

Произведение и частное степеней

Степени упрощают умножение и деление одинаковых чисел.



Зачем нужны правила степеней

Правила степеней помогают быстро записывать большие числа, сокращать выражения и проверять вычисления. В 7 классе они связывают повторяющееся умножение с удобными алгебраическими преобразованиями.

Что такое степень и из чего она состоит

1 Основание степени

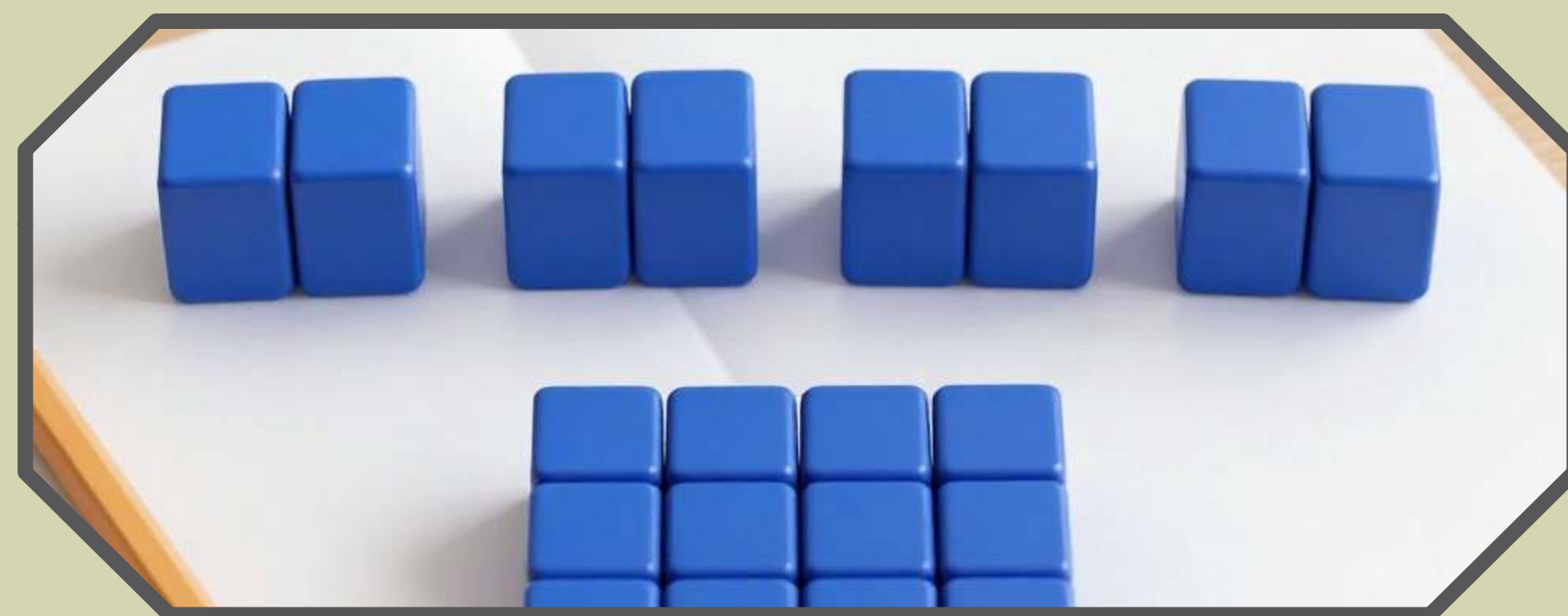
Основание показывает число, которое повторяется в произведении. В записи 2^4 именно двойка умножается сама на себя четыре раза, поэтому получается 16.

2 Показатель степени

Показатель сообщает, сколько одинаковых множителей входит в запись. Чем больше показатель, тем длиннее повторяющееся умножение, а значит, тем большее число или выражение получается.

3 Примеры записи

Степени удобно читать по образцу: $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$, $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$, а 3^1 равно 3, потому что число стоит один раз.



Произведение степеней с одинаковым основанием

Главное правило

Если основания одинаковые, показатели можно сложить: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$. Основание остаётся прежним, потому что перемножаются одинаковые множители.

Пример с числами

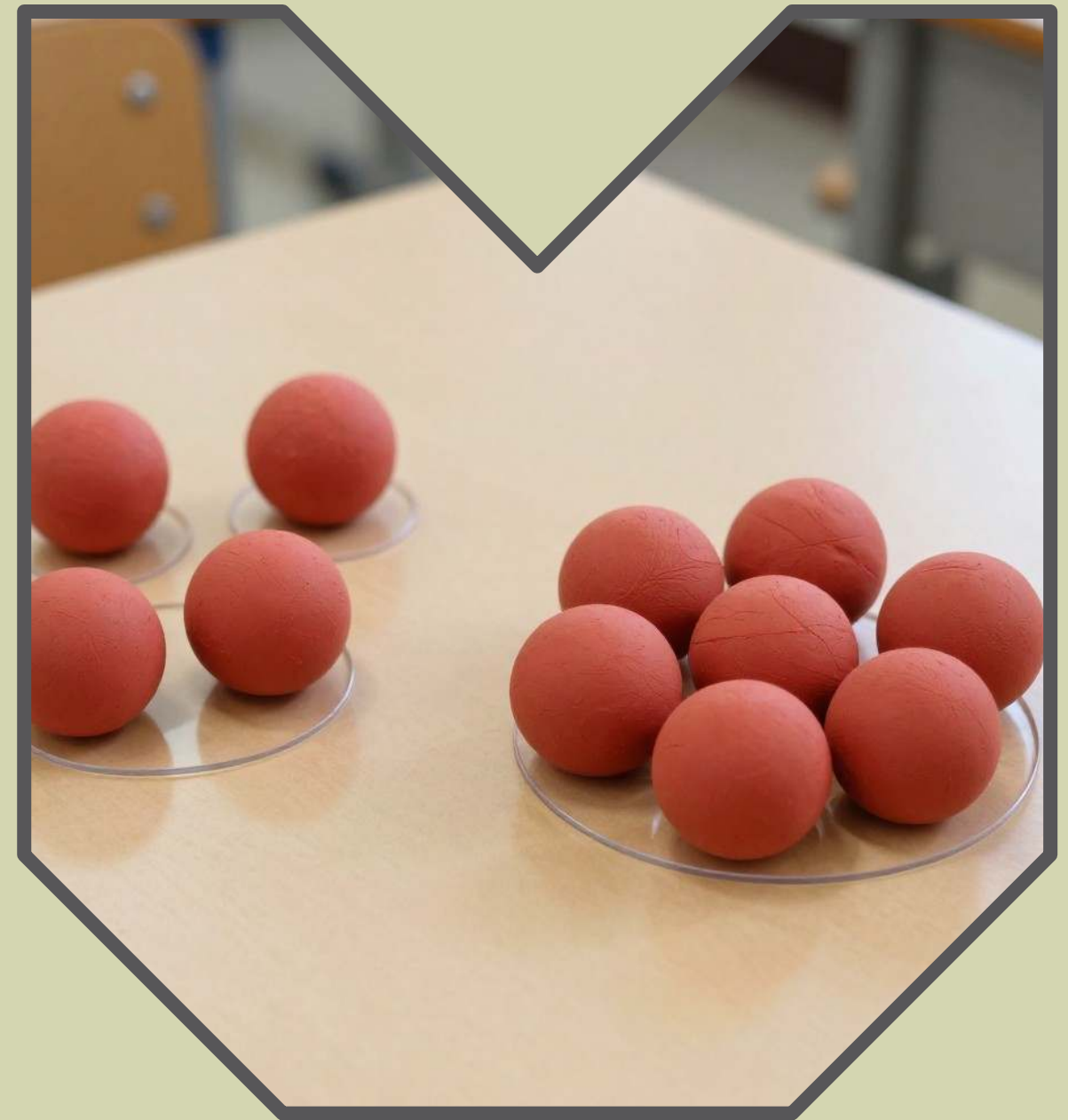
$3^2 \cdot 3^4 = 3^6$, потому что к двум тройкам добавляются ещё четыре. В итоге получается шесть одинаковых множителей, а значит, 729.

Почему это работает

При умножении записей с одним и тем же основанием просто объединяются все множители. Поэтому количество повторений увеличивается, а не меняется само основание.

Пример с буквами

В выражении $x^5 \cdot x^2$ показатель результата равен 7. Такая запись особенно удобна, когда вместо числа используется буква и требуется упрощение выражения.



Как меняется показатель при умножении степеней



Диаграмма показывает только показатель результата, чтобы легче увидеть закономерность при сложении степеней с одинаковым основанием.

Во всех примерах показатель результата равен сумме показателей множителей.

Составлено по правилу произведения степеней, 7 класс.

Почему показатели складываются

● Две группы множителей

Запись 2^3 означает три двойки, а 2^5 — ещё пять двоек. Когда такие множители перемножают, их просто объединяют в одну длинную цепочку.

● Связь с правилом

Именно поэтому при умножении степеней показатели складываются. Иллюстрация помогает увидеть, что правило не нужно заучивать отдельно от смысла повторяющегося умножения.

● Общий результат

Вместе получается восемь двоек, то есть 2^8 . Здесь важно не менять основание, потому что все множители одинаковые и различается только их количество.



Частное степеней с одинаковым основанием

1 Основное правило

Если основания одинаковые и число не равно нулю, показатели можно вычесть: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$. Основание при этом не изменяется.

3 Пример с числами

$7^6 : 7^2 = 7^4$. Из шести семёрок убирают две, и в записи остаётся четыре одинаковых множителя, то есть 2401 .



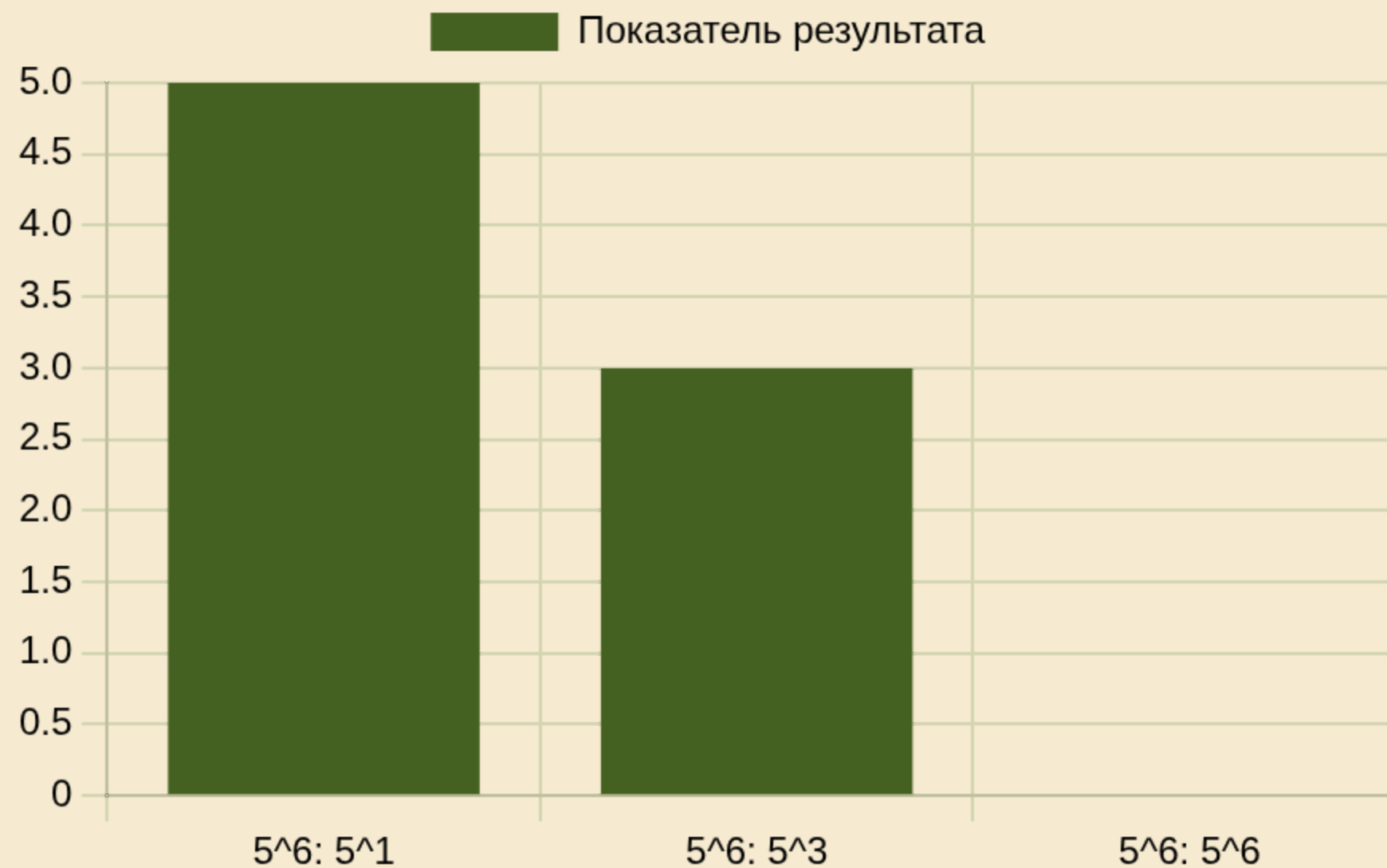
2 Смысл деления

При делении одинаковых множителей часть повторов сокращается. Поэтому в результате остаётся меньше одинаковых чисел, а показатель степени становится меньше.

4 Пример с буквами

В выражении $y^8 : y^3$ получается y^5 . Такое преобразование удобно, когда нужно быстро упростить алгебраическую запись без длинного деления.

Как меняется показатель при делении степеней



Чем больше показатель делителя, тем сильнее сокращается число одинаковых множителей и тем меньше остаётся показатель результата.

При делении степеней одинакового основания показатель результата уменьшается на показатель делителя.

Составлено по правилу частного степеней, 7 класс.

Сравнение правил умножения и деления степеней

Действие	Показатель	Условие	Результат
Умножение	Складывают	Одинаковое основание	$a^{(m+n)}$
Деление	Вычитают	Одинаковое основание, $a \neq 0$	$a^{(m-n)}$
Вывод	Основание не меняют		

Таблица показывает, как меняется показатель в двух основных случаях и когда можно применять правила.

Оба правила работают по одной логике: основание сохраняется, а меняется только показатель.

Составлено по правилам действий со степенями, 7 класс.

1

получается при любом ненулевом основании в нулевой степени.

Это следует из деления одинаковых степеней: $a^m : a^m = a^0$.
Для любого ненулевого числа результат равен единице.

Свойство нулевого показателя степени, алгебра 7 класса.

Отрицательный показатель степени

1 Что он означает

Отрицательный показатель не меняет число, а указывает на обратную дробь: $a^{-n} = 1 / a^n$. Это возможно только при ненулевом основании, иначе деление на ноль не определено.

2 Примеры записи

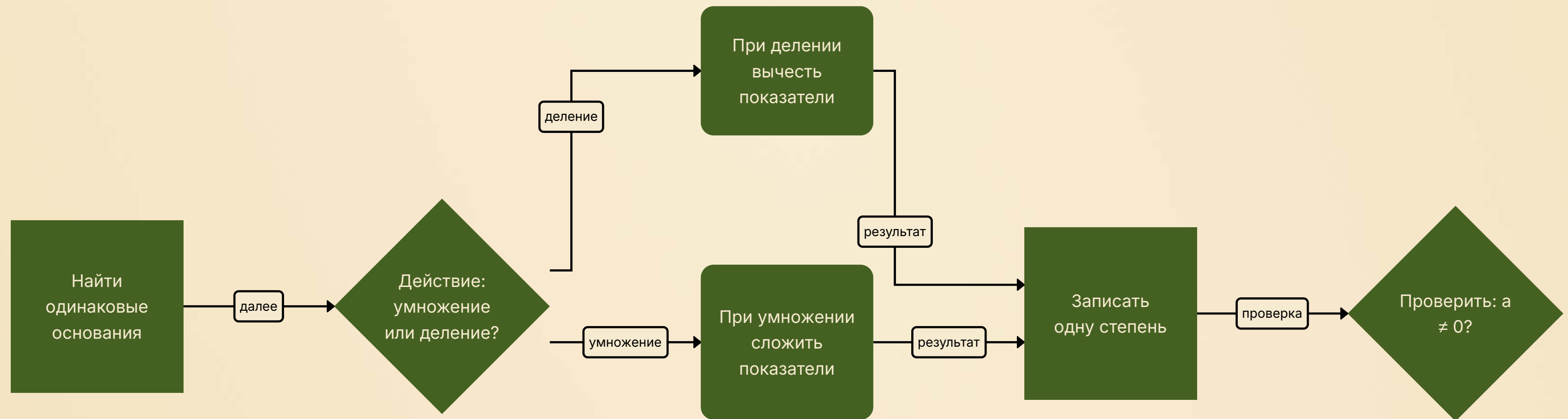
По этому правилу $2^{-3} = 1/8$, потому что $2^3 = 8$; $5^{-2} = 1/25$; $10^{-1} = 1/10$. Запись сразу показывает, как связаны степень и дробь.

3 Зачем это нужно

Такой способ помогает аккуратно записывать результаты деления и упрощать выражения. В алгебре отрицательные показатели часто переводят ответы из неудобной записи в понятную дробную форму.

Алгоритм преобразования выражений со степенями

Последовательность действий при умножении и делении степеней с одинаковым основанием



Типичные ошибки при работе со степенями



Складывают не то, что нужно

Ученики иногда складывают основания вместо показателей и получают неверную запись вроде 4^7 из выражения $2^3 \cdot 2^4$. Правило относится только к показателям, а основание должно остаться прежним.



Применяют правило без проверки основания

Другая частая ошибка — объединять степени с разными основаниями, например $2^3 \cdot 3^3$. Здесь нельзя просто сложить показатели, потому что правило работает только при одинаковом основании.



Забывают про ноль

При делении и отрицательных показателях важно помнить о нулевом основании. Записи вида a^{-n} и a^m : a^n требуют, чтобы a не было равно нулю, иначе выражение теряет смысл.

Примеры вычислений по правилам степеней

В таблице показано, как меняется только показатель, если основание одинаковое. Это помогает быстро получать ответ и не переписывать лишние множители.

При одинаковом основании меняется только показатель; нулевой показатель даёт 1.

Примеры по правилам степеней с одинаковым основанием

Выражение	Действие	Ответ
$4^2 \cdot 4^3$	Сложение	4^5
$9^6 : 9^2$	Вычитание	9^4
$10^3 \cdot 10^0$	Сохранение	10^3
$8^5 : 8^5$	Вычитание	$8^0 = 1$

Упрощение выражений с помощью правил степеней

1. Найти одинаковые основания

Сначала просматривают выражение и отмечают степени с одинаковым основанием. Это помогает понять, какие части можно объединить и сократить запись без лишних вычислений.

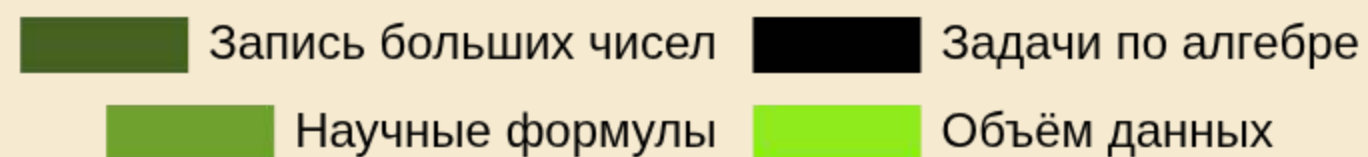
2. Применить нужное правило

Если между степенями стоит умножение, показатели складывают; если деление — вычитают. Так выражения $x^3 \cdot x^5$ и $y^9 : y^4$ быстро превращаются в x^8 и y^5 .

3. Завершить вычисления

После преобразования степеней выполняют остальные действия в примере. Такой порядок уменьшает число промежуточных шагов, а значит, снижает риск ошибки в ответе.

Где встречаются степени в учебе и жизни



Степени помогают записывать не только числа, но и формулы. В школе чаще всего используют степени 2 и 10, а в задачах — буквы a , x и y .

Наибольшая доля применения связана с алгеброй, но степени важны и в науке, и в цифровых технологиях.

Учебные примеры и типичные области применения степеней

Связь степеней с большими числами

Сотни и тысячи

Степень 10^2 помогает быстро записать 100, а 10^3 — 1000. Такая запись удобна, когда нужно показать переход между разрядами без длинного перечисления нулей.

Миллиарды

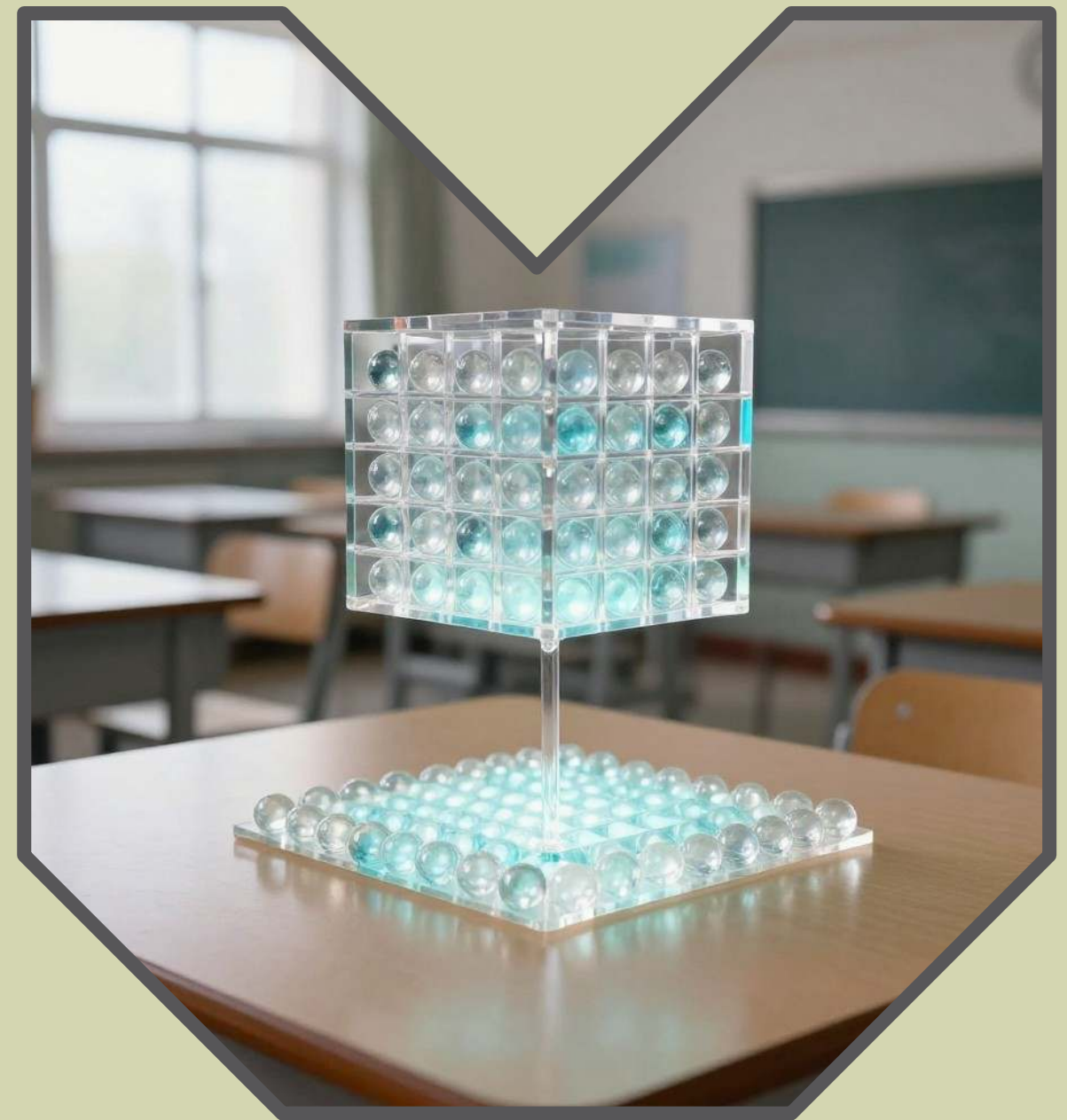
Степень 10^9 означает 1 000 000 000. Такой способ записи часто встречается в текстах о финансах, данных и размерах, где важна наглядность и краткость.

Миллионы

Число 10^6 равно 1 000 000. Это позволяет компактно записывать большие величины в задачах, связанных с населением, расстояниями или количеством объектов.

Почему это удобно

Степенная запись сразу показывает порядок числа и помогает быстрее сравнивать большие значения. Поэтому её используют не только в математике, но и в других школьных предметах.



Условия применения правил и короткие примеры

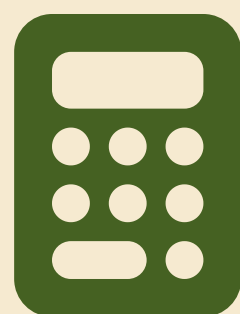
Правило	Условие	Пример
Произведение	Одинаковое основание	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$
Частное	Одинаковое основание, $a \neq 0$	$7^5 : 7^2 = 7^3$
Нулевой показатель	Ненулевое основание	$5^0 = 1$
Отрицательный показатель	Ненулевое основание	$2^{(-3)} = 1/8$

Таблица напоминает, когда можно применять каждое правило, а когда нужно остановиться и проверить основание. Это особенно полезно перед самостоятельной работой.

Все правила имеют чёткие условия применения; главное ограничение связано с ненулевым основанием.

Правила степеней с одинаковым основанием

Проверка результата при работе со степенями



Обратное действие

Если получилось $a^{(m+n)}$, можно проверить себя делением на a^n и вернуть a^m . Такой приём показывает, верно ли объединены показатели и сохранено ли основание.



Подстановка числа

Для проверки часто берут простое значение, например $a = 2$. Тогда легче сравнить левую и правую части равенства и увидеть, совпадает ли ответ без сложных вычислений.



Самопроверка в конце

Проверка особенно полезна в многошаговых примерах и домашней работе. Она помогает заметить ошибку до сдачи, если где-то был неверно применён закон степеней.



Что важно запомнить о степенях

При одинаковом основании показатели складываются в произведении и вычитаются в частном, а само основание не меняется. Эти правила делают вычисления короче, а преобразование выражений в 7 классе — понятнее.