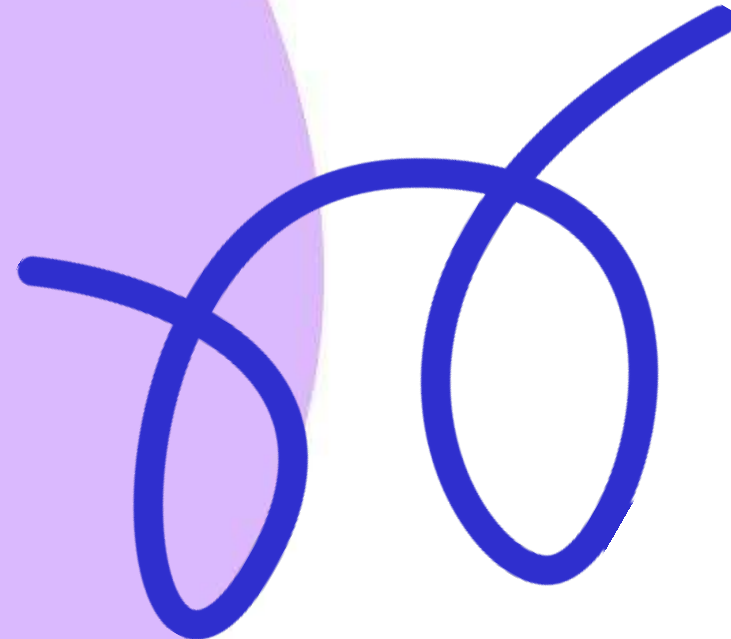




Квадратные уравнения: основа задач 9 класса

Осваиваем структуру, корни и способы решения
квадратных уравнений.



Почему эта тема важна в 9 классе

Квадратные уравнения помогают описывать ситуации, где изменения идут не по прямой: размеры фигур, движение, площади и графики. Эта тема объединяет алгебру с практическими задачами и подготавливает к более сложным моделям.



Общий вид квадратного уравнения

1 Стандартная запись

Квадратное уравнение записывают в виде $ax^2 + bx + c = 0$. Это основная форма, по которой удобно определять коэффициенты и выбирать способ решения.

2 Старший коэффициент

Коэффициент a называют старшим. Он обязательно должен быть отличен от нуля, иначе уравнение перестает быть квадратным и превращается в линейное или другое.

3 Другие коэффициенты

Коэффициент b относится к линейному члену, а c — к свободному члену. Они могут быть равны нулю, и уравнение всё равно остаётся квадратным.

4 Почему форма важна

Приведение уравнения к общему виду помогает быстро найти коэффициенты, вычислить дискриминант и выбрать подходящую формулу или приём преобразования.

Коэффициенты квадратного уравнения на схеме



Роль a

Коэффициент a влияет на направление ветвей параболы графика $y = ax^2 + bx + c$. Если он положительный, ветви направлены вверх, если отрицательный — вниз.



Роль b

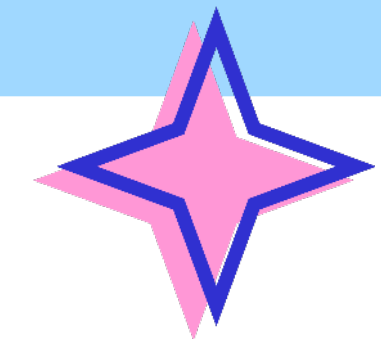
Коэффициент b связан с положением вершины параболы. Именно он меняет наклон графика и влияет на то, где расположена ось симметрии.



Роль c

Свободный член c показывает, в какой точке график пересекает ось Oy . Это значение удобно видеть прямо по записи уравнения без дополнительных вычислений.





Виды квадратных уравнений

Разные записи квадратного уравнения помогают выбрать удобный способ решения.

Если определить вид уравнения сразу, легче выбрать формулу и сократить число вычислений.

Вид	Запись	Случай
Полное	$ax^2+bx+c=0$	все члены
Неполное	$ax^2+bx=0$	$c=0$
Неполное	$ax^2+c=0$	$b=0$
Приведённое	$x^2+px+q=0$	$a=1$

✦ Классификация квадратных уравнений по школьному курсу алгебры 9 класса.

Сколько корней может быть у квадратного уравнения

1

Два корня

Если дискриминант больше нуля, уравнение имеет два различных действительных корня. Это самый частый случай при решении полных квадратных уравнений.

2

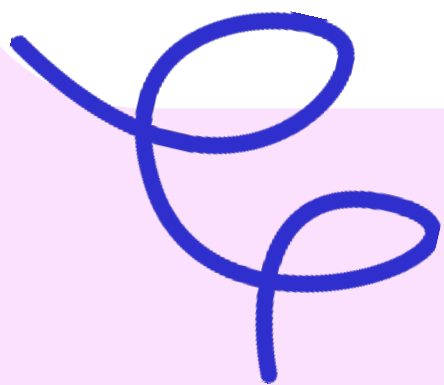
Один корень

Если дискриминант равен нулю, оба значения формулы совпадают. Тогда получается один действительный корень, который называют двойным.

3

Нет действительных корней

Если дискриминант меньше нуля, под корнем возникает отрицательное число. В этом случае действительных корней нет.



Зависимость числа корней от дискриминанта



Чем больше значение дискриминанта, тем больше возможностей для корней у уравнения.

Знак дискриминанта сразу показывает, есть ли два, один или ни одного действительного корня.



✦ Школьное правило связи дискриминанта и числа действительных корней.

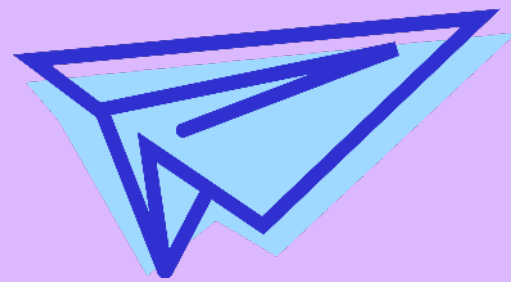
Формула дискриминанта и формула корней

1 Сначала дискриминант

Для начала вычисляют $D = b^2 - 4ac$. Без этого шага нельзя понять, сколько действительных корней имеет уравнение.

2 Формула корней

Если D не отрицателен, корни находят по формуле $x = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$. Знак $\pm$ означает два возможных результата.

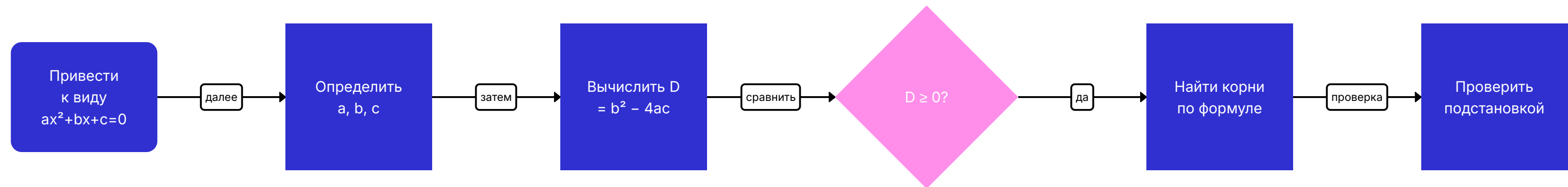


3 Порядок действий

Сначала подставляют коэффициенты в формулу дискриминанта, затем находят корни и только после этого записывают окончательный ответ.

Решение квадратного уравнения через дискриминант

Последовательность действий при решении полного квадратного уравнения.



Неполные квадратные уравнения

1

Случай $ax^2 + bx = 0$

Если свободный член равен нулю, уравнение можно разложить на множители: $x(ax + b) = 0$. Затем применяют правило нуля произведения и находят корни.

2

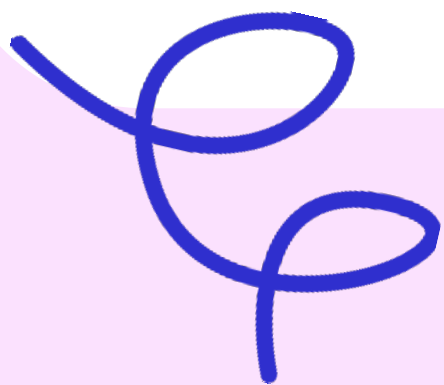
Случай $ax^2 + c = 0$

Когда отсутствует линейный член, сначала выделяют x^2 , а потом извлекают квадратный корень. Такой способ особенно удобен для коротких вычислений.

3

Зачем их изучают

Неполные уравнения помогают тренировать преобразования и готовят к решению полных квадратных уравнений более сложными способами.



Разложение квадратного уравнения на множители



От трёхчлена к скобкам

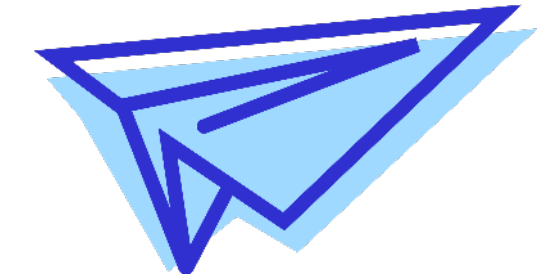
Иногда квадратный трёхчлен удобно представить как произведение двух скобок. Тогда уравнение сразу превращается в понятную запись, где остаётся применить правило нуля произведения. На схеме можно показать, как исходная запись постепенно «сворачивается» в два множителя.



Корни видны сразу

Для уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$ разложение даёт $(x - 2)(x - 3) = 0$. После этого достаточно заметить, при каких значениях x каждая скобка обращается в ноль. Так становятся видны корни 2 и 3 без лишних вычислений.

Способы решения квадратных уравнений



- ✦ Основные методы отличаются не только формулой, но и удобством в разных ситуациях. Таблица помогает быстро выбрать подходящий способ решения.
- ✦ Универсального приёма для всех примеров нет: сначала оценивают вид уравнения, а затем выбирают самый короткий и надёжный путь решения.

Способ	Когда удобен
Дискриминант	Для любых
Множители	Если числа простые
Формула корней	Школьный стандарт
Виета	Для приведённых
Полный квадрат	Для преобразований

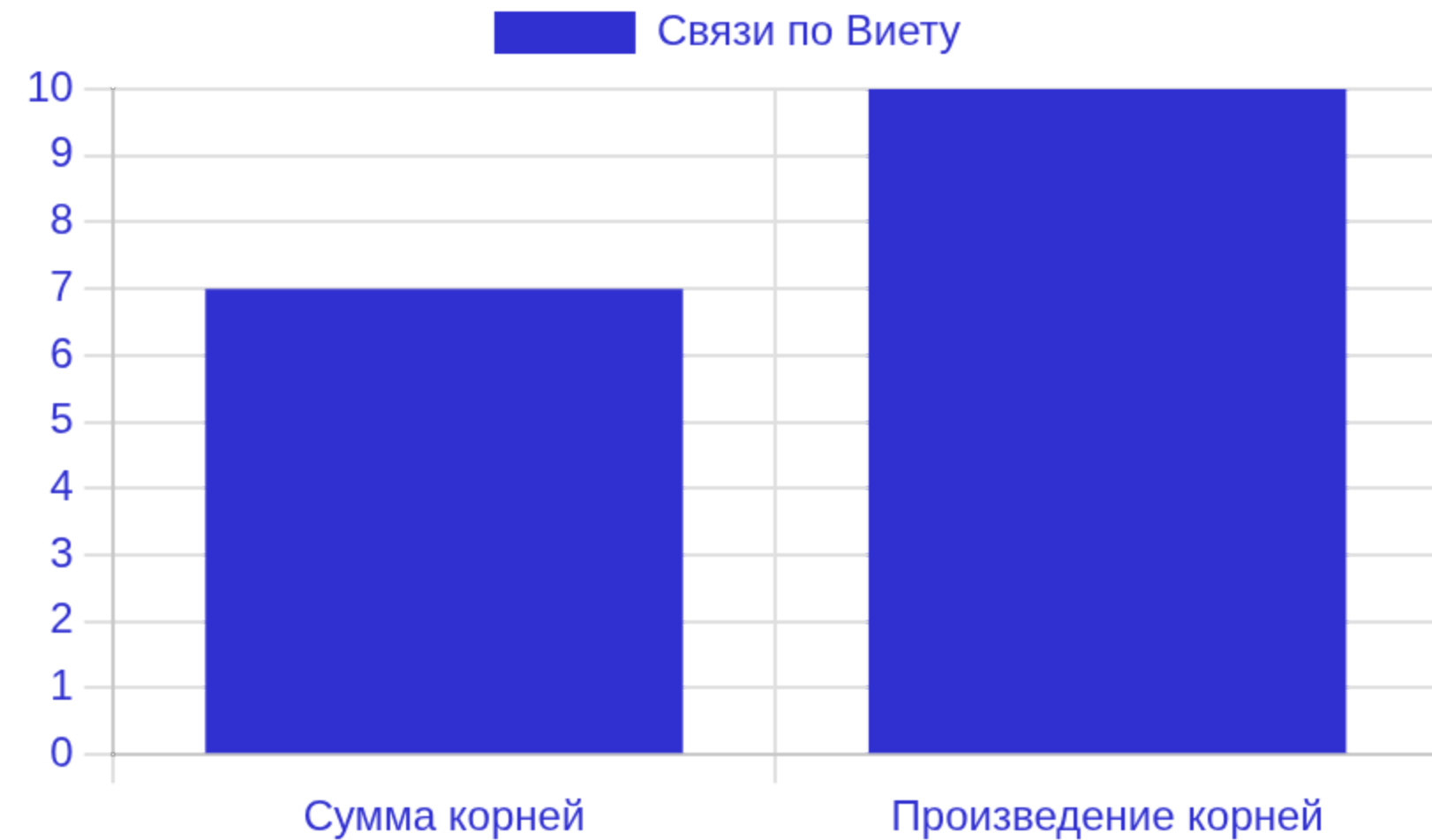
Школьный курс алгебры, тема «Квадратные уравнения»

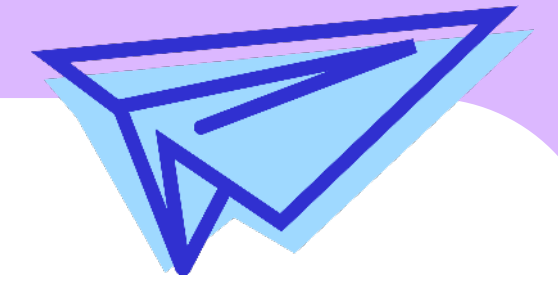
Теорема Виета для приведённого уравнения



Для уравнения $x^2 + px + q = 0$ важно сразу видеть две связи: сумма корней и их произведение. Эти отношения позволяют подбирать ответы без вычисления дискриминанта.

Если пара чисел одновременно подходит по сумме и произведению, она может быть корнями приведённого уравнения. Это удобно для проверки и подбора.





Проверка найденных корней



Подстановка в уравнение

Каждый найденный ответ подставляют вместо x в исходное уравнение. Если левая часть после вычислений равна нулю, корень записан верно и можно переходить дальше.



Контроль на последнем шаге

Даже если вычисления выглядят аккуратно, проверка помогает заметить пропущенный знак или неверный корень. Это простой способ убедиться, что решение действительно подходит.

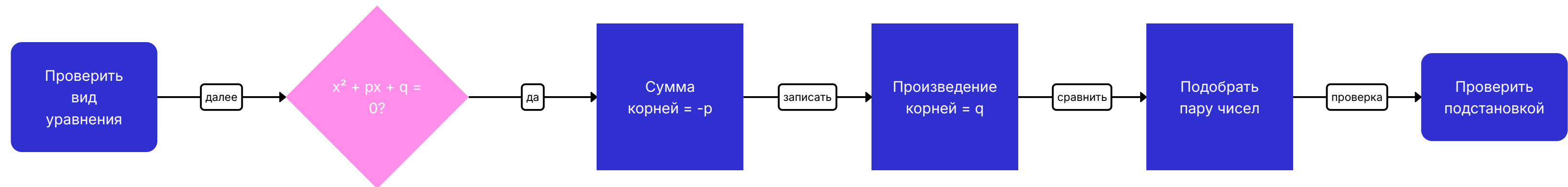


Особенно важно после преобразований

Проверка необходима, когда в решении были дроби, переносы слагаемых или разложение на множители. В таких задачах легче допустить ошибку и получить посторонний ответ.

Как применять теорему Виета

Последовательность шагов для приведённого квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$



Квадратное уравнение и график параболы



Корни на оси Ох

Если график функции $y = ax^2 + bx + c$ пересекает ось Ох, точки пересечения показывают корни уравнения. По ним можно сразу понять, сколько решений имеет задача.



Роль дискриминанта

Когда $D > 0$, парабола проходит через ось Ох в двух точках. При $D = 0$ она касается оси только в одной точке, а при $D < 0$ не пересекает её.



Что видно на рисунке

На схеме особенно важны оси координат, вершина параболы и места пересечения с осью Ох. Такой рисунок помогает связать алгебраическую формулу с наглядным графиком.

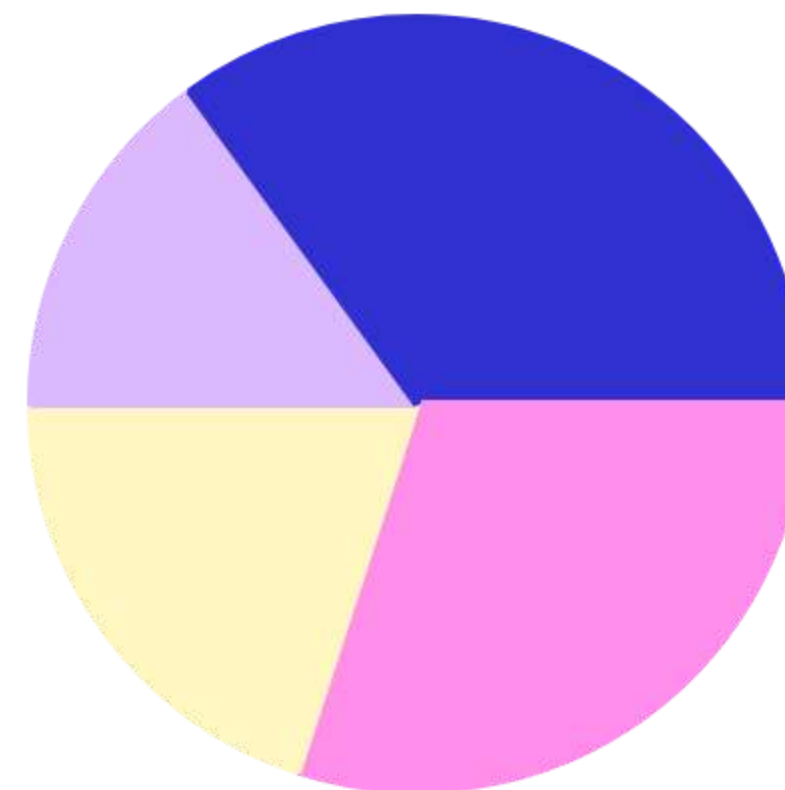


Типичные ошибки при решении квадратных уравнений



Ошибки чаще всего появляются в самом начале: неверно записаны коэффициенты или допущена неточность при вычислении. Из-за этого дальнейшие шаги дают неправильный ответ.

Чем раньше замечена ошибка, тем легче исправить решение. Поэтому особенно важно внимательно выписывать коэффициенты и не пропускать проверку.



Пример решения квадратного уравнения

1 Записываем коэффициенты

В уравнении $x^2 - 7x + 10 = 0$ сразу видно, что $a = 1$, $b = -7$, $c = 10$. Это первый шаг, без которого нельзя начать решение по формуле.

2 Находим дискриминант

Подставляем значения в формулу $D = b^2 - 4ac$. Получаем $49 - 40 = 9$, значит, уравнение имеет два действительных корня и можно применять формулу.

3 Вычисляем корни

Используем $x = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$. Так как $\sqrt{9} = 3$, получаем $x_1 = (7 + 3)/2 = 5$ и $x_2 = (7 - 3)/2 = 2$.

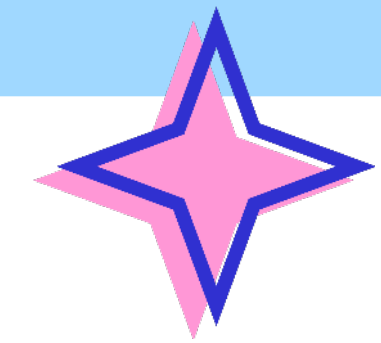


4 Проверяем первый ответ

Подставляем 5 в исходное уравнение: $5^2 - 7 \cdot 5 + 10 = 25 - 35 + 10 = 0$. Ответ подходит, значит, первый корень найден верно.

5 Проверяем второй ответ

Теперь подставляем 2: $2^2 - 7 \cdot 2 + 10 = 4 - 14 + 10 = 0$. Оба корня верны, поэтому решение завершено без ошибок.



Что нужно запомнить по теме

Эта таблица собирает главные формулы и признаки, которые помогают решать квадратные уравнения быстро и без лишних шагов.

Главное — сначала определить вид уравнения, затем выбрать подходящий способ. Формулы и теорема Виета работают как взаимная проверка ответа.

Что	Нужно помнить
Вид	$ax^2+bx+c=0$
Дискриминант	$D=b^2-4ac$
$D>0$	2 корня
$D=0$	1 корень
Формула	$(-b\pm\sqrt{D})/2a$
Виета	Для приведённых



Школьный курс алгебры, тема «Квадратные уравнения»



Квадратные уравнения: итог темы

Квадратные уравнения учат не только считать, но и выбирать удобный способ решения. Дискриминант, формула корней, разложение на множители и теорема Виета помогают находить ответ уверенно и проверять его.