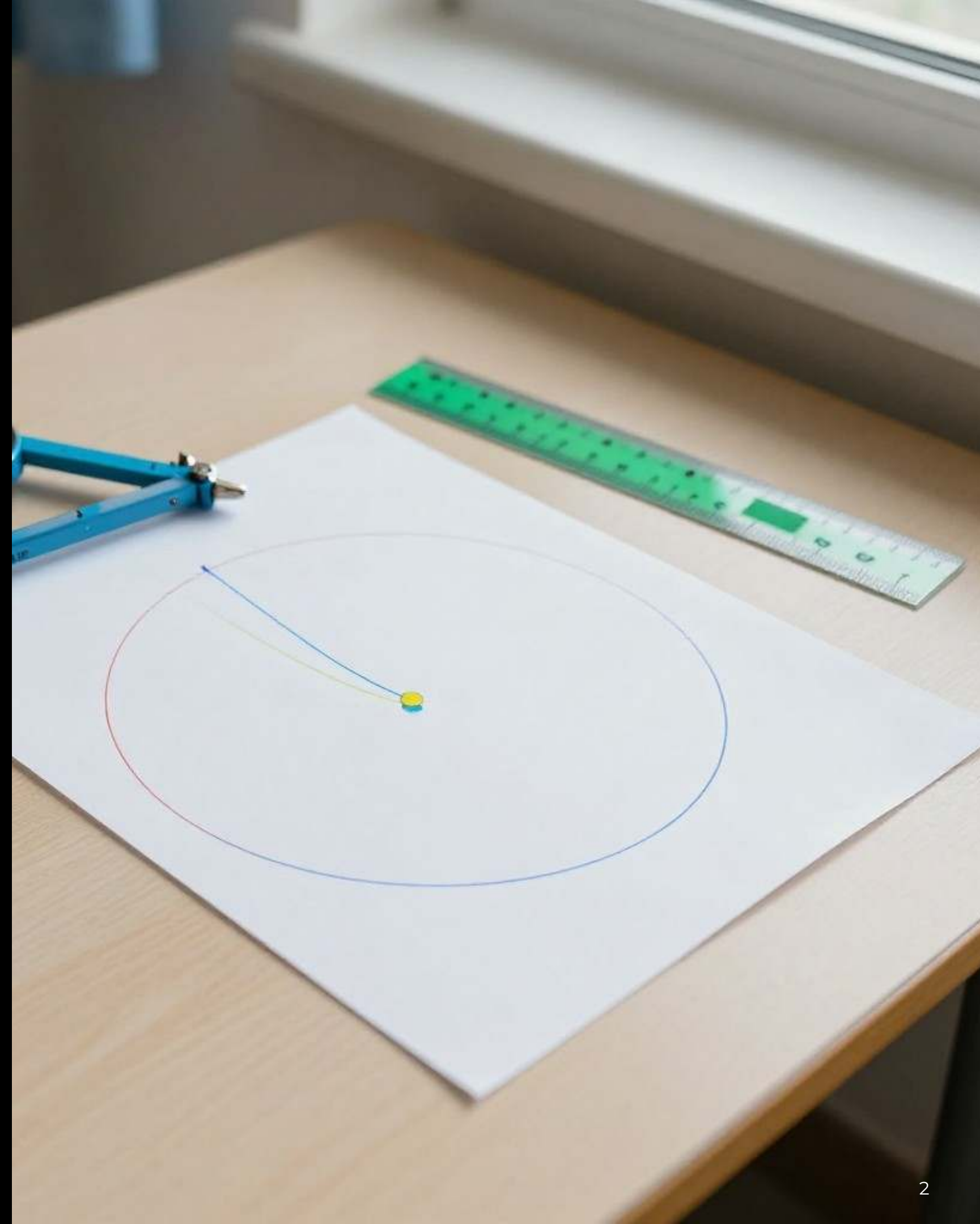
Пересечение прямой и окружности

Разберём, когда прямая не касается окружности, касается или пересекает её.



Как читать задачу об окружности

В этой теме важно уметь читать рисунок и сравнивать два расстояния: радиус окружности и расстояние от центра до прямой.



Что значит «пересекаются»

1. Общие точки

Пересечение означает, что у прямой и окружности есть общие точки. Именно их количество нужно установить в задаче.

2. Три варианта

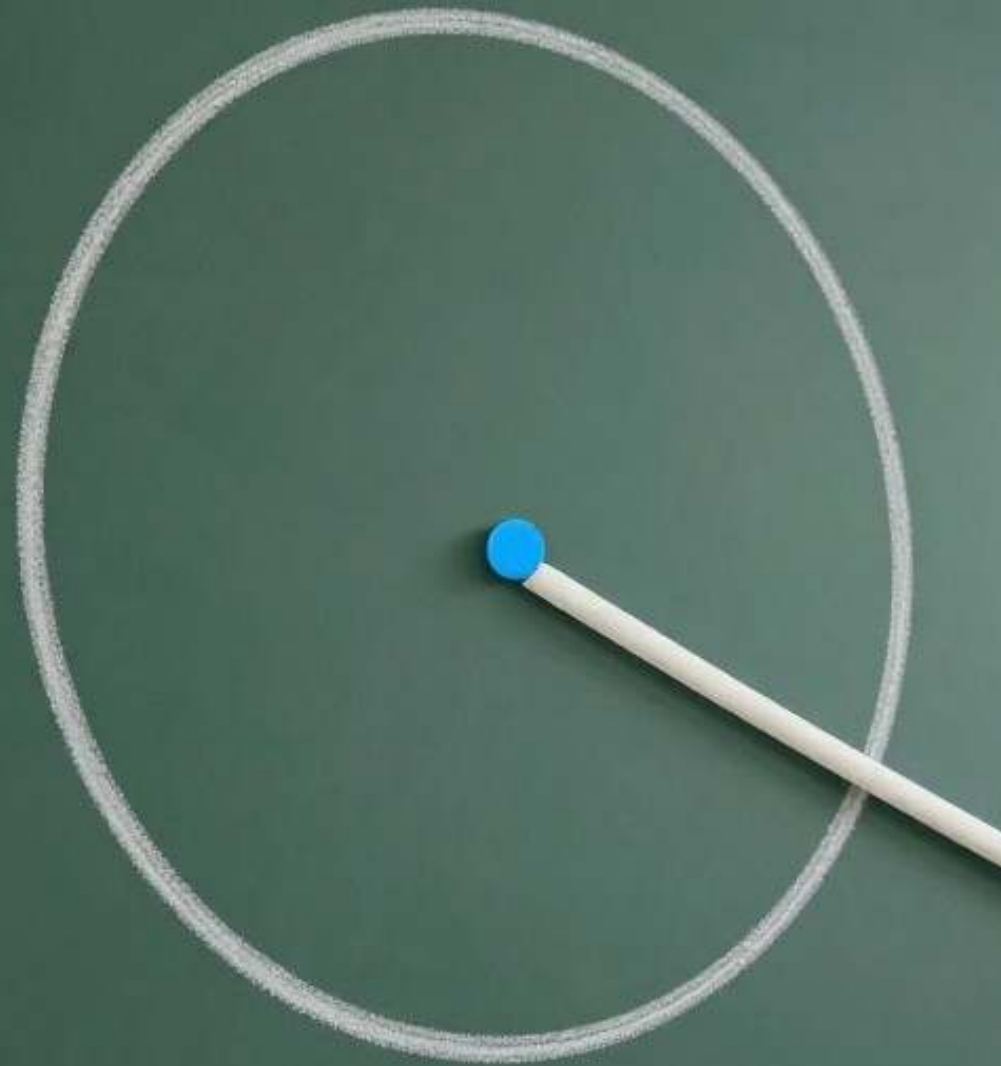
Общих точек может быть ноль, одна или две. Каждый случай соответствует своему положению прямой относительно окружности.

3. Почему так

Ответ должен опираться не только на рисунок, но и на объяснение: почему получился именно такой результат.



Прямая, окружность, центр и радиус



Прямая

Прямая не имеет конца: она продолжается в обе стороны бесконечно и задаёт одно направление на плоскости.

Окружность

Окружность — это замкнутая линия. Все её точки находятся на одинаковом расстоянии от центра.

Радиус

Радиус соединяет центр с любой точкой окружности. Его длина показывает расстояние от центра до границы.

1

**кратчайшее расстояние
от точки до прямой —
перпендикуляр.**

Это ключевая величина для сравнения с радиусом:
от неё зависит, будет ли пересечение.

Свойство перпендикуляра в школьной геометрии

Три возможных случая

1.

d больше r

Если расстояние от центра до прямой больше радиуса, прямая находится слишком далеко и не достигает окружности.

2.

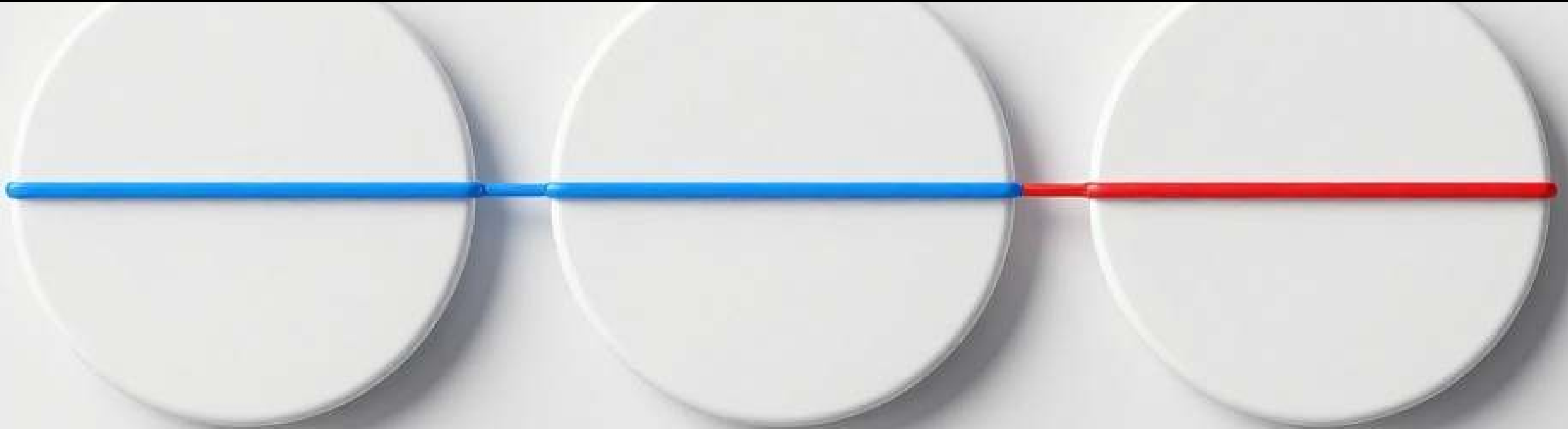
d равно r

Если расстояние равно радиусу, прямая касается окружности ровно в одной точке и становится касательной.

3.

d меньше r

Если расстояние меньше радиуса, прямая проходит через окружность и пересекает её в двух точках.



Случай $d > r$: нет общих точек

Прямая слишком далеко

Когда d больше r , перпендикуляр от центра до прямой длиннее радиуса, поэтому до окружности остаётся зазор.

Зазор между фигурами

На рисунке видно, что ближайшая точка прямой всё равно дальше границы окружности. Общих точек не возникает.

Ответ

Такой случай записывают как 0 точек пересечения. Это самый простой вывод по сравнению d и r .



Случай $d = r$: касание в одной точке

1. Касание

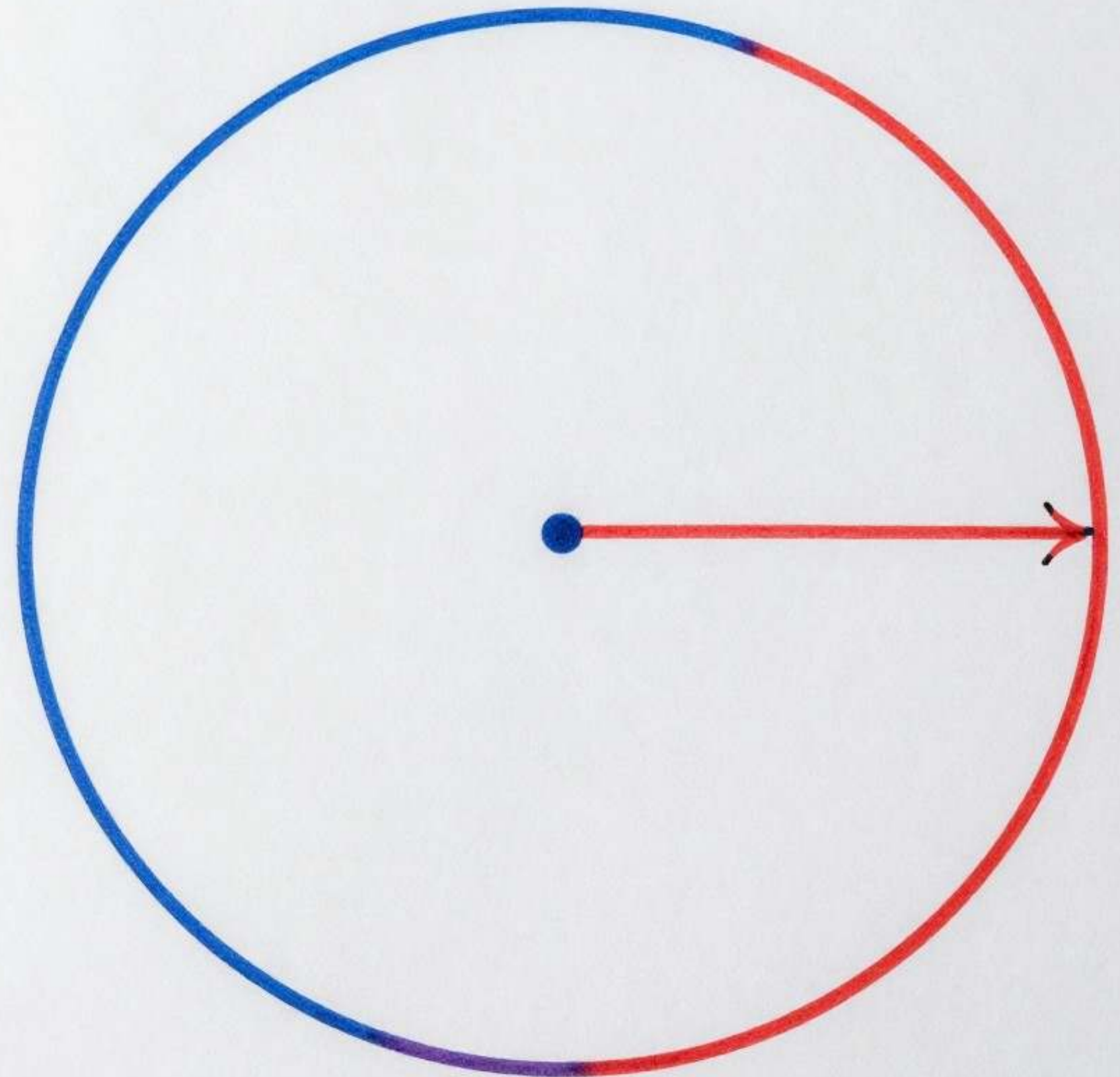
Если d равно r , прямая подходит к окружности ровно на расстояние радиуса и касается её.

2. Одна общая точка

В точке касания у прямой и окружности есть только одна общая точка, без прохода внутрь.

3. Перпендикулярность

Радиус, проведённый в точку касания, образует прямой угол с касательной. Это важный признак для проверки.



Случай $d < r$: две точки пересечения

Входит внутрь

Если d меньше r , прямая проходит ближе к центру, чем граница окружности. Она входит внутрь фигуры.

Две точки

Затем прямая выходит наружу, поэтому появляются две разные точки пересечения. Именно они считаются общими.

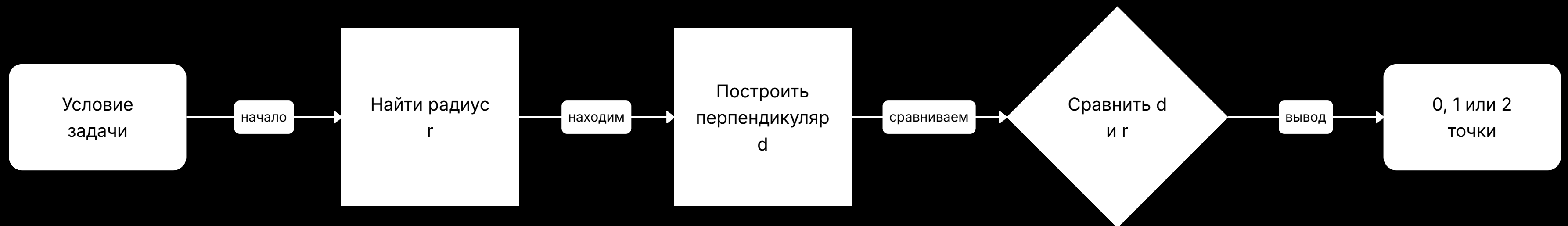
Видно на рисунке

На чертеже такой случай обычно заметен сразу: линия явно проходит сквозь окружность, а не касается её.



Как решить задачу геометрически

Пошаговая схема решения по чертежу



3

**способа помогают быстро
сравнить расстояние
с радиусом и сделать
вывод о пересечении.**

В школьных задачах достаточно трёх основных способов найти d : по чертежу, по свойствам перпендикуляра или через координаты в простом случае.

Содержание школьных задач по геометрии

0

**точек пересечения
остаётся у прямой
и окружности в этом
случае.**

Когда расстояние от центра больше радиуса, общих точек не бывает.

Пример из условия: $r=5$ см, $d=7$ см

1

**точка получается
при касании, а радиус
в этой точке
перпендикулярен прямой.**

Равенство расстояния и радиуса означает касание:
прямая касается окружности в одной точке.

Пример из условия: $r=6$ см, $d=6$ см

2

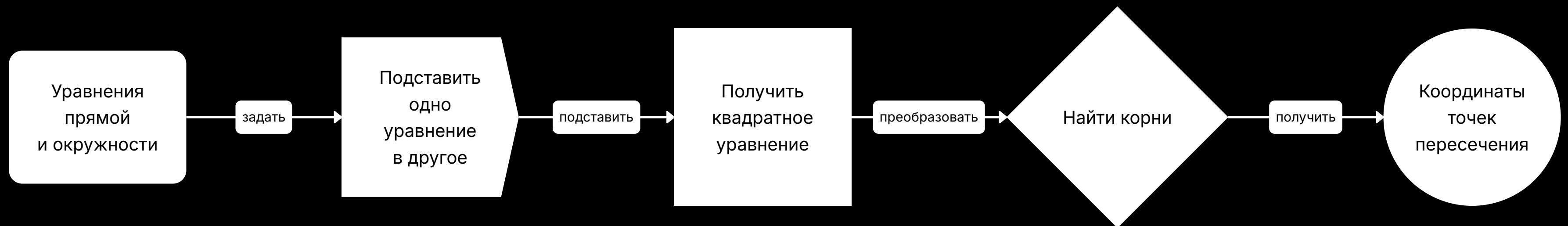
**уравнения описывают
одну и ту же точку только
вместе,
а не по отдельности.**

В координатной записи окружность и прямая проверяются одновременно; общая точка должна удовлетворять сразу двум уравнениям.

Стандартные школьные формы уравнений окружности и прямой

Подстановка уравнений

Алгебраический способ приводит задачу к квадратному уравнению и его корням.



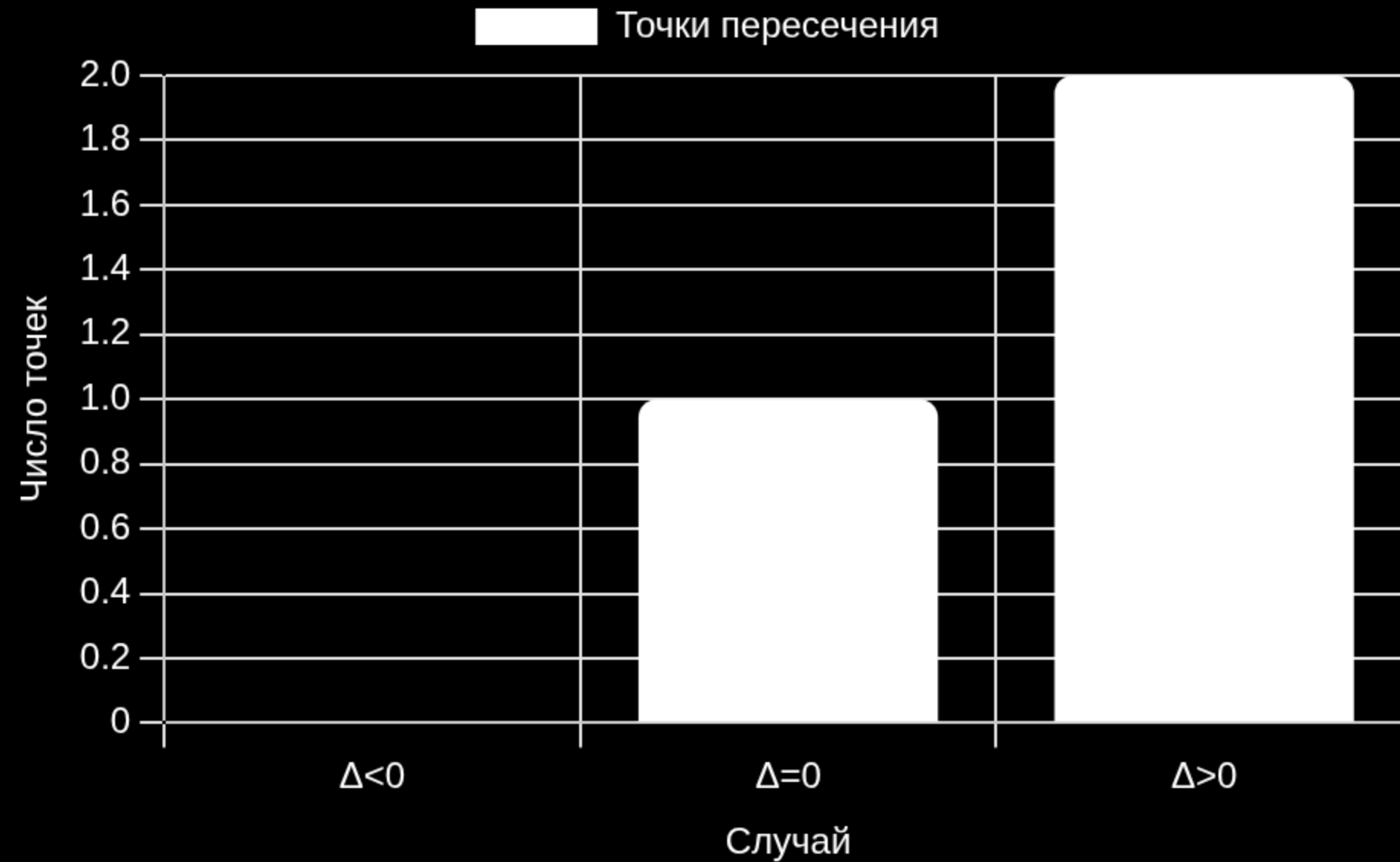
3

**варианта ответа
соответствуют 0, 1 или 2
точкам пересечения.**

Количество корней квадратного уравнения показывает, сколько общих точек получится у прямой и окружности.

Связь числа корней квадратного уравнения с геометрической задачей

Смысл дискриминанта



Для окружности важен не сам вид уравнения, а знак дискриминанта после подстановки прямой в формулу окружности.

От знака Δ напрямую зависит ответ: нет решений, одно решение или два решения.

Школьная связь дискриминанта с числом корней квадратного уравнения

Касательная и радиус

Одна точка

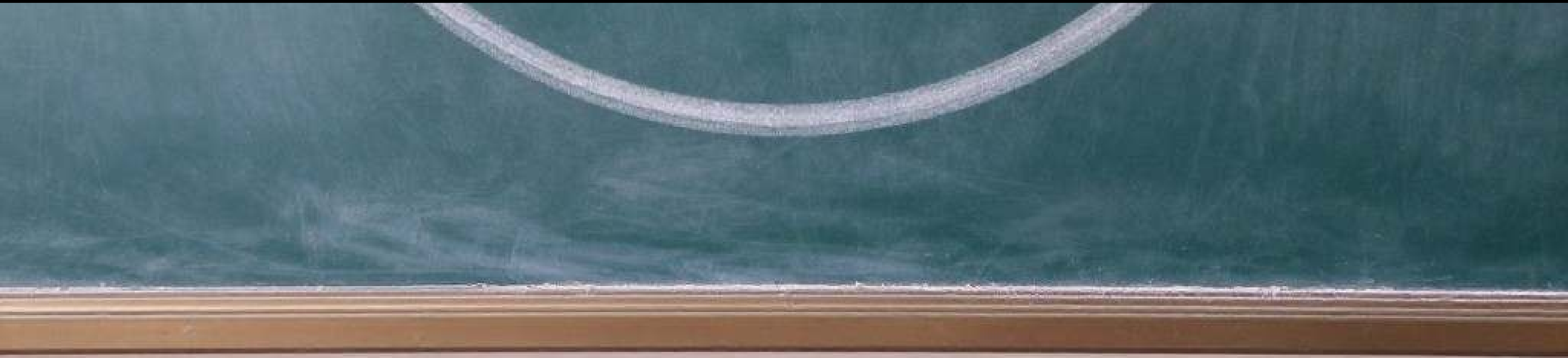
Касательная имеет с окружностью ровно одну общую точку, поэтому её легко отличить от секущей на чертеже. В задачах это помогает сразу определить случай $d=r$.

Перпендикулярность

Если провести радиус в точку касания, он всегда образует прямой угол с касательной. Это свойство удобно использовать как проверку построения и решения.

Как увидеть на рисунке

На рисунке касательная как будто «едва касается» окружности и не входит внутрь неё. Такой образ помогает запомнить геометрический смысл касания без лишних вычислений.



Тренировка: три коротких задания

Сравните d и r в каждом примере и определите число общих точек.

Во всех трёх задачах решение сводится к одному шагу: сравнить расстояние от центра до прямой с радиусом.

Задание	Сравнение	Ответ
1	$3 < 4$	2 точки
2	$8 = 8$	1 точка
3	$9 > 5$	0 точек

Итог: два языка одной задачи

Чтобы быстро определить случай пересечения, достаточно сравнить d и r , а затем при необходимости проверить алгебраически через дискриминант. Геометрия и уравнения здесь дают один и тот же ответ.