

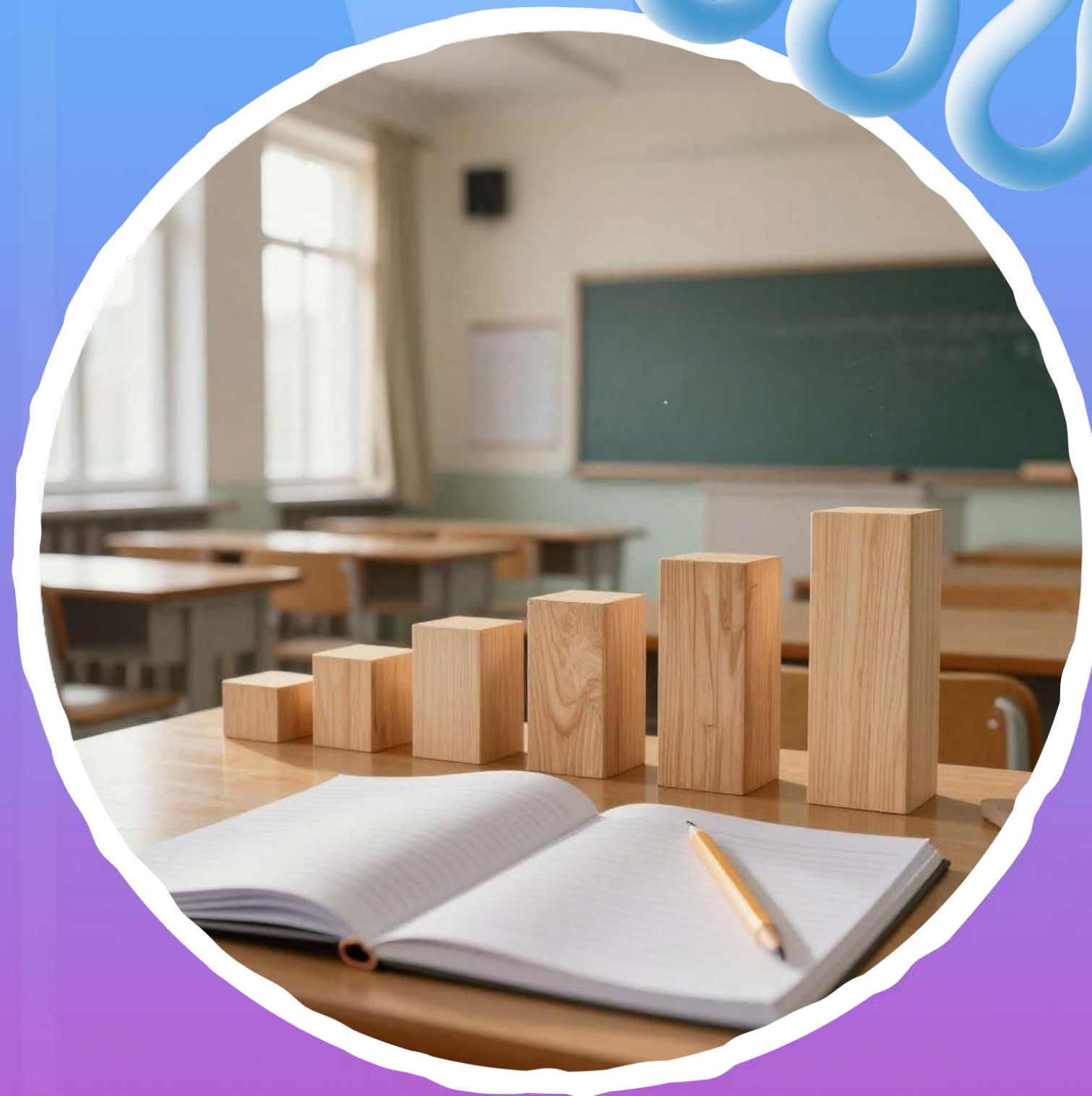
# Прогрессии в алгебре: последовательности, формулы и примеры

Изучаем закономерности чисел и способы их расчёта.



# Зачем нужны прогрессии в 9 классе

Прогрессии учат замечать повторяющееся изменение чисел. Арифметическая модель показывает равный шаг, а геометрическая — постоянное умножение. Эти идеи помогают решать задачи про проценты, рост, уменьшение и реальные процессы вокруг нас.



# Числовая последовательность и ее члены

01

## Что такое последовательность

Числовая последовательность — это числа, записанные в строгом порядке. Важен не только набор значений, но и их расположение, потому что от него зависит смысл всей последовательности.

02

## Члены и номера

Каждое число в последовательности называется членом и имеет свой номер: первый, второй, третий и так далее. Для общего обозначения номера используют букву  $n$ , когда нужно говорить о любом члене.

03

## Примеры записи

Последовательности могут выглядеть по-разному: 1, 3, 5, 7; 2, 4, 8, 16; 10, 9, 8, 7. По записи сразу видно, меняются ли числа по одному и тому же правилу.

# Арифметическая прогрессия: определение

## Постоянная разность

Арифметическая прогрессия — это последовательность, где разность между любыми двумя соседними членами одинакова. Эту постоянную величину обозначают  $d$  и используют для описания шага изменения.

## Рост и убывание

Если  $d$  больше нуля, каждый следующий член становится больше предыдущего, и последовательность возрастает. Если  $d$  меньше нуля, числа уменьшаются, поэтому прогрессия убывает.

## Примеры последовательностей

Примеры арифметической прогрессии: 2, 5, 8, 11, 14 и 20, 17, 14, 11, 8. В каждой из них соседние члены отличаются на одно и то же число.

# Формулы арифметической прогрессии

Основные формулы помогают находить любой член, разность и сумму первых членов без полного перечисления последовательности.

| Что находят | Формула                         | Смысл             |
|-------------|---------------------------------|-------------------|
| n-й член    | $a_n = a_1 + (n - 1)d$          | Общий вид         |
| Разность    | $d = a_{\{n+1\}} - a_n$         | Шаг между членами |
| Сумма       | $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$ | Сумма первых n    |

Во всех вычислениях опорой служит одна и та же разность между соседними членами.

# Арифметическая прогрессия на примере чисел и графика

## Равные шаги в числах

Последовательность 3, 7, 11, 15, 19 сразу показывает одинаковый прирост. Каждый новый член больше предыдущего на 4, поэтому правило легко заметить даже без вычислений. Такой ряд удобно изображать на графике как ровное движение вверх.



## Точки на координатной плоскости

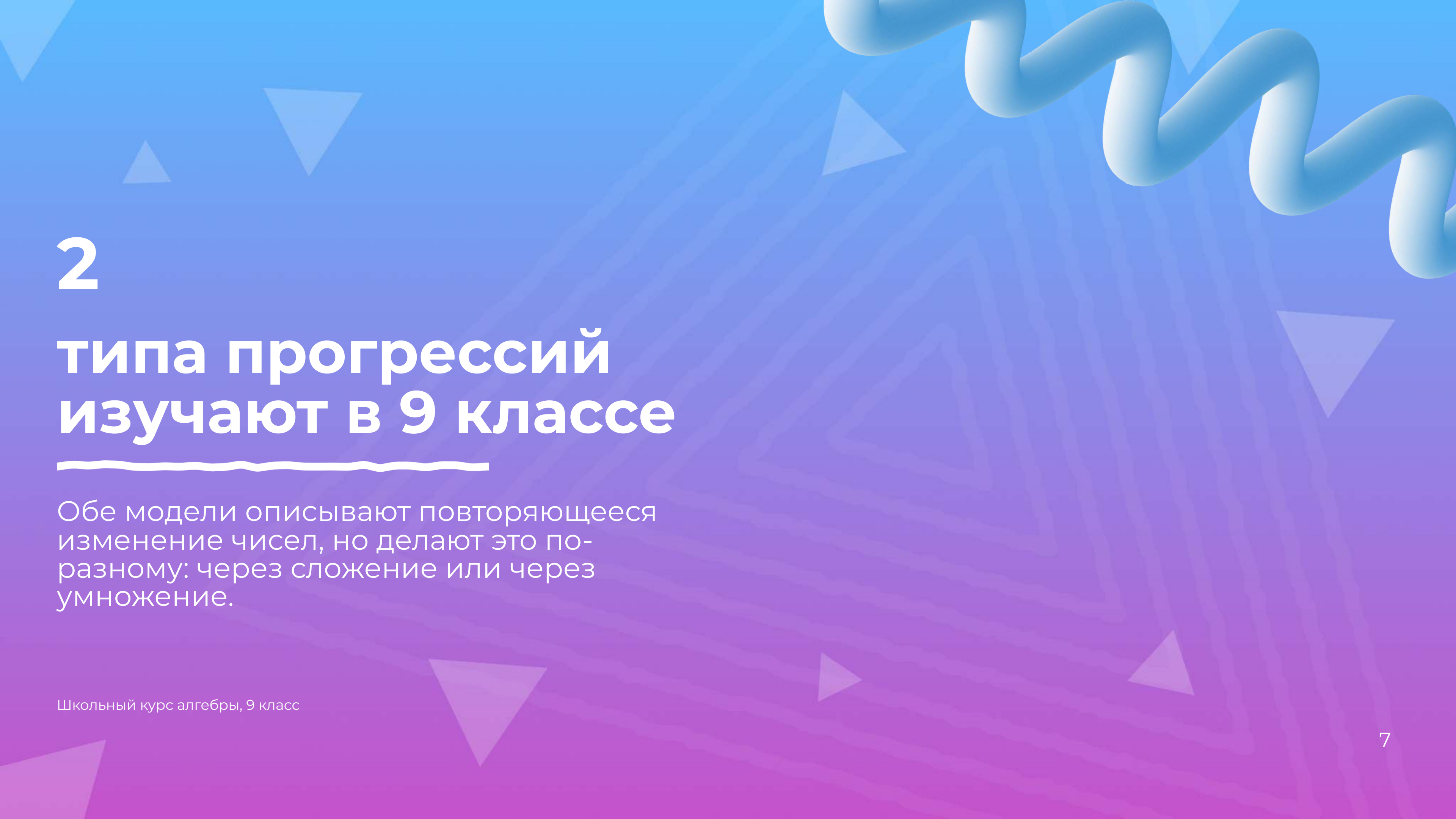
Если отметить члены последовательности на координатной плоскости, получится аккуратный ряд точек. Между ними сохраняется одинаковый вертикальный шаг, и это хорошо видно при сравнении соседних значений.



## Понятный пример для ученика

На таком изображении видно не только числа, но и их изменение. График помогает понять, что арифметическая прогрессия — это не случайный набор, а последовательное увеличение по одному правилу.





# 2

## типа прогрессий изучают в 9 классе

---

Обе модели описывают повторяющееся изменение чисел, но делают это по-разному: через сложение или через умножение.

# Сравнение линейного и быстрого роста

---

Обе последовательности начинаются с одного значения, но дальше ведут себя по-разному. Это удобно для сравнения роста в задачах, где важна скорость изменения.

Арифметическая прогрессия растёт равномерно, а геометрическая быстро ускоряется даже при одинаковом старте.

# Формулы геометрической прогрессии

| Что находят | Формула                      | Смысл          |
|-------------|------------------------------|----------------|
| n-й член    | $b_n = b_1 \cdot q^{(n-1)}$  | Общий вид      |
| Знаменатель | $q = b_{\{n+1\}} / b_n$      | Множитель      |
| Сумма       | $S_n = b_1(q^n - 1)/(q - 1)$ | При $q \neq 1$ |

Эти формулы показывают, как найти любой член, определить знаменатель и вычислить сумму первых членов.

Каждый следующий член получается умножением на одно и то же число, поэтому правило изменения постоянно.

# Как отличить арифметическую прогрессию от геометрической



## Проверка разности

Если соседние члены отличаются на одно и то же число, перед вами арифметическая прогрессия. Удобно сравнить два перехода подряд и увидеть одинаковый шаг.



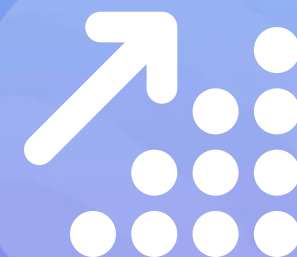
## Проверка отношения

Если соседние члены связаны одинаковым множителем, последовательность является геометрической. Для проверки нужно сравнить отношения двух соседних пар чисел.



## Пример с прибавлением

В ряду 6, 9, 12 каждый следующий член больше предыдущего на 3. Это признак арифметической прогрессии, потому что изменение происходит через сложение.

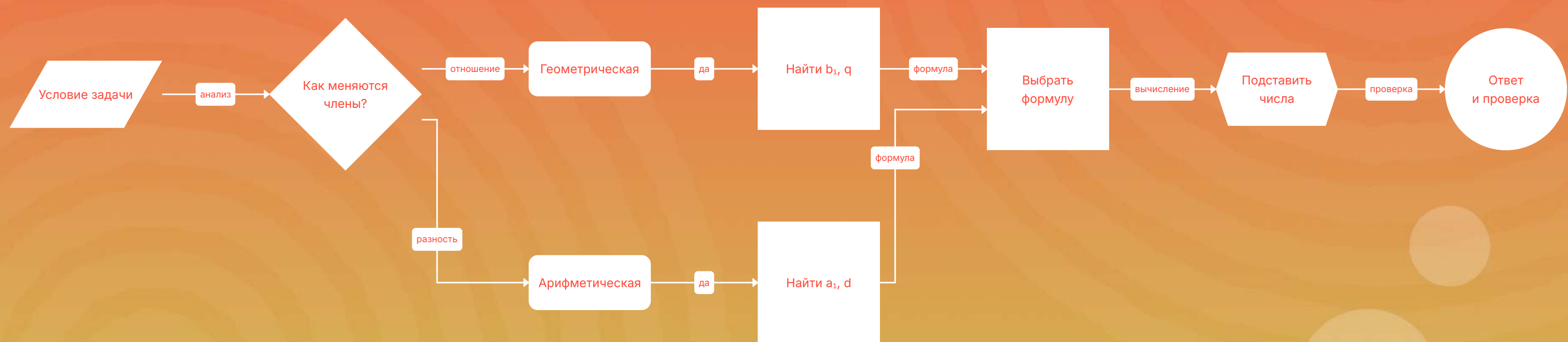


## Пример с умножением

В ряду 2, 6, 18 каждый шаг даёт умножение на 3. Такой способ изменения показывает геометрическую прогрессию и помогает быстро выбрать нужную формулу.

# Как решать задачи на прогрессии

Последовательность или текстовая задача → определение вида прогрессии → нахождение первого члена и параметра  $d$  или  $q$  → выбор нужной формулы → подстановка чисел → вычисление ответа → проверка результата.



# Прогрессии в процентах и накоплениях

## Проценты каждый период

Банковский вклад растёт по геометрическому правилу: каждый новый шаг прибавляет не фиксированную сумму, а один и тот же процент от текущего значения. Поэтому увеличение происходит всё быстрее.

## Понятный пример

Если положить 1000 рублей и каждый период добавлять 10%, получится 1000, 1100, 1210, 1331. Каждый следующий член зависит от предыдущего, а не считается заново от начальной суммы.



## Зачем это знать

Такая модель помогает понимать накопления, сравнивать предложения банков и оценивать, как быстро меняются деньги со временем. В задачах важно не путать процентный рост с обычным прибавлением.

# Как арифметическая прогрессия появляется в жизни школьника

## Понедельник

Ученик решает 5 заданий. Это первый шаг последовательности и начало постепенного увеличения нагрузки.

## Следующие дни

Каждый день добавляется по 2 задания: 7, 9, 11. Количество растёт равномерно, поэтому легко заранее спланировать время на выполнение.

## Итог недели

Та же схема подходит и для повторений: 2, 4, 6, 8. Арифметическая прогрессия помогает увеличивать объём работы без резкого скачка.



# Как растёт сумма членов прогрессии

---

На графике сравниваются одинаковые по числу шагов последовательности, но их накопление идёт по-разному: одна прибавляет постепенно, другая ускоряется после каждого шага.

Сумма арифметической прогрессии растёт плавно, а у геометрической — заметно быстрее. Чем дальше идёт ряд, тем сильнее становится разница.

# Сравнение двух видов прогрессий

Сводная таблица показывает, по какому признаку распознавать вид последовательности и какую операцию применять при вычислениях.

| Признак   | Арифметическая | Геометрическая |
|-----------|----------------|----------------|
| Изменение | $d$            | $q$            |
| Рост      | равномерный    | ускоряющийся   |
| Пример    | 4, 7, 10, 13   | 3, 6, 12, 24   |
| Связь     | сложение       | умножение      |

Главное отличие — способ изменения соседних членов: одинаковая разность указывает на арифметическую прогрессию, одинаковое отношение — на геометрическую.

# Типичные ошибки при решении задач

01

## Путают $d$ и $q$

Разность и отношение выглядят похоже только на первый взгляд. В арифметической прогрессии сравнивают разность соседних членов, а в геометрической — деление одного члена на предыдущий.

02

## Берут не тот первый член

Иногда за первый член ошибочно принимают не начало последовательности, а удобное число из середины. Из-за этого все последующие вычисления дают неверный результат.

03

## Пропускают $n - 1$

В формуле  $n$ -го члена важно помнить, что разность или степень применяются не к  $n$ , а к  $n - 1$ . Эта деталь часто меняет ответ.

04

## Забывают условие для суммы

В формуле суммы геометрической прогрессии нужно учитывать, что  $q$  не равно 1. Если это условие не проверить, формула может быть применена неверно.

05

## Не проверяют ответ

Полезно подставить несколько первых членов и сравнить их с правилом. Такая проверка помогает быстро заметить ошибку и исправить решение до сдачи.

# Почему прогрессии важны



## Финансы

Прогрессии помогают считать проценты, вклад и накопления. С их помощью удобно понимать, как деньги изменяются со временем и почему маленький процент на длинном промежутке даёт заметный результат.



## Наука и расчёты

В физике и экономике прогрессии используют для описания повторяющихся изменений. Они показывают, как величины растут или уменьшаются по строгому правилу без лишних вычислений.



## Природа

Похожие закономерности встречаются при росте популяций, расположении семян и форме некоторых раковин. Прогрессии помогают увидеть порядок там, где на первый взгляд видна только смена чисел или объектов.

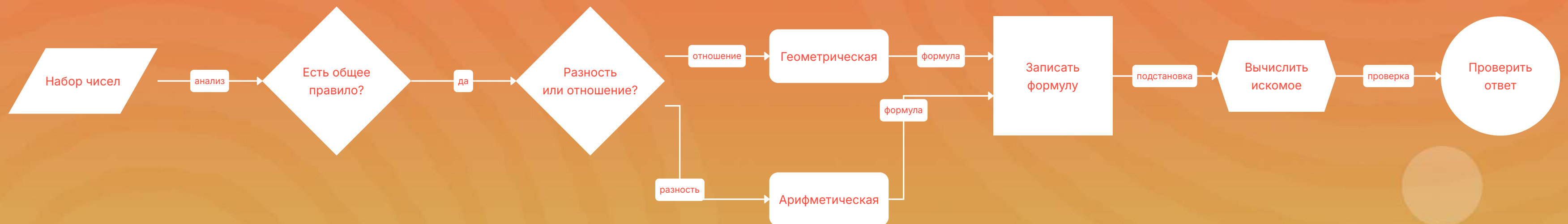


## Информатика

В компьютерах многие повторяющиеся процессы можно представить как последовательность шагов. Прогрессии удобны для анализа данных, когда каждое новое значение зависит от предыдущего по одному правилу.

# От наблюдения последовательности к формуле

Набор чисел → поиск общего правила → определение разности или отношения → выбор арифметической или геометрической прогрессии → запись формулы → вычисление неизвестного члена или суммы.



# Прогрессии вокруг нас

## Деньги и проценты

Когда банк начисляет проценты, сумма на счёте меняется по строгому правилу. Каждый следующий шаг зависит от предыдущего, поэтому рост удобно описывать геометрической прогрессией. Так можно заранее оценить, как изменятся накопления через несколько периодов.

## Природные закономерности

В природе прогрессии помогают замечать порядок в повторяющихся процессах. Похожие модели встречаются в росте популяций, в расположении семян на растениях и в форме некоторых раковин. Числа как будто подсказывают скрытую структуру.

## Компьютеры и данные

В информатике прогрессии полезны при анализе повторяющихся действий и изменений в данных. Они позволяют описывать последовательные шаги, сравнивать скорость роста и упрощать расчёты, если значение меняется по заранее известному правилу.



# Прогрессии: правило, которое помогает считать быстрее

---

Арифметическая и геометрическая прогрессии показывают, как числа изменяются по разным законам. Если знать разность, знаменатель и формулы, можно быстро находить нужные значения и понимать реальные процессы.