



Разложение многочленов на линейные множители

Многочлен можно представить как произведение простых множителей.

Зачем это нужно на уроках алгебры

Разложение на множители упрощает выражения, помогает решать уравнения и быстро находить значения, при которых многочлен равен нулю. В 8 классе этот приём особенно важен при изучении формул и квадратных трёхчленов.



Что называют линейным множителем

Первая степень

Линейный множитель содержит переменную только в первой степени, например $x-3$, $2x+5$ или $7x$. Именно из таких выражений составляют полное разложение многочлена.

Произведение скобок

После разложения многочлен записывают как произведение нескольких скобок и, если нужно, числового коэффициента. Такое представление делает выражение более понятным и коротким.

Связь с нулём

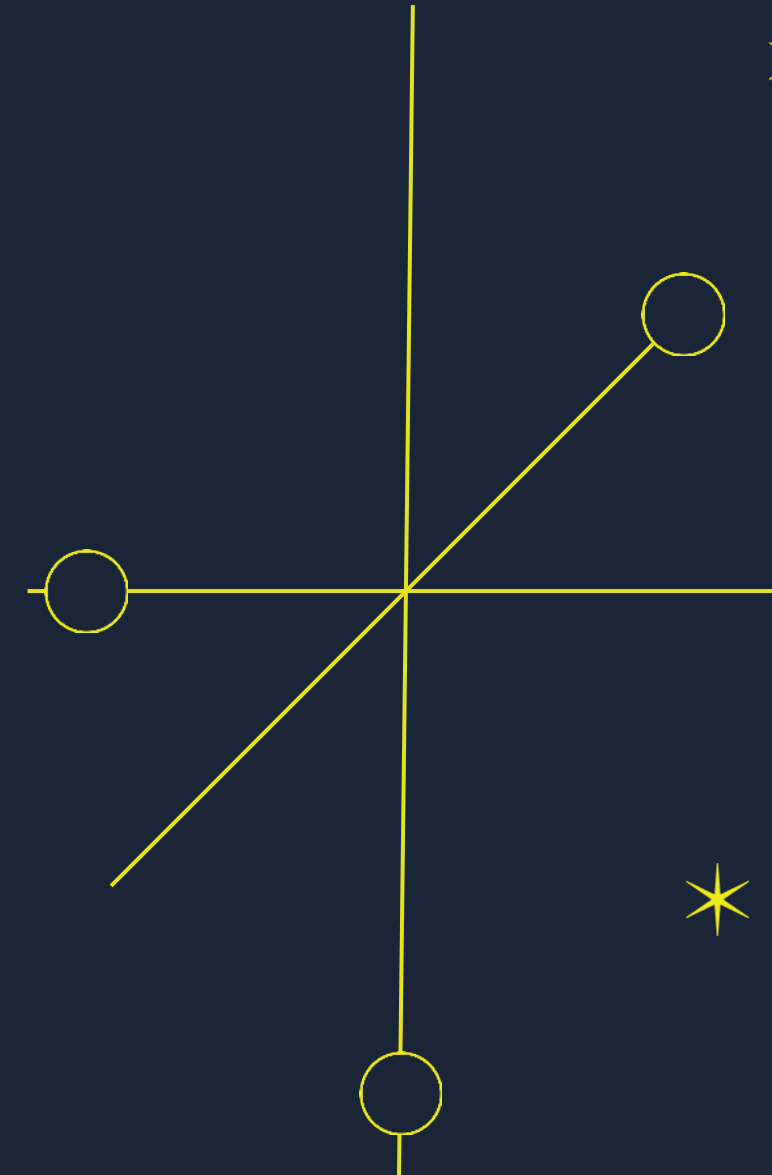
Если линейное выражение обращается в ноль при некотором значении переменной, это значение связано с корнем многочлена. Поэтому множители помогают находить решения уравнений.

Один корень — один множитель

Каждый линейный множитель обычно отвечает одному корню. Если корень повторяется, один и тот же множитель появляется в записи несколько раз.

Удобная форма записи

Общий вид $ax+b$, где $a \neq 0$, позволяет видеть наклон и знак множителя. Это важно, когда нужно проверить разложение или решать уравнение по множителям.



Связь между множителями и корнями

1 Найти корень

Если подставить число в многочлен и получить ноль, это число является его корнем. Так можно быстро проверить, подходит ли значение для разложения.

2 Получить множитель

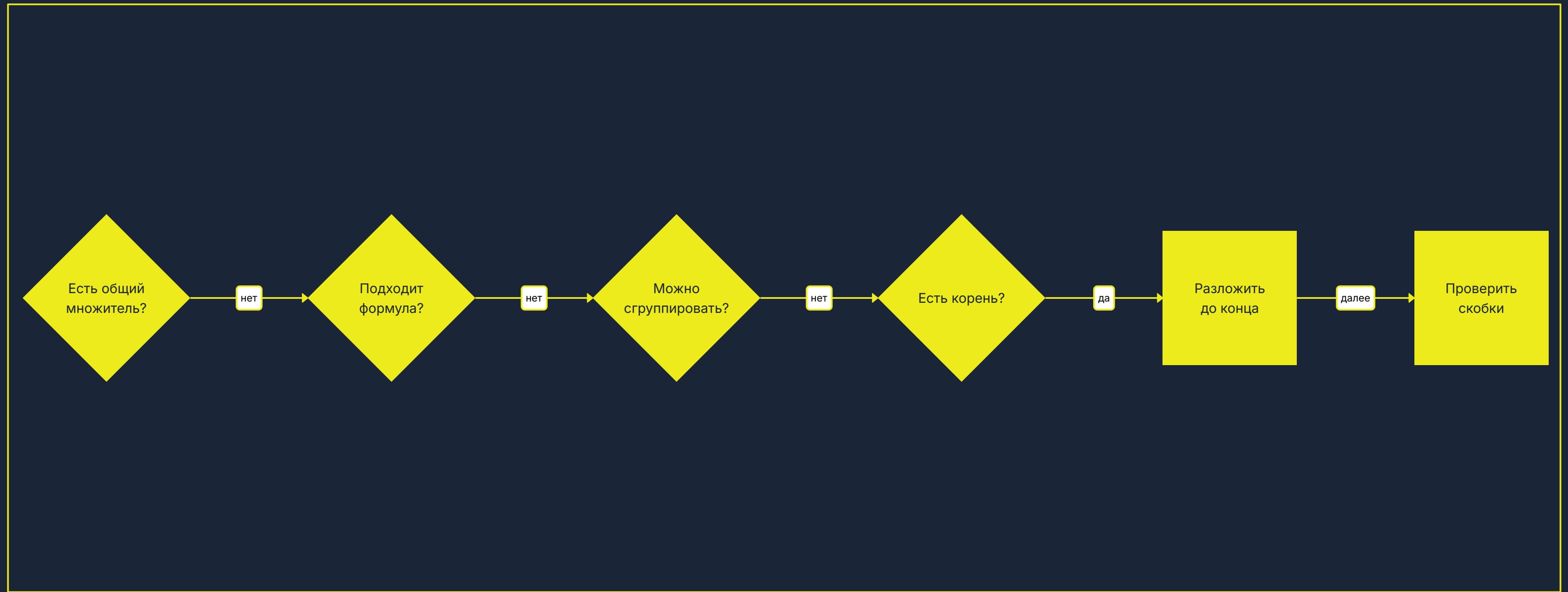
Когда $P(a) = 0$, выражение $x-a$ обязательно входит в разложение многочлена. Это помогает перейти от уравнения к произведению и сделать решение короче.

3 Использовать обратную связь

Если многочлен уже записан как произведение, корни видны сразу из каждой скобки. Такая связь экономит время и уменьшает количество вычислений.

Общий алгоритм разложения многочлена

Последовательность действий при выборе способа разложения



Вынесение общего множителя

Сначала ищут общее

Если все слагаемые имеют общий делитель или одинаковую переменную, разложение начинают с него. Это сразу сокращает запись и облегчает дальнейшие действия.

Выносят за скобки

Общий множитель ставят перед скобками, а в скобках записывают то, что остаётся после деления каждого слагаемого. Так получается более простая форма многочлена.

Примеры записи

Например, $6x^2+9x=3x(2x+3)$, а $4a^3-8a^2=4a^2(a-2)$. В обоих случаях вынесение общего множителя открывает путь к следующему шагу.

Проверка нужна всегда

После преобразования полезно раскрыть скобки и убедиться, что исходный многочлен восстановился без изменений. Это помогает избежать ошибок в знаках и коэффициентах.



Основные способы разложения

Для разных многочленов подходят разные приёмы. Ниже показано, когда каждый способ особенно удобен.

Сначала проверяют самые простые приёмы, а затем переходят к более длинным способам. Выбор метода зависит от вида многочлена.

Способ	Когда применять	Пример
Общий множитель	Общий делитель	$6x^2+9x$
Разность квадратов	a^2-b^2	x^2-16
Группировка	4 и более членов	$ax+ay+bx+by$
Корень и деление	Другие случаи	x^2-5x+6

Формула разности квадратов

1

Главная формула

Если выражение имеет вид $a^2 - b^2$, его можно сразу записать как $(a - b)(a + b)$. Это один из самых быстрых способов разложения в 8 классе.

2

Как распознать

В таких примерах оба слагаемых являются квадратами, а между ними стоит знак минус. Именно это подсказывает, что подходит формула разности квадратов.

3

Примеры применения

Например, $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$, а $9y^2 - 25 = (3y - 5)(3y + 5)$. После разложения каждый множитель остаётся линейным.

2

ОДИНАКОВЫХ МНОЖИТЕЛЯ
ПОЯВЛЯЮТСЯ В ЗАПИСИ, КОГДА
МНОГОЧЛЕН ЯВЛЯЕТСЯ
ПОЛНЫМ КВАДРАТОМ.

Такая форма помогает сразу увидеть повторение и быстро перейти к разложению без длинных вычислений.

Формулы сокращённого умножения

Какие приёмы чаще встречаются в школьных примерах

Общий множитель Разность квадратов
Квадрат суммы и разности Группировка
Корень и деление

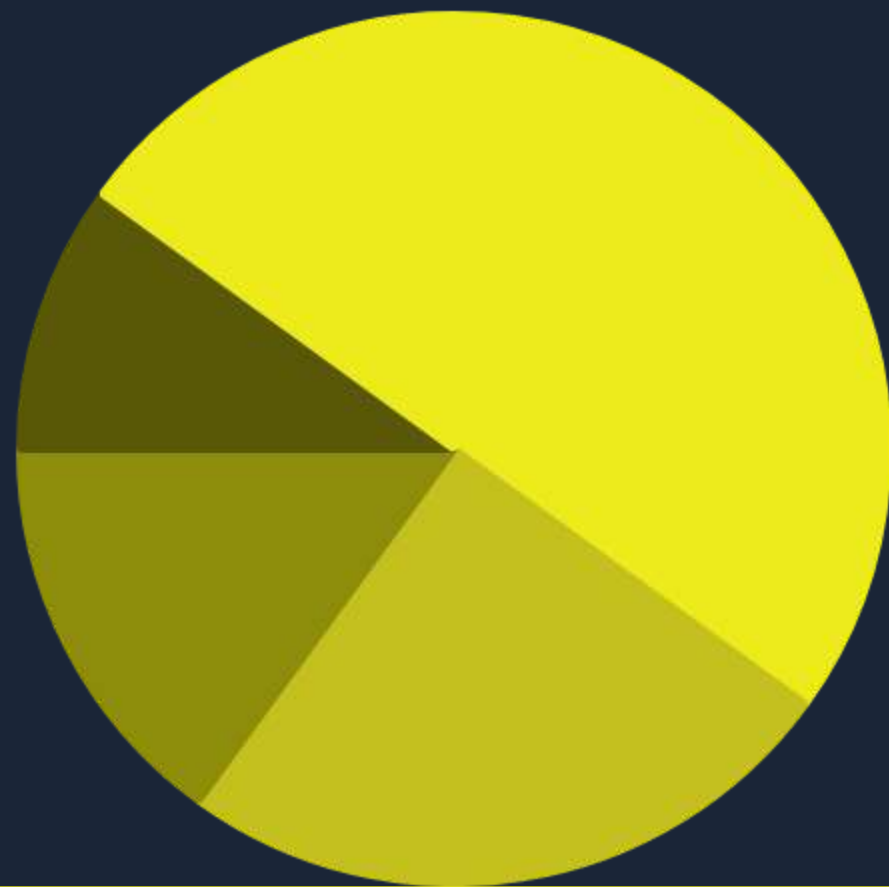


Диаграмма показывает, что чаще всего начинают с самых коротких и заметных преобразований, а более длинные способы используют реже.

При изучении темы сначала отрабатывают базовые приёмы, потому что они встречаются чаще и помогают быстрее увидеть структуру многочлена.

Иллюстративная схема по типовым заданиям 8 класса

Группировка членов

1 Собрать удобные пары

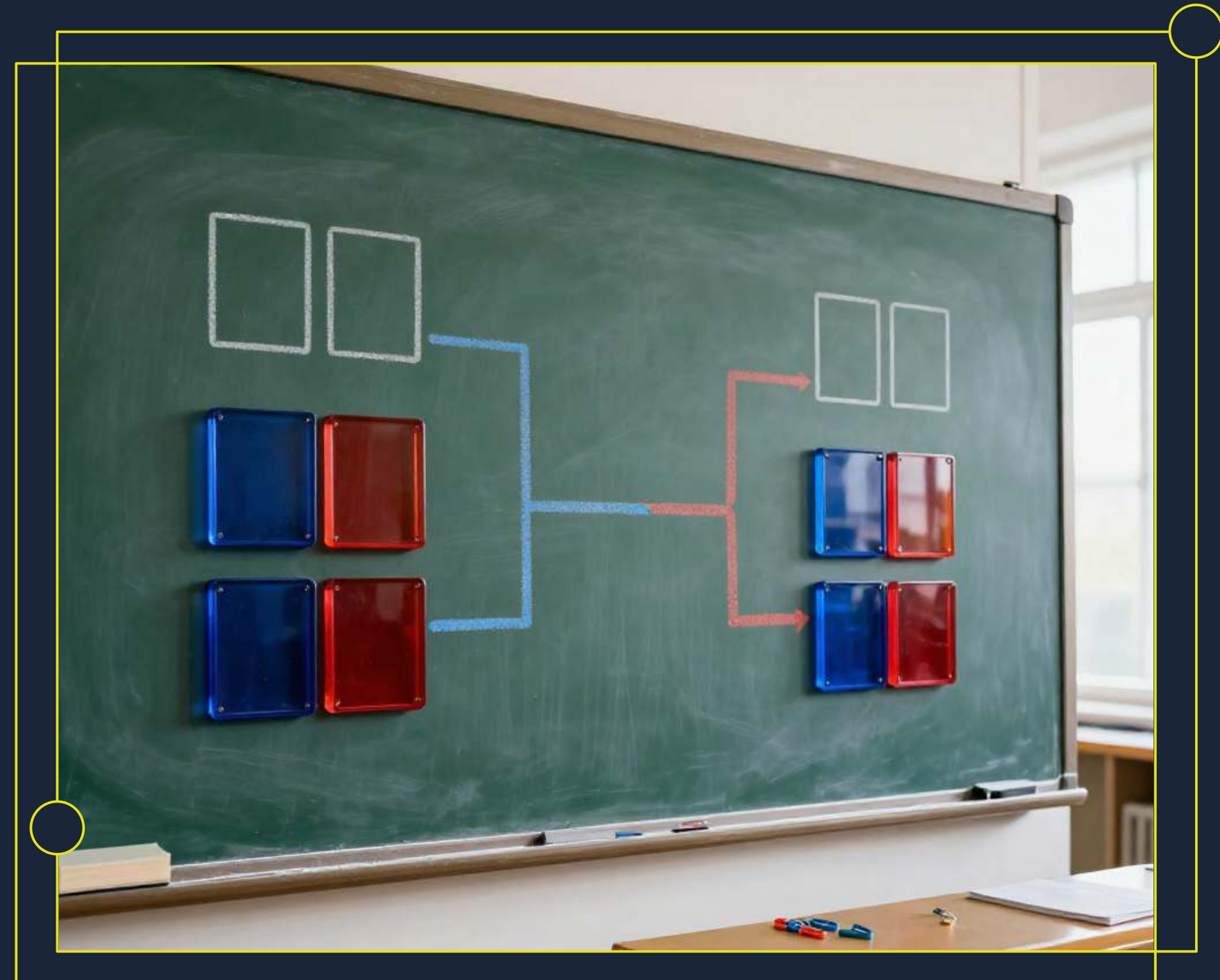
Сначала многочлен разбивают на две или несколько групп так, чтобы в каждой были общие множители. Это помогает увидеть скрытую структуру и подготовить выражение к дальнейшему разложению.

2 Вынести общее

После группировки из каждой части выносят общий множитель. Затем остаётся сравнить получившиеся скобки и выделить одинаковый множитель уже за пределами сумм.

3 Получить произведение

Например, $ax+ay+bx+by$ можно переписать как $a(x+y)+b(x+y)$, а затем как $(a+b)(x+y)$. Так длинная сумма превращается в произведение двух скобок.



Как найти множитель через корень многочлена

1

Проверить значение

Сначала подставляют в многочлен удобное число и смотрят, обращается ли выражение в ноль. Если $P(a)=0$, значит, число a действительно является корнем.

2

Записать множитель

По теореме о корне соответствующий линейный множитель имеет вид $x-a$. Это позволяет сразу перейти от найденного корня к одному из множителей многочлена.

3

Разделить и продолжить

После деления многочлена на найденный множитель получают выражение меньшей степени и повторяют разложение, пока не останутся только линейные скобки.

Примеры разложения многочленов

Типовые примеры из школьного курса алгебры 8 класса

Многочлен	Разложение
x^2-9	$(x-3)(x+3)$
$2x^2+8x$	$2x(x+4)$
x^2-5x+6	$(x-2)(x-3)$
x^3-x	$x(x-1)(x+1)$
a^2-2a+1	$(a-1)^2$

Ниже показаны несколько типичных разложений, которые помогают узнать знакомые формы и выбрать подходящий приём.

Один и тот же многочлен может раскладываться по-разному: через общий множитель, формулу или корни. Важно сначала заметить его наиболее удобный вид.

Проверка правильности разложения

Раскрыть скобки

Самый надёжный способ проверки — перемножить найденные множители и получить исходный многочлен. Если выражения совпадают полностью, разложение выполнено верно.

Сравнить коэффициенты

После раскрытия скобок полезно сравнить коэффициенты при одинаковых степенях переменной. Это помогает быстро заметить ошибку в знаке или в числе.

Подставить число

Можно проверить разложение подстановкой простого значения, например $x=0$ или $x=1$, если это не приводит к делению на ноль и не нарушает смысл выражения.

Искать место ошибки

Если результат не совпал, нужно перепроверить каждый шаг: общий множитель, знак во второй скобке, вычисления при умножении и запись ответа.



2

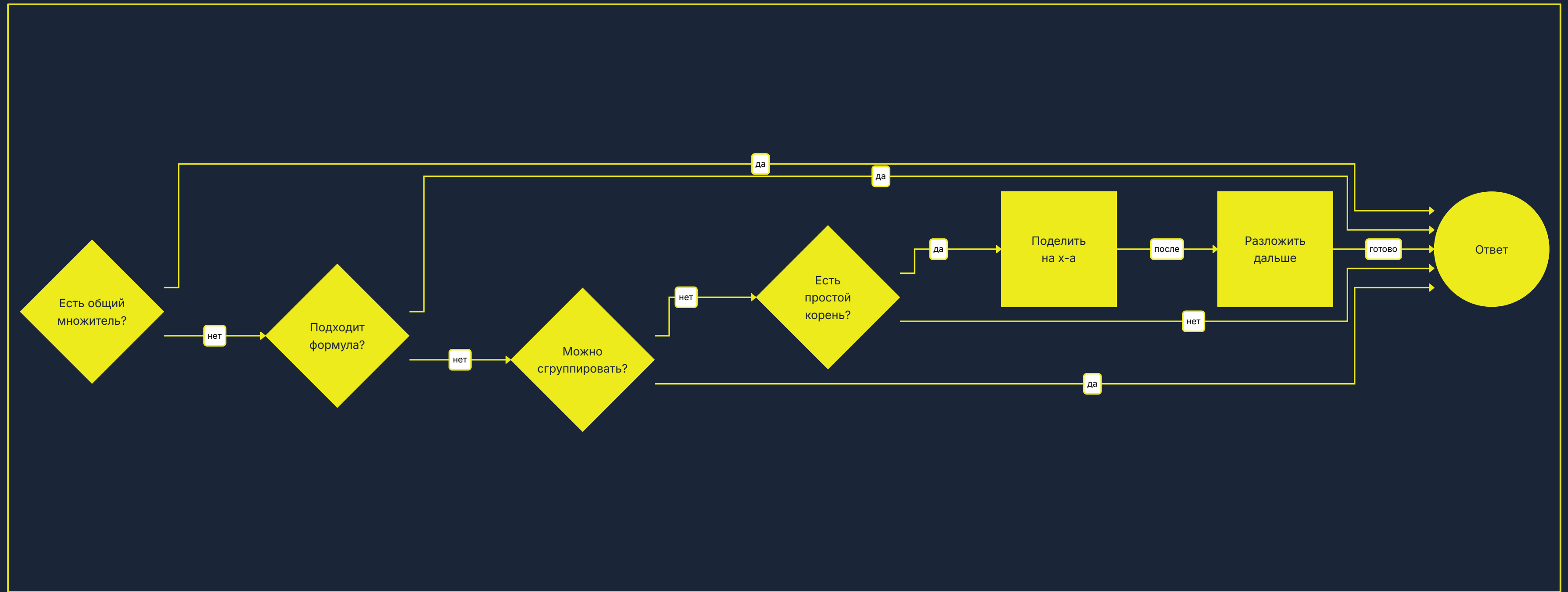
показывает, что один
и тот же множитель входит
в разложение повторно,
а корень становится
кратным.

Кратность помогает понять, что корень не одинарный:
при повторении множителя поведение графика меняется,
и точка пересечения с осью может стать касанием.

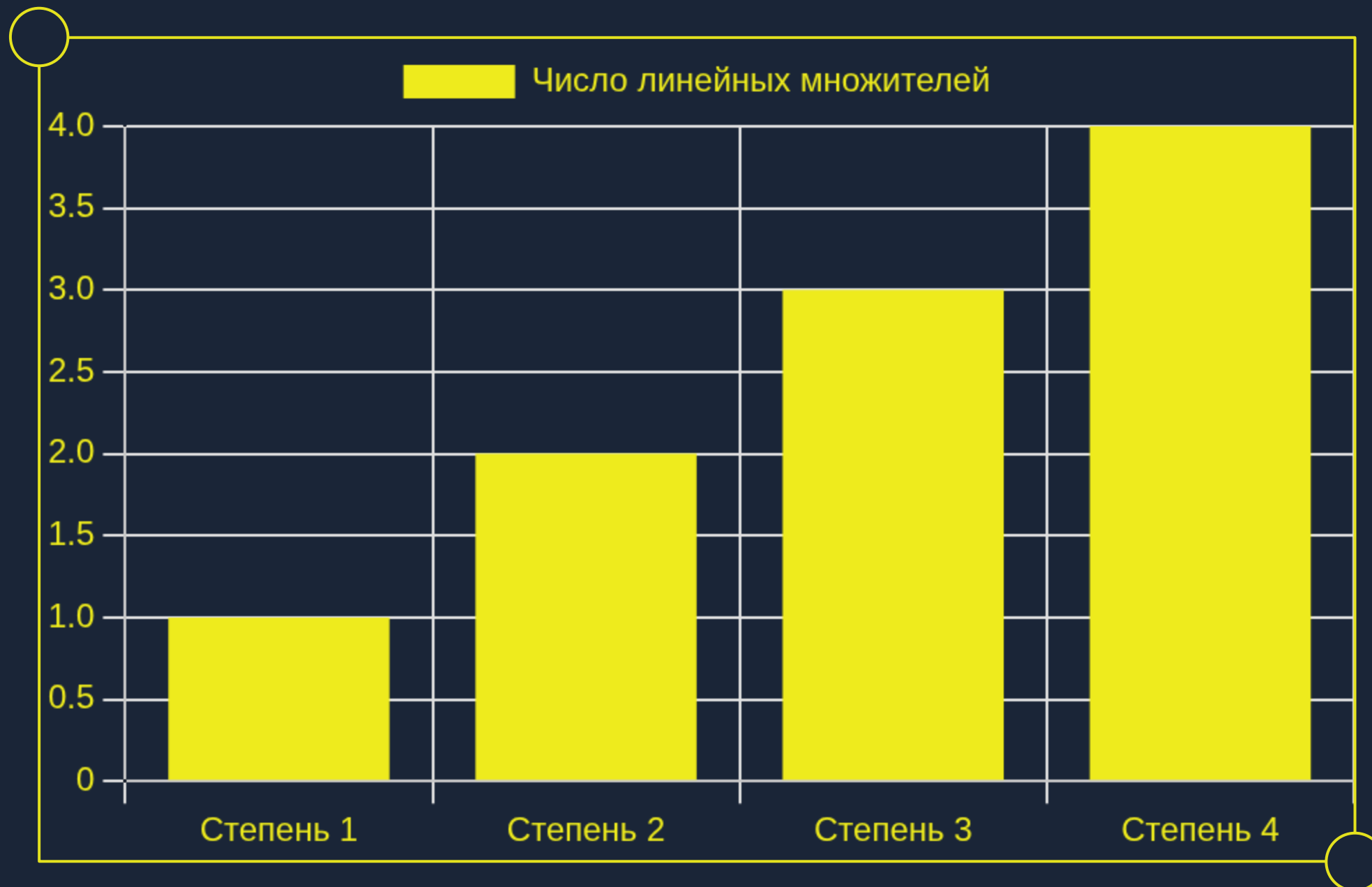
Определение кратного корня в школьном курсе алгебры

Как выбрать способ разложения

Последовательность шагов помогает быстро проверить подходящие приёмы и не пропустить самый простой вариант.



Связь степени многочлена и числа множителей



Чем выше степень, тем больше линейных множителей может появиться в полном разложении. Повторяющиеся множители тоже считаются, поэтому кратность здесь важна.

Степень многочлена задаёт общий «запас» множителей: после полного разложения их количество совпадает со степенью, если учитывать повторения.

Свойство полного разложения многочлена по степени, школьная алгебра

Типичные ошибки при разложении

Пропуск общего множителя

Иногда разложение начинают сразу с формулы или корней и забывают общий множитель. Из-за этого ответ становится длиннее и теряет простейший вид.

Неверный знак

Частая ошибка — перепутать знак во второй скобке, особенно в разности квадратов или при разложении квадратов суммы и разности.

Смещение формул

Выражение $a^2 + b^2$ не раскладывается по формуле разности квадратов. Важно различать похожие записи и не применять к ним один и тот же приём.

Нет проверки

Если не раскрыть скобки после решения, легко не заметить ошибку в вычислениях. Проверка помогает сразу увидеть неверный шаг и исправить его.

Не замечают кратность

Повторяющийся множитель можно пропустить, если остановиться после первого корня. Тогда разложение будет неполным, а кратные корни останутся незамеченными.

Где используется разложение на множители

1 Решение уравнений

После разложения уравнение часто превращается в произведение, равное нулю. Тогда достаточно приравнять к нулю каждый множитель и сразу получить корни.

2 Сокращение дробей

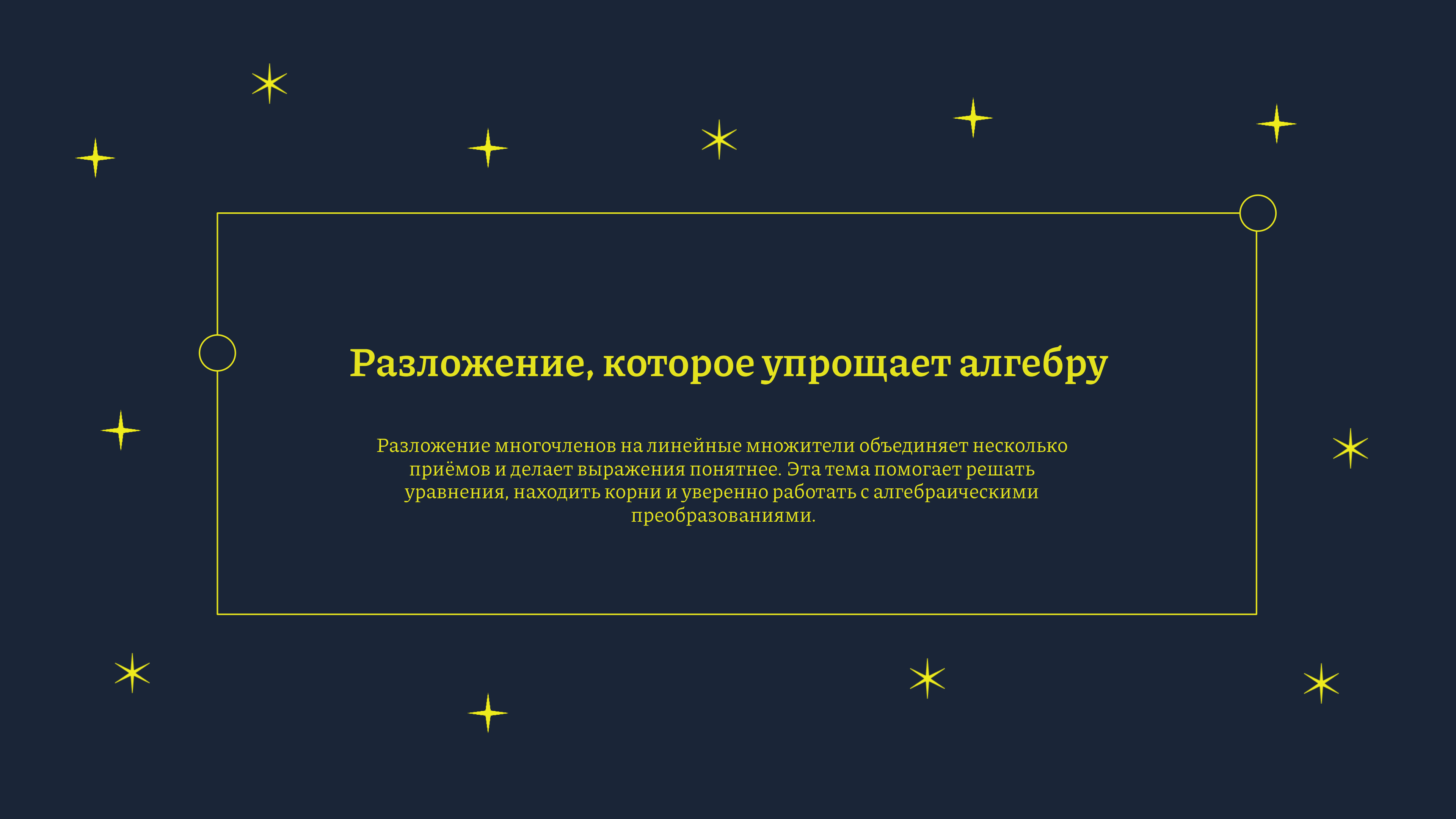
Если числитель и знаменатель содержат одинаковые множители, их можно сократить. Это делает вычисления короче и помогает избегать лишних действий.

3 Исследование функций

Разложение показывает, при каких значениях переменной функция равна нулю. По этим точкам удобно находить пересечения графика с осью Ox .

4 Проверка ответов

Когда многочлен записан как произведение, легче проверить найденные значения и убедиться, что они действительно подходят к исходной задаче.



Разложение, которое упрощает алгебру

Разложение многочленов на линейные множители объединяет несколько приёмов и делает выражения понятнее. Эта тема помогает решать уравнения, находить корни и уверенно работать с алгебраическими преобразованиями.