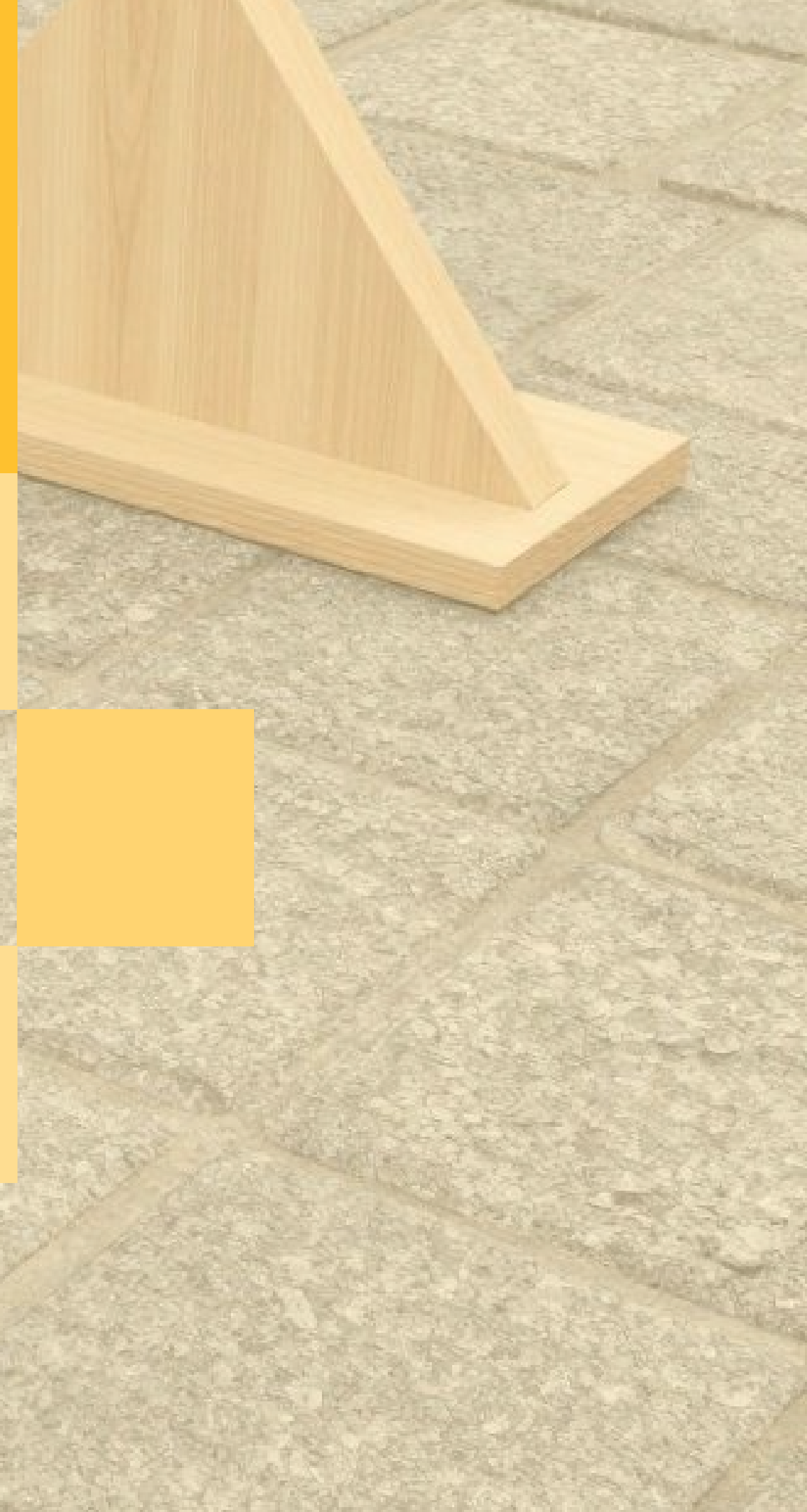


Геометрические движения: преобразования, сохраняющие расстояния

Движение переводит фигуру так, что расстояния и углы остаются теми же, а формы — равными.



Зачем в 11 классе изучают движения

изучают дорени

Движения помогают доказывать равенство фигур без «ручного» наложения, находить симметрию в чертежах и уверенно решать задачи на построение. Их идеи выходят за рамки одной темы: от доказательств равенства треугольников до координатного метода.

Определение движения и его основные свойства

Движение — это преобразование, сохраняющее расстояние между любыми двумя точками. Если A и B переходят в A' и B' , то выполняется равенство $A'B' = AB$.

Из этого напрямую следует сохранение длин отрезков, величин углов, периметров и площадей фигур: измерения остаются теми же после преобразования.

При движении меняется положение, но не «геометрическая суть»: прямая переходит в прямую, отрезок — в равный отрезок, окружность — в окружность того же радиуса.

Равные фигуры и образ фигуры при преобразовании

Образ фигуры — это результат преобразования: фигура, полученная после движения. Две фигуры называют равными, если одну можно совместить с другой некоторым движением.

Важно не «глазом» совпадение на чертеже, а совпадение формы и размеров: соответствующие вершины задают связь, которая сохраняет геометрию даже при другом положении.

Виды движений и их отличительные признаки

Вид движения	Что сохраняется	Что меняется	Пример
Параллельный перенос	Длины и углы	Смещение на вектор	Сдвиг орнамента
Поворот	Расстояния до центра	Положение, ориентация	Поворот фигуры
Осевая симметрия	Длины и углы	Отражение относительно прямой	Зеркальный рисунок
Центральная симметрия	Длины и углы	Отражение относительно точки	Симметрия относительно О

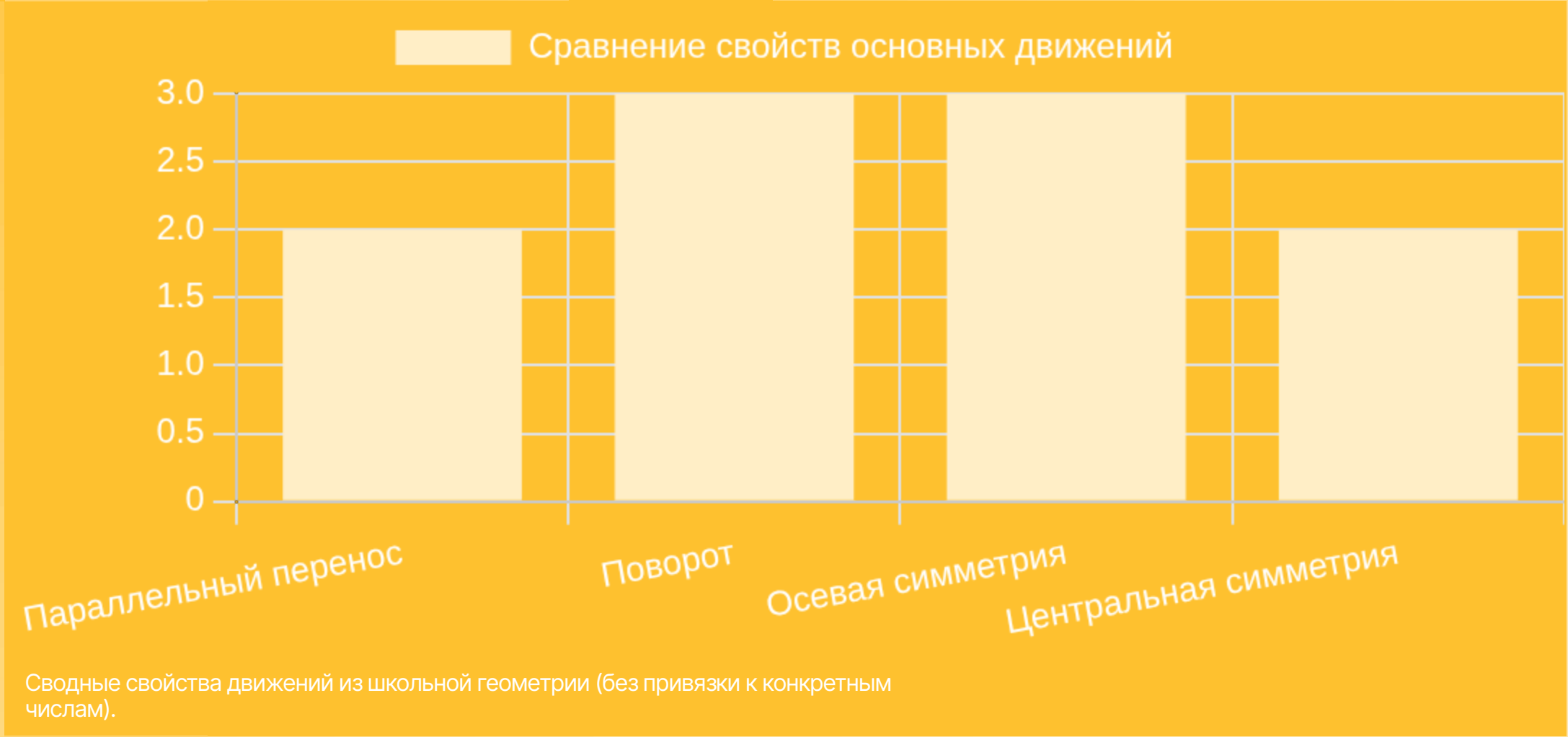
Сравните, что остается неизменным и что меняется при каждом движении: перенос, поворот, осевая и центральная симметрия.

Все перечисленные преобразования являются движениями, потому что сохраняют расстояния между точками и, значит, геометрические характеристики фигур.

Сравнение свойств основных движений

У каждого движения есть «опорная» неподвижность: где-то неподвижны точки, где-то — лишь центр или ось. Это помогает быстро распознавать тип преобразования.

Закономерность проста: сохранение расстояний сохраняет геометрию, а различия проявляются в неподвижных элементах и в том, меняется ли ориентация.



Параллельный перенос на координатной плоскости

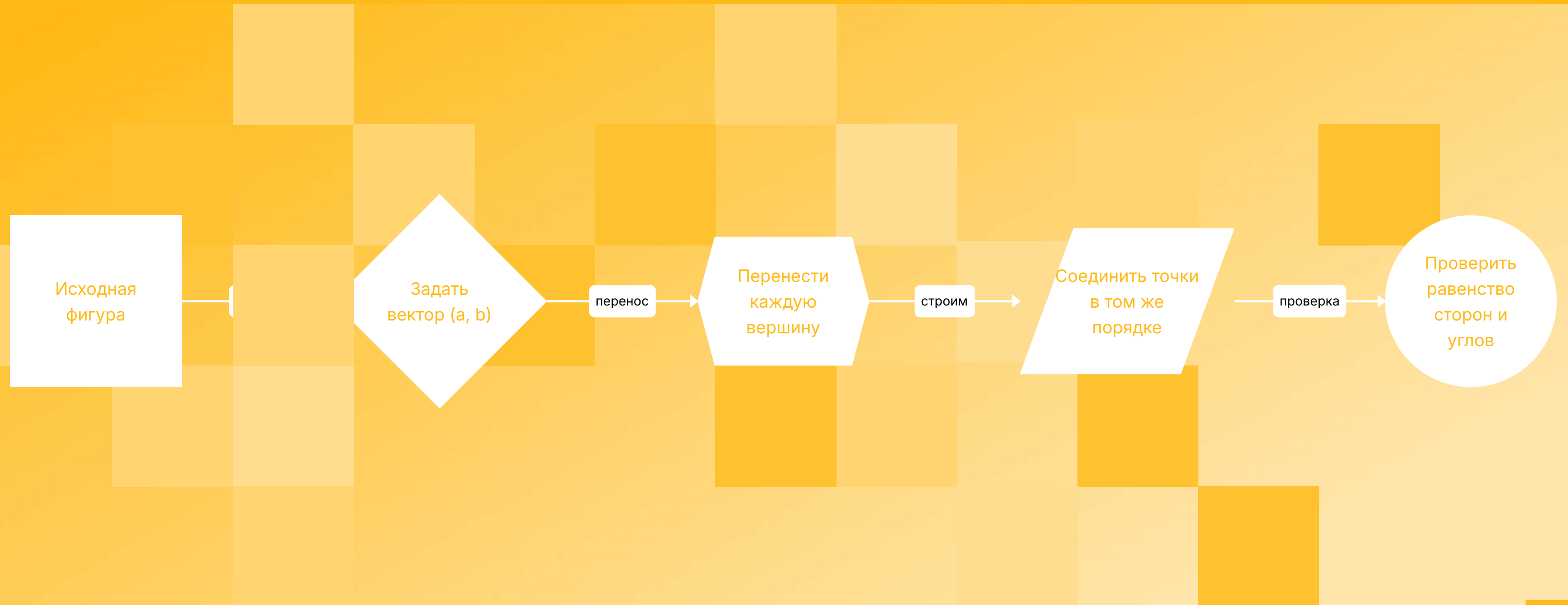
Параллельный перенос задаётся вектором (a, b) : он определяет направление и величину смещения каждой точки фигуры. Сама фигура «сдвигается» без поворотов и деформаций.

Если точка A имеет координаты (x, y) , то после переноса на вектор (a, b) она переходит в $A'(x + a, y + b)$. Меняются координаты, но сохраняются расстояния.

Все точки смещаются одинаково, поэтому фигура остаётся равной исходной: это удобно для решения задач, где требуется построить образ орнамента, чертежа или координатного рисунка.

Построение образа при параллельном переносе

Последовательность действий для получения образа фигуры по заданному вектору переноса



Поворот фигуры вокруг точки

Поворот — это движение, при котором каждая точка фигуры перемещается вокруг центра на один и тот же угол в одном направлении. Указываются центр поворота, угол и направление: по часовой или против.

Особенность поворота состоит в сохранении расстояний до центра: для любой точки отрезок «от центра до точки» остаётся прежним. Поэтому образ сохраняет форму, лишь меняя расположение на плоскости.



Ключевые идеи осевой симметрии



Точки и ось симметрии

При осевой симметрии точка и её образ лежат на одной прямой, перпендикулярной оси, и находятся на одинаковом расстоянии от оси. Точки на оси остаются на месте.



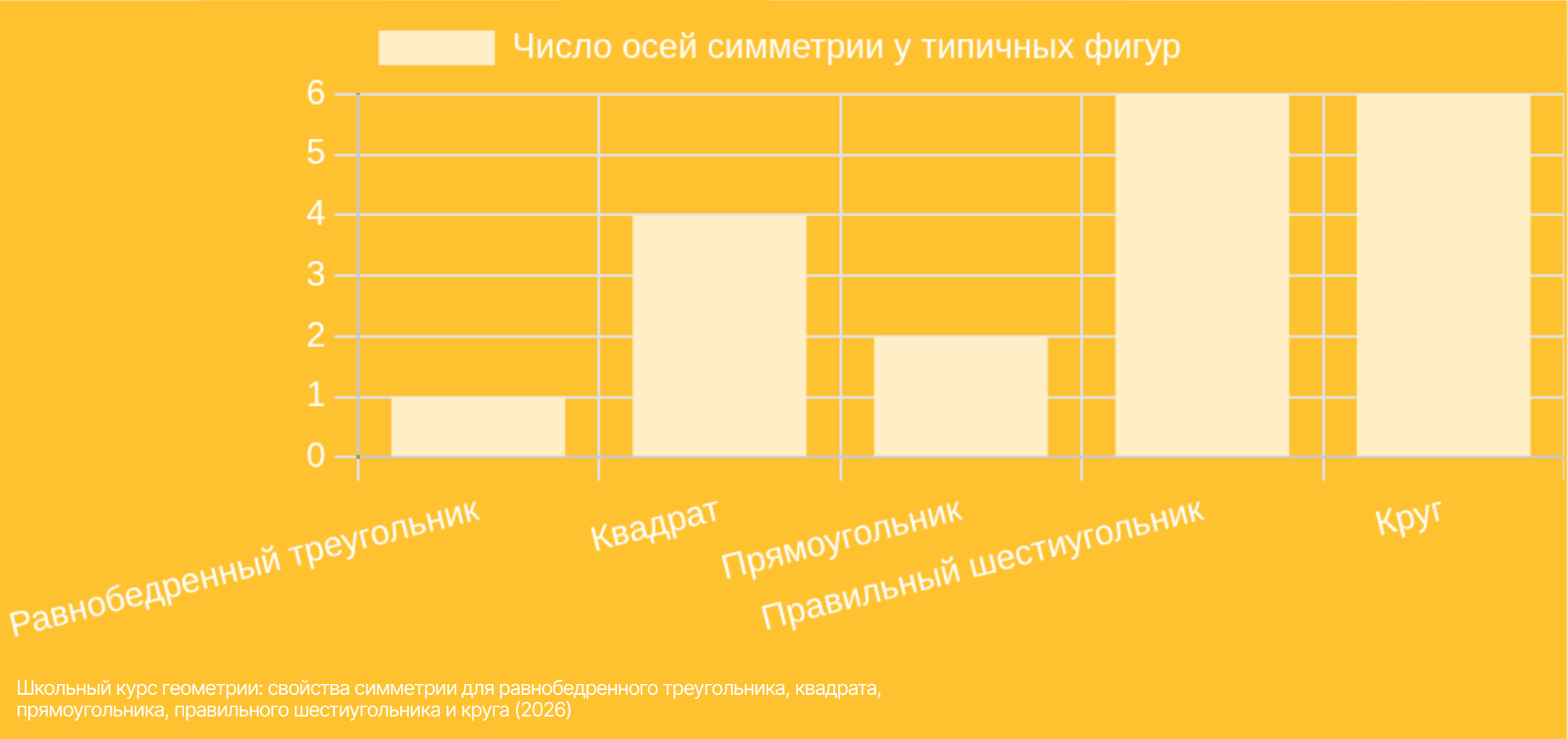
Где это удобно в задачах и чертежах

Осевая симметрия помогает строить орнаменты и аккуратные чертежи: например, для равнобедренного треугольника, правильного шестиугольника и элементов букв с зеркальным отражением.

Симметрия в фигурах и орнаментах

Число осей симметрии характеризует степень регулярности фигуры. Чем больше симметричных направлений, тем проще «собирать» орнамент из повторяющихся фрагментов.

Сопоставление показывает: рост симметрий обычно совпадает с более «правильной» формой и предсказуемым повтором элементов в узорах.



Центральная симметрия как поворот на 180°

При центральной симметрии относительно точки O любая точка A переходит в A' так, что точки O , A и A' лежат на одной прямой, а O — середина отрезка AA' .

Это движение эквивалентно повороту на 180° вокруг центра O : каждый луч из центра разворачивается на пол-оборота, сохраняя расстояния до O и углы между направлениями.

У одной фигуры центр симметрии может быть внутри, на границе или вне; в композиции нескольких элементов центр часто находится как «общая» точка согласования их расположения.

Поэтому центральная симметрия встречается у параллелограмма и окружности, а в орнаментах проявляется как характерный «отзеркальный по центру» ритм, особенно заметный в повторах

Сравнение осевой и центральной симметрии

Признак	Осевая симметрия	Центральная симметрия	Пример
Элемент преобразования	Прямая	Точка	Ось симметрии/центр
Положение точки и её образа	Точка и образ симметричны относительно прямой	Точка и образ лежат на одной прямой с центром	Точка по обе стороны от оси / вокруг центра
Неподвижные точки	Все точки оси	Только центр	Точки на оси / центр
Сохранение ориентации	Ориентация меняется	Ориентация меняется	Зеркальный эффект / «поворотный»

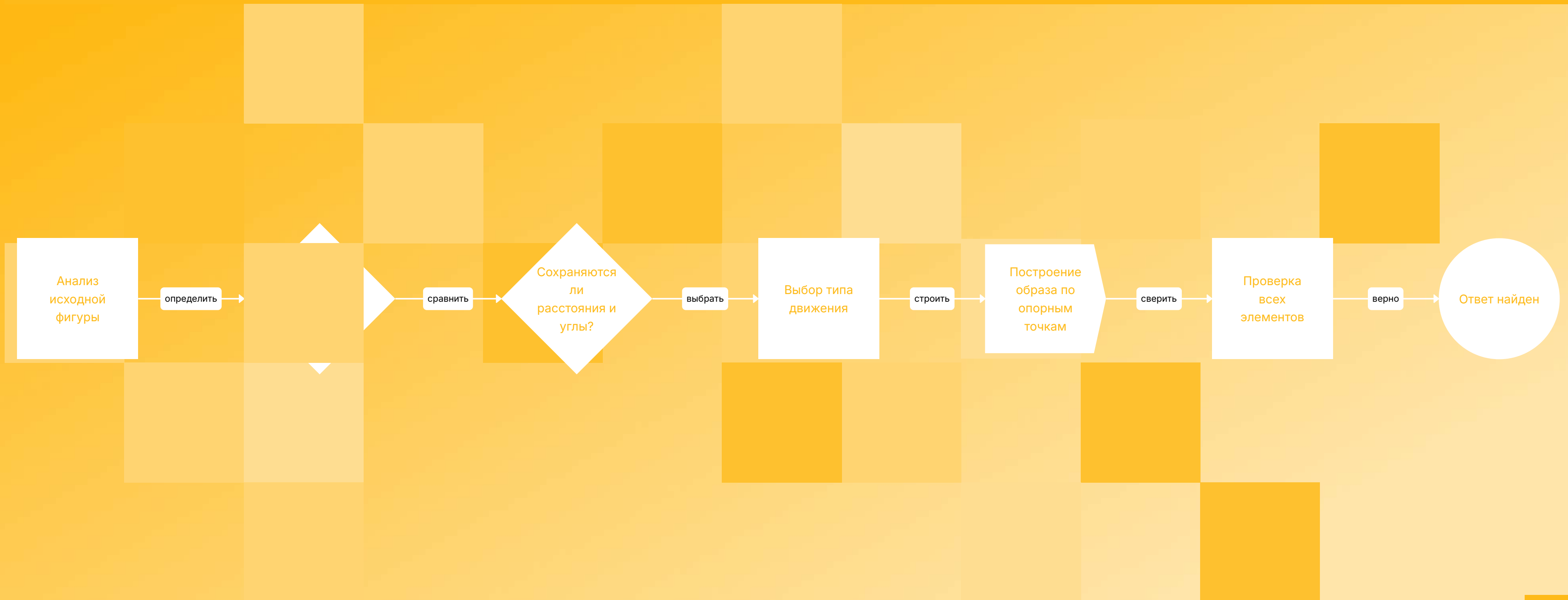
Свойства движений: осевая и центральная симметрия (школьный курс геометрии, 11 класс)

Обе симметрии являются движениями и сохраняют расстояния, но задаются разными элементами: осевая — прямой, центральная — точкой; неподвижные точки и ориентация также отличаются.

Различие задающего элемента (прямая vs точка) напрямую определяет неподвижные элементы: при осевой симметрии их много, при центральной — фактически один центр.

Как распознать и построить движение на чертеже

Алгоритм проверки: признаки равенства и построение образа по опорным точкам с последующей сверкой элементов.



Композиция движений

Шаг 1: первый перенос/поворот/симметрия

Берут одну операцию и фиксируют, что именно становится образом исходной фигуры. Важно точно определить, к какому шагу относятся найденные соответствия вершин.

Шаг 2: выполняют второе преобразование

К получившейся фигуре применяют следующую операцию. Порядок меняет результат: то, что было «до», становится «после» и влияет на новые соответствия.

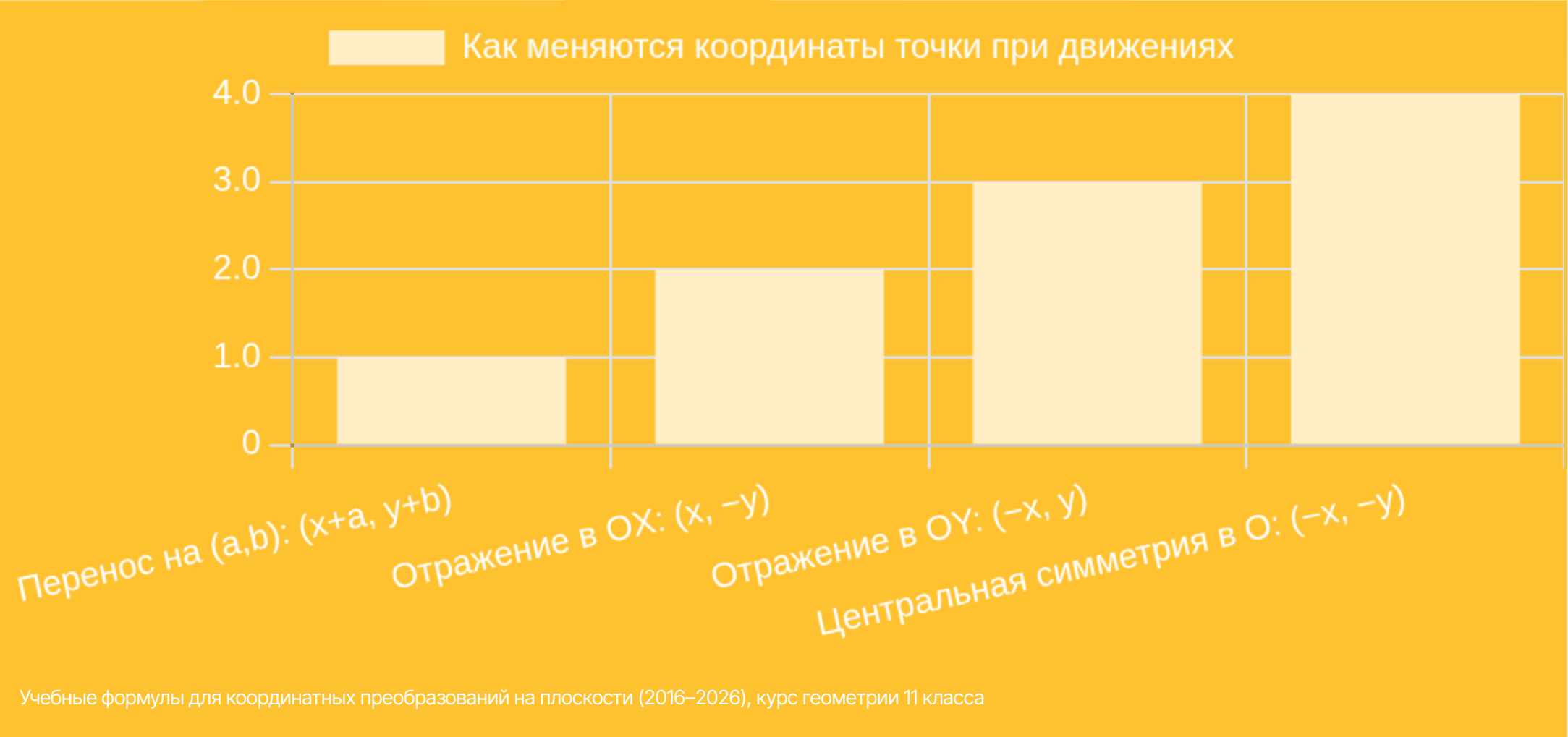
Шаг 3: сведение к одному виду (если возможно)

Нередко композиция снова оказывается движением. Примеры: два отражения относительно пересекающихся прямых дают поворот; два отражения относительно параллельных — перенос.

Движения в координатах: что меняется у точек

Для любого движения координаты «отвечают» за сохранение расстояний. При вычислениях удобнее сначала определить, какая именно операция задана: перенос, отражение или центральная симметрия.

Из таблицы преобразований видно: перенос сдвигает точку, отражения меняют знак одной координаты, а центральная симметрия меняет знаки обеих, сохраняя геометрию.



Движения в архитектуре, орнаментах и дизайне

Фасады и витражи: ритм из повторов

На фасадах и в витражах повторяющиеся элементы часто строят через параллельные переносы и повороты. Благодаря сохранению размеров композиция выглядит цельной, даже если рисунок растягивается на большую площадь. Зеркальные мотивы добавляют устойчивый «баланс» симметрии.



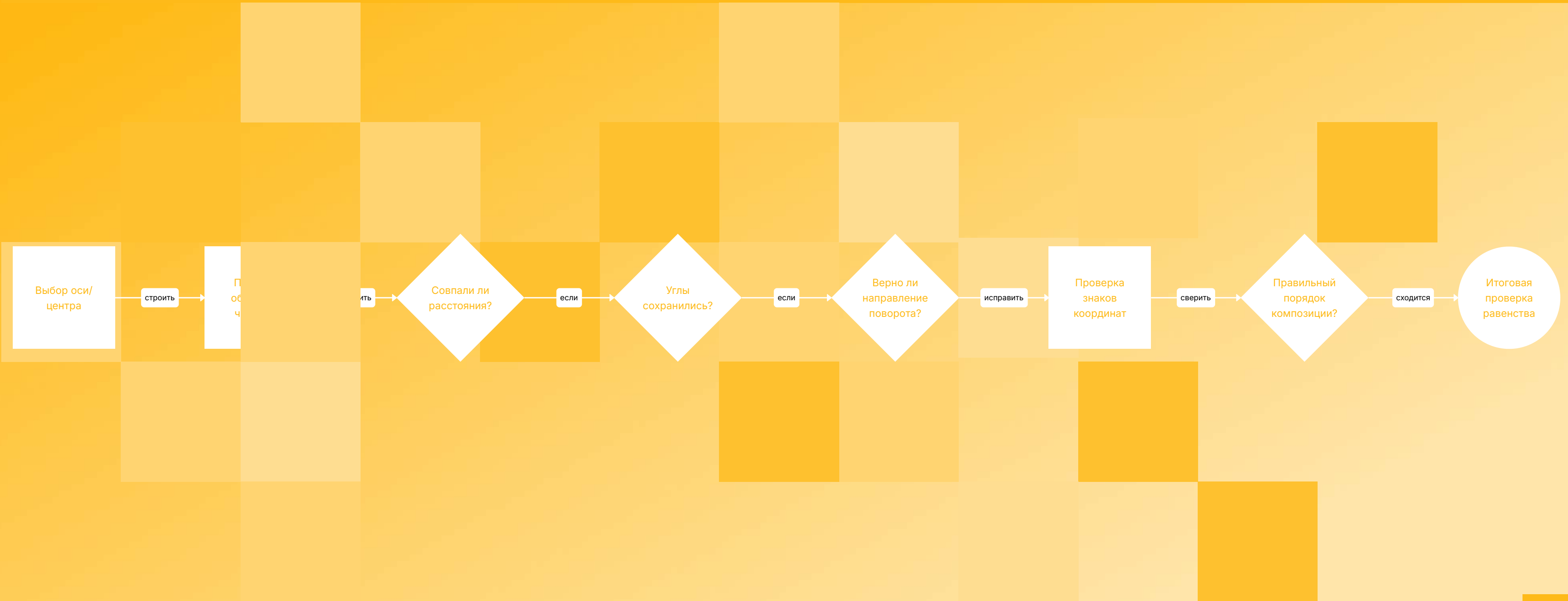
Орнаменты: как симметрия делает узор «собранным»

В национальных орнаментах и декоративных панелях движения позволяют организовать сложный рисунок из простых деталей. Отражение относительно оси создаёт зеркальные пары, а центральная симметрия — эффект «центра тяжести» композиции. Повтор преобразований формирует ритм и узнаваемый стиль.



Типичные ошибки при работе с движениями

Чек-лист для построения образа: от признаков симметрии до проверки равенства соответствующих отрезков и углов.



Значение темы для дальнейшего изучения геометрии



Доказательства в планиметрии

Движения дают строгий язык для доказательства равенства и распознавания совпадающих фигур. Это помогает обосновывать свойства треугольников, многоугольников и находить соответствия на чертеже.



Координатный метод

Переход к формулам переносов и поворотов упрощает решение задач: удобно вычислять образы точек и проверять равенство по координатам. Так геометрия становится «управляемой» расчетом.



Построения и симметрия

Зная, как строить образ фигуры, легче выполнять построения и решать задачи на симметрию. Регулярность формы превращается в систему: оси и центры задают закономерность решения.

Движения как основа преобразований в геометрии

Геометрические движения сохраняют расстояния, углы, длины и площадь, поэтому переводят фигуры в равные им фигуры. Параллельный перенос, поворот, осевая и центральная симметрия помогают описывать равенство, строить чертежи, анализировать симметрию и решать координатные задачи. Тема соединяет наглядность, строгие записи и практические приложения в архитектуре, дизайне и моделировании.