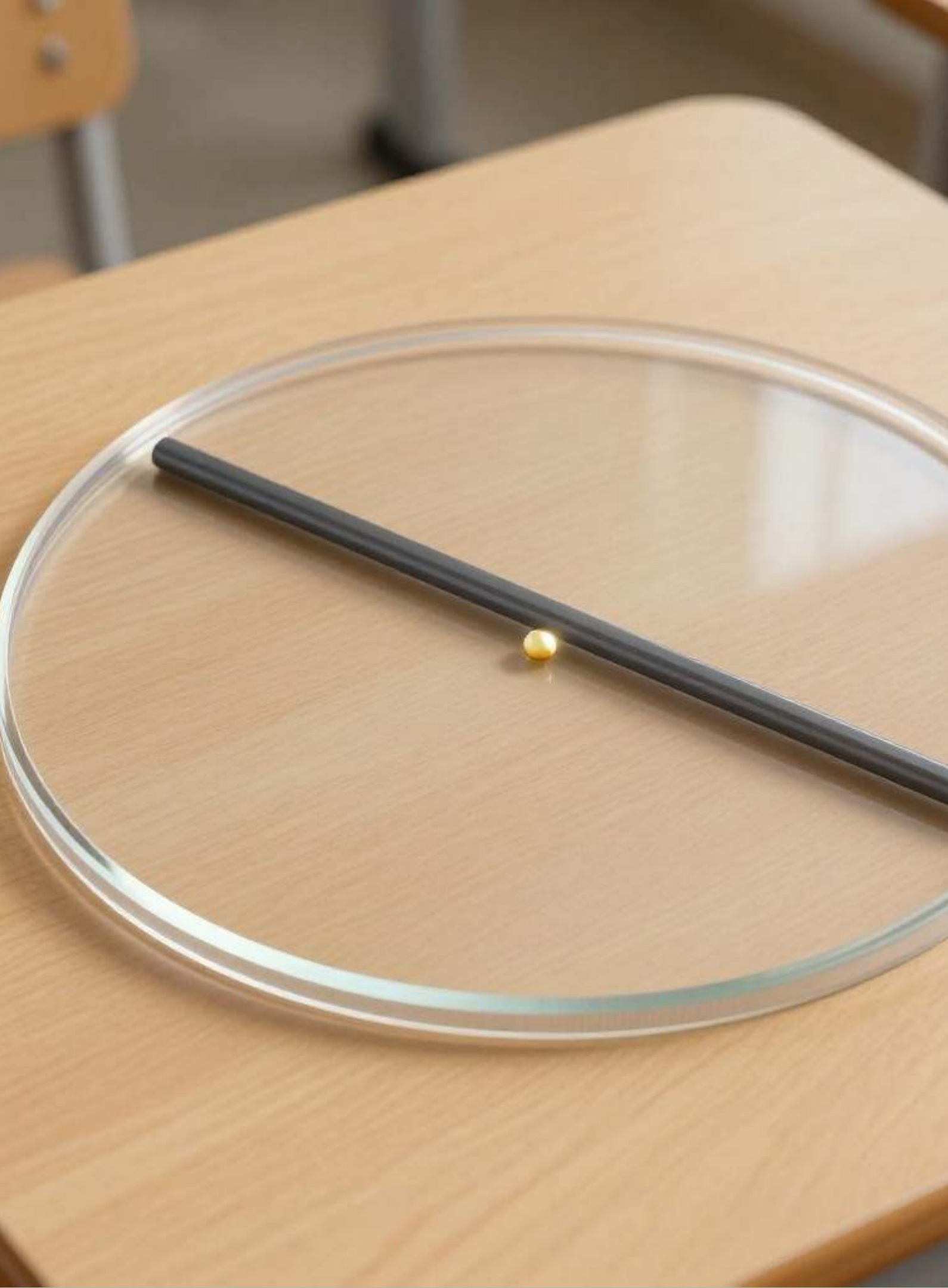


Длина хорды и расстояние от центра окружности

Как радиус и положение хорды определяют её длину?





Что нужно знать об окружности

Чтобы понять хорду, достаточно вспомнить радиус, диаметр и правило: расстояние от точки до прямой измеряют по перпендикуляру.

Обозначения и элементы чертежа

01 Центр и хорда

Пусть O — центр окружности, а AB — хорда. Отрезок AB соединяет две точки окружности и лежит внутри неё, не обязательно проходя через центр.

02 Расстояние до хорды

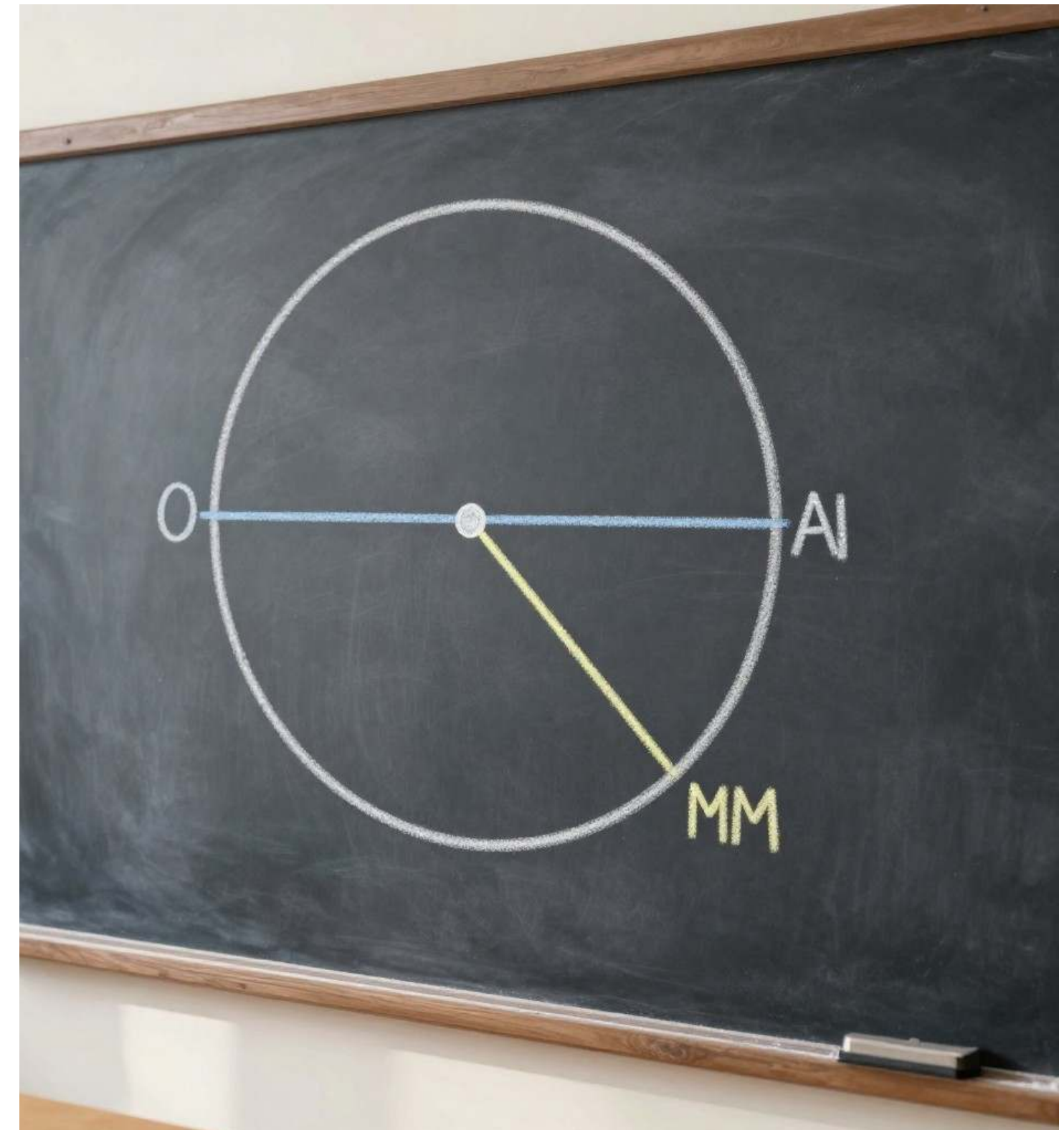
Обозначим OM как перпендикуляр из центра к хорде AB . Именно этот отрезок показывает кратчайшее расстояние от центра до хорды.

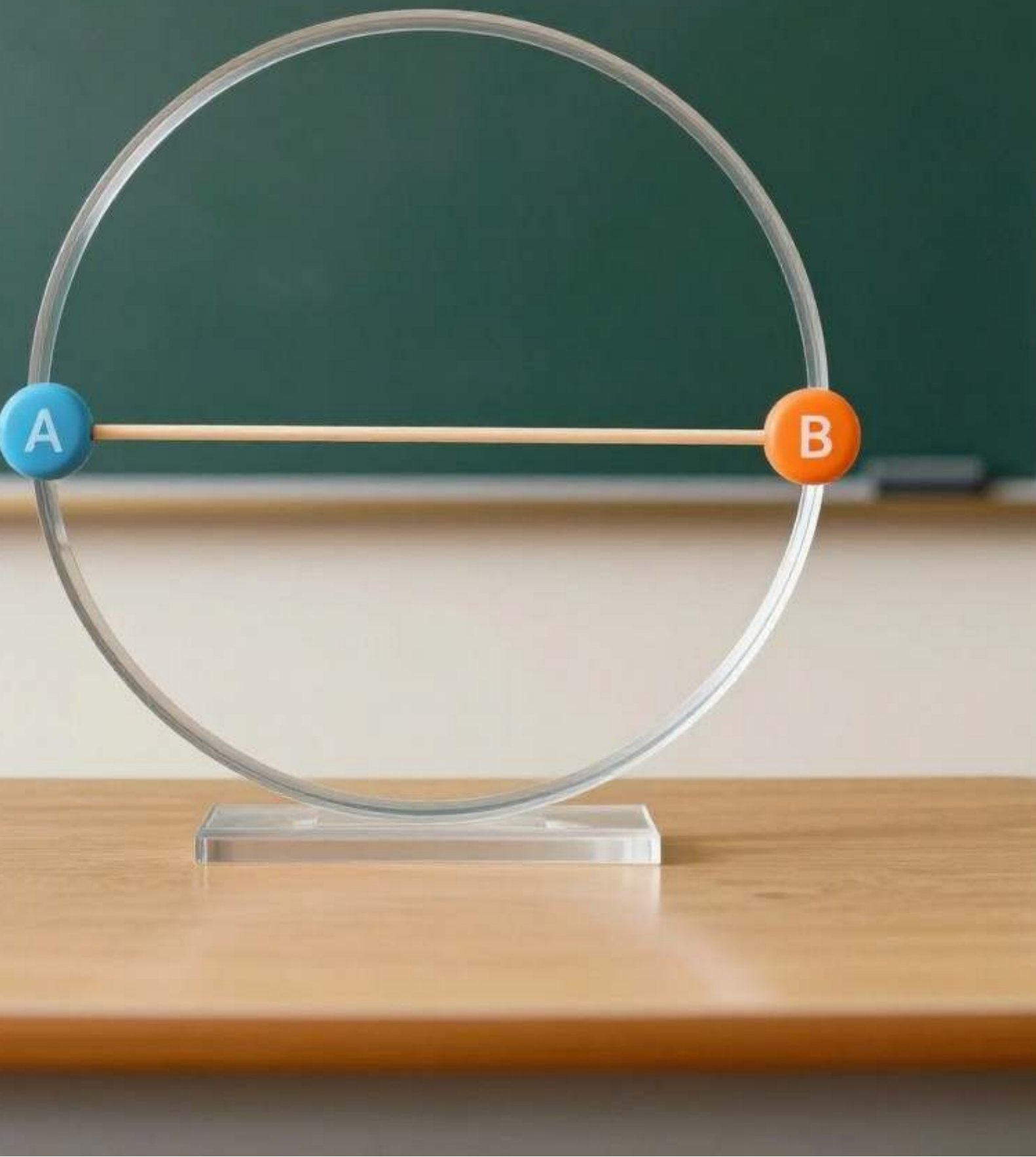
03 Точка деления

Если OM перпендикулярно AB , точка M лежит на хорде. В этом случае она разделяет хорду на две равные части, что очень удобно для вычислений.

04 Прямоугольный треугольник

Треугольник OMA становится прямоугольным. В нём OA — радиус, OM — один катет, а AM — половина хорды, которую потом легко найти.





Геометрическая модель на чертеже

Основные элементы

На схеме обычно видны окружность, хорда АВ, центр О и перпендикуляр ОМ. Такой рисунок помогает сразу увидеть, какие отрезки нужно сравнивать.

Равные радиусы

Отрезки ОА и ОВ равны, потому что оба являются радиусами одной окружности. Это важный факт, который потом используется при доказательствах.

Связь с треугольником

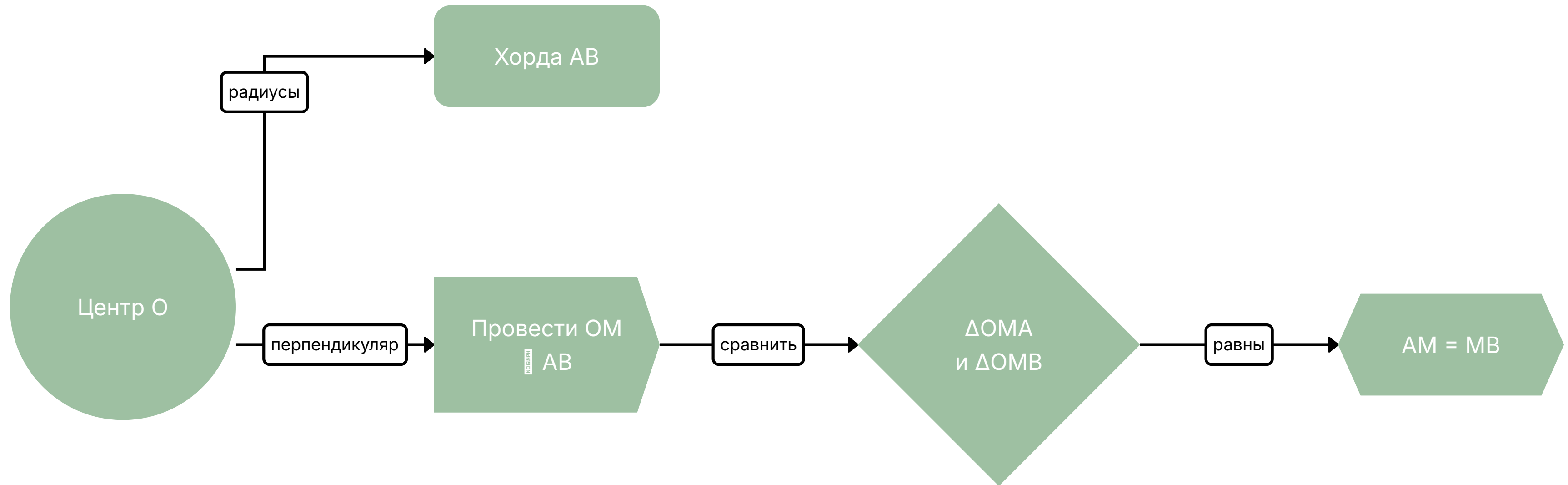
Чертёж показывает, что задача о хорде сводится к рассмотрению прямоугольного треугольника. А значит, можно применить знакомую теорему Пифагора.

Удобство модели

Геометрическая модель упрощает решение: вместо длинных измерений достаточно понять, где находится центр и как проведён перпендикуляр к хорде.

Почему перпендикуляр из центра делит хорду пополам

Логика доказательства через равенство треугольников



$$2\sqrt{R^2 - d^2}$$

— это длина хорды,
если R — радиус, а d —
расстояние от центра
до хорды.

Формула позволяет быстро
находить длину хорды, не измеряя
её напрямую. Она особенно
полезна в задачах, где известны
радиус и расстояние до центра.



Как меняется длина хорды при увеличении расстояния до центра

График показывает, что длина уменьшается неравномерно: сначала медленно, затем быстрее по мере приближения к окружности.

Чем больше расстояние d , тем короче хорда; максимальное значение достигается при $d = 0$.

Расчёт по формуле $2\sqrt{R^2 - d^2}$, при $R = 10$ см



Примеры длины хорды при радиусе 10 см

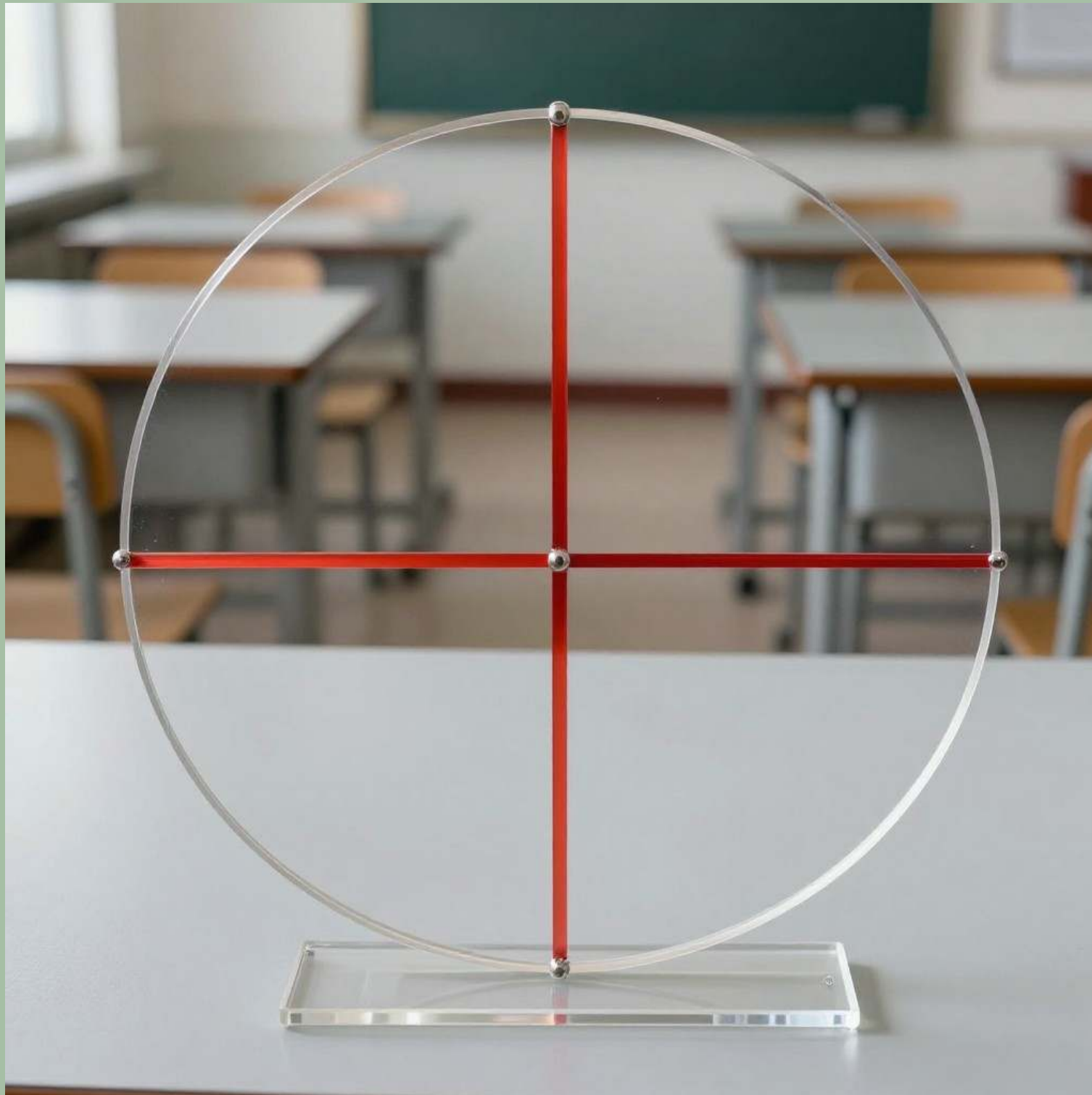
Для одного и того же радиуса видно, как меняется хорда при увеличении расстояния от центра.

При росте d половина хорды и вся хорда уменьшаются; при d = 0 получается диаметр.

d, см	½ хорды, см	Хорда, см
0	10	20
6	8	16
8	6	12
9	4,36	8,72

Вычисления по формуле $2\sqrt{(R^2 - d^2)}$, R = 10 см

Максимальная и минимальная длина хорды



Самая длинная хорда

Диаметр — это хорда, проходящая через центр окружности. Поэтому он имеет наибольшую длину среди всех хорд и равен $2R$.

Случай $d = 0$

Если расстояние от центра до хорды равно нулю, хорда совпадает с диаметром. В этом положении она достигает своей максимальной длины.

Случай $d = R$

Когда расстояние от центра до хорды равно радиусу, хорда касается окружности в одной точке. Тогда её длина становится равной нулю.

Сравнение двух хорд одной окружности

01 Сравнить расстояния

Сначала нужно посмотреть, на каком расстоянии от центра находится каждая хорда. Это самый быстрый способ понять, какая из них длиннее.

02 Сделать вывод

Хорда, расположенная ближе к центру, всегда длиннее. Если расстояния одинаковы, то и длины хорд тоже одинаковы.

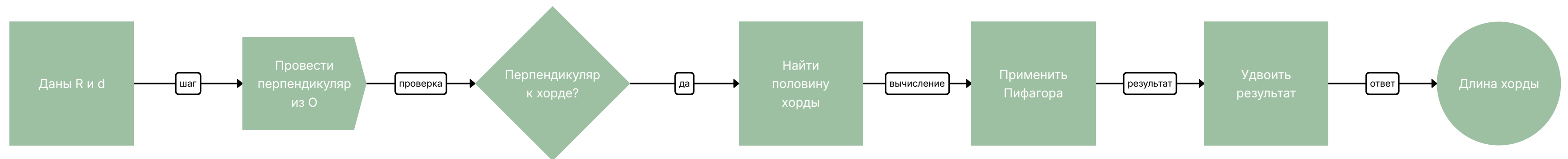
03 Использовать свойство

Это правило помогает решать задачи без измерений. Достаточно знать положение хорд относительно центра, чтобы сравнить их длины точно и быстро.



Алгоритм решения задачи о хорде

Последовательность построения и вычислений для нахождения длины хорды по радиусу и расстоянию от центра



Теорема Пифагора в задаче о хорде

1. Построение треугольника

Соединяем центр O с концами хорды A и M . Получается прямоугольный треугольник OMA , в котором удобно искать неизвестную часть хорды.

3. Формула для вычислений

По теореме Пифагора получаем $AM^2 = R^2 - d^2$. Затем находим AM и удваиваем его, чтобы получить длину всей хорды.

2. Известные величины

Гипотенуза OA равна радиусу R , катет OM равен расстоянию d от центра до хорды, а катет AM — это половина хорды.



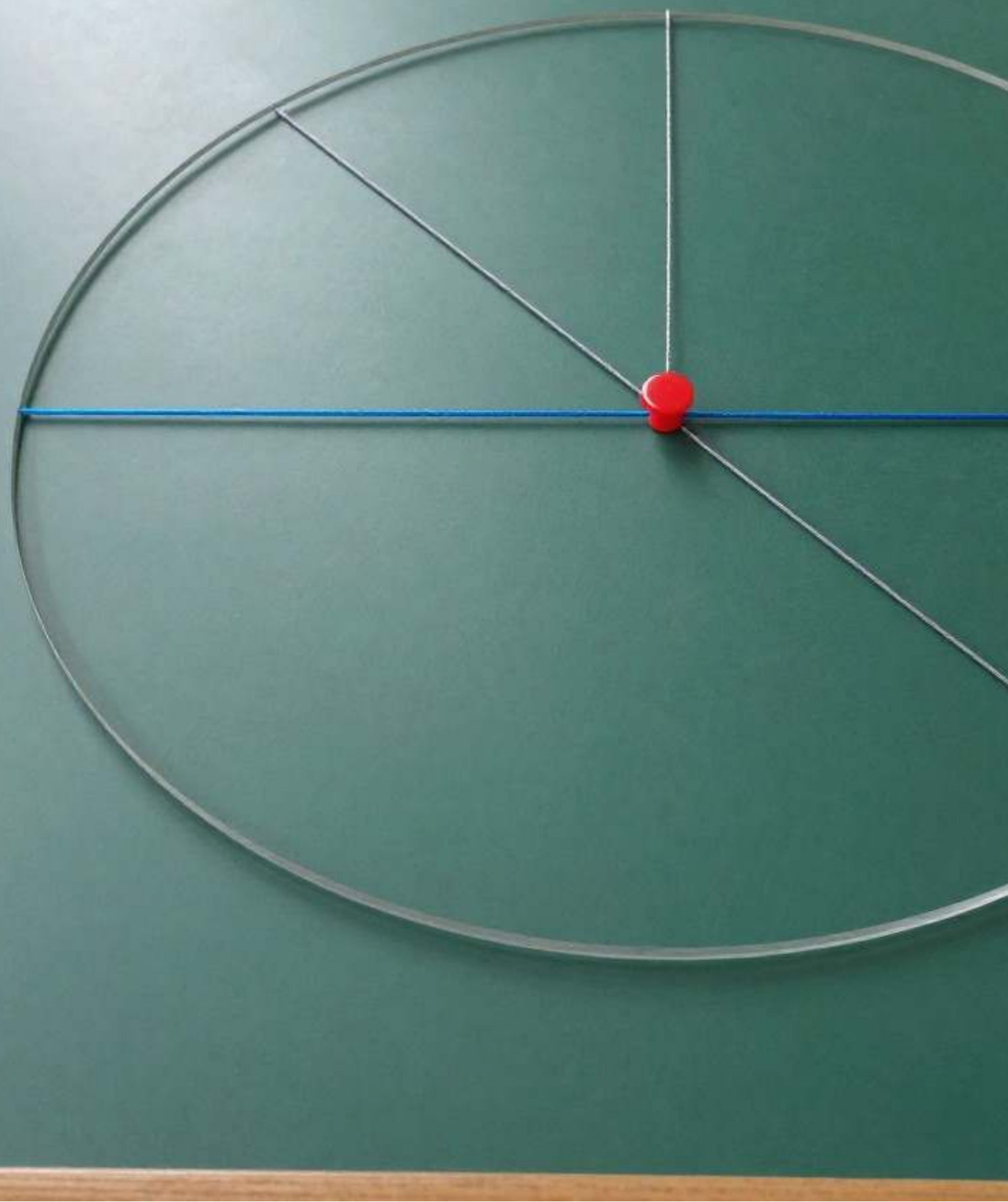
Сравнение хорд при разных расстояниях до центра

На диаграмме показана одна и та же окружность, поэтому различие связано только с положением хорды относительно центра.

Чем дальше хорда от центра, тем она короче. Зависимость не линейная: уменьшение происходит всё быстрее ближе к краю.

Вычисления по формуле $2\sqrt{R^2 - d^2}$ для одинакового радиуса окружности

Типичные ошибки при работе с хордами



Неверное направление измерения

Расстояние от центра до хорды находят только по перпендикуляру. Наклонный отрезок не показывает кратчайшее расстояние и приводит к ошибке в вычислениях.

Путаница с диаметром

Не каждая хорда является диаметром. Диаметр обязательно проходит через центр окружности, поэтому его длина наибольшая среди всех хорд.

Свойство деления пополам

Перпендикуляр из центра делит хорду пополам только в этом случае. Если провести другой отрезок, равные части хорды не получатся.

Проверка формулы на числовых примерах

R, см	d, см	Длина хорды, см
13	5	24
13	12	10
13	0	26

Несколько примеров показывают, как формула работает на практике при фиксированном радиусе.

При $d = 0$ получается диаметр. Чем больше расстояние от центра, тем меньше длина хорды при одном и том же радиусе.

Вычисления по формуле $2\sqrt{(R^2 - d^2)}$

Где встречаются хорды в окружающем мире



Колёса

Спицы, обод и отдельные отрезки в колесе удобно рассматривать как хорды или части, связанные с окружностью. Это помогает сравнивать положение деталей относительно центра.



Циферблаты

На циферблате можно мысленно проводить хорды между метками. Так легче объяснять, почему одни отрезки расположены ближе к центру, а другие — ближе к краю.



Круглые окна

В круглых окнах и иллюминаторах хорды помогают описывать внутренние перегородки и декоративные элементы. Геометрическая модель упрощает оценку размеров без подробных измерений.

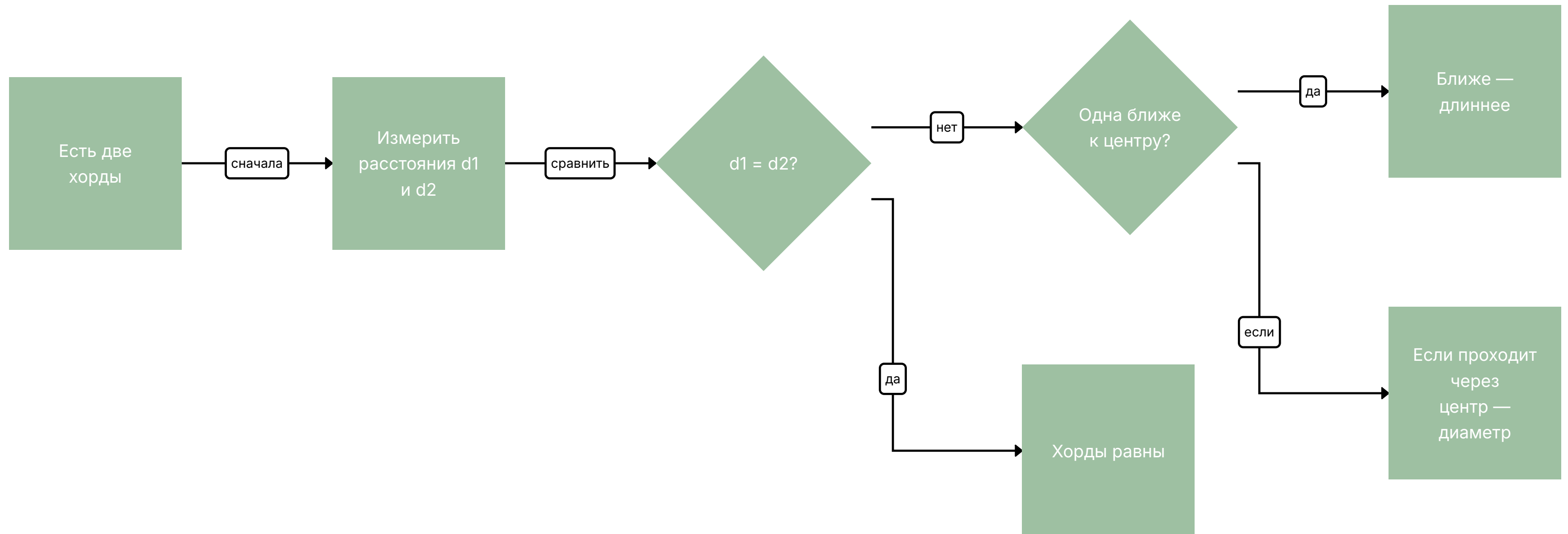


Спортивные площадки

На круглых площадках и аренах хорды позволяют выделять прямые участки внутри окружности. Это удобно при разметке, когда важно учитывать расстояние до центра.

Как определить, равны ли две хорды

Сравнение хорд через расстояния от центра окружности и положение относительно центра





Как радиус влияет на длину хорды при одном и том же расстоянии

При одном и том же расстоянии до центра увеличение радиуса делает хорду заметно длиннее. Это видно даже без вычислений по формуле.

Большой радиус означает более «широкую» окружность, поэтому при одинаковом d хорда растёт. Формула подтверждает прямую зависимость от R .

Вычисления по формуле $2\sqrt{R^2 - d^2}$ при $d = 4$ см

Главные свойства темы

01 Перпендикуляр и середина

Если из центра окружности опустить перпендикуляр на хорду, он делит её на две равные части. Это удобный способ сразу найти половину хорды в задаче.

02 Равные расстояния

Хорды, которые находятся на одинаковом расстоянии от центра, имеют одинаковую длину. Поэтому иногда достаточно сравнить не сами хорды, а их положение на чертеже.

03 Ближе к центру — длиннее

Хорда, расположенная ближе к центру, всегда длиннее хорды, удалённой сильнее. Этот факт помогает быстро сравнивать отрезки без сложных измерений и дополнительных построений.

04 Формула длины

Длина хорды выражается формулой $2\sqrt{R^2 - d^2}$. В ней R — радиус окружности, а d — расстояние от центра до хорды, измеренное по перпендикуляру.

Хорда и центр: что важно запомнить

Длина хорды зависит от радиуса и расстояния до центра, а перпендикуляр из центра помогает перейти к теореме Пифагора. Чем ближе хорда к центру, тем она длиннее.