



Функция $y = x^3$: кубическая функция с нечетным показателем

Изучаем куб числа, график и его симметрию.



Степенная функция и её частный случай

Функция $y = x^3$ принадлежит к степенным функциям. Здесь показатель равен 3, поэтому результат может быть положительным, отрицательным или нулевым. График проходит через начало координат и определён для всех действительных x .





3

Столько раз
число
умножается
само на себя
в выражении x^3 .

Куб числа — это произведение трёх одинаковых множителей. Нечётная степень сохраняет знак числа, поэтому отрицательное значение остаётся отрицательным.

Определение степени и свойства нечётной степени

Таблица значений функции $y = x^3$

По этим значениям удобно строить точки графика и сравнивать числа с одинаковым модулем.

Значения с одинаковым модулем имеют одинаковый модуль результата, но противоположные знаки.

x	y
-2	-8
-1	-1
0	0
1	1
2	8

Вычисления по формуле $y = x^3$

Как выглядит график $y = x^3$



Опорные точки

График проходит через точки $(-1; -1)$, $(0; 0)$ и $(1; 1)$. Эти точки помогают быстро увидеть общий вид кривой и проверить правильность построения.



Две стороны кривой

Слева от начала координат график расположен ниже оси x , а справа — выше неё. Это отражает изменение знака функции при переходе через ноль.



Плавная форма

Линия не имеет разрывов и углов. Она выглядит как мягкая S-образная кривая, постепенно меняющая направление вблизи начала координат.



Удобство построения

Для построения достаточно нескольких точек из таблицы. После их нанесения координаты соединяют плавной линией, не ломая форму графика.


$$y = x^3$$

Как быстро меняются значения функции

Вычисления по формуле $y = x^3$

На небольших значениях x рост почти незаметен, но дальше числа увеличиваются всё быстрее. Это хорошо видно по соседним точкам.

Функция возрастает неравномерно: чем больше $|x|$, тем резче меняется значение y .

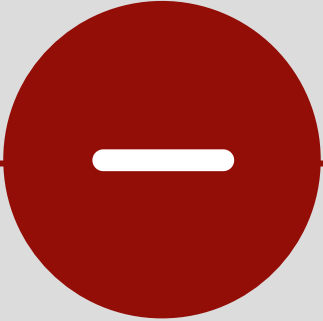
Знак значения функции



+

Положительные x

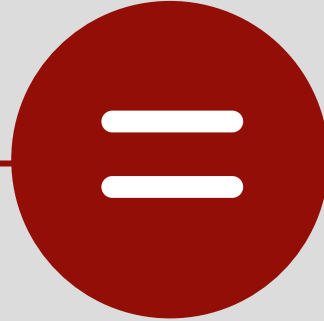
Если x больше нуля, то и x^3 больше нуля.
При умножении трёх положительных чисел результат тоже остаётся положительным.



-

Отрицательные x

Если x меньше нуля, то x^3 тоже меньше нуля. Нечётная степень сохраняет знак исходного числа, поэтому куб отрицательного числа отрицателен.



=

Ноль

При $x = 0$ значение функции равно 0. Это единственная точка, где знак результата не положительный и не отрицательный.

Симметрия относительно начала координат

.01

Свойство нечетности

Для функции $y = x^3$ выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$. Это означает, что значения по обе стороны от нуля связаны простым и строгим правилом.

.02

Парные точки

Если точка $(2; 8)$ принадлежит графику, то точка $(-2; -8)$ тоже ему принадлежит. То же самое верно для пары $(1; 1)$ и $(-1; -1)$.

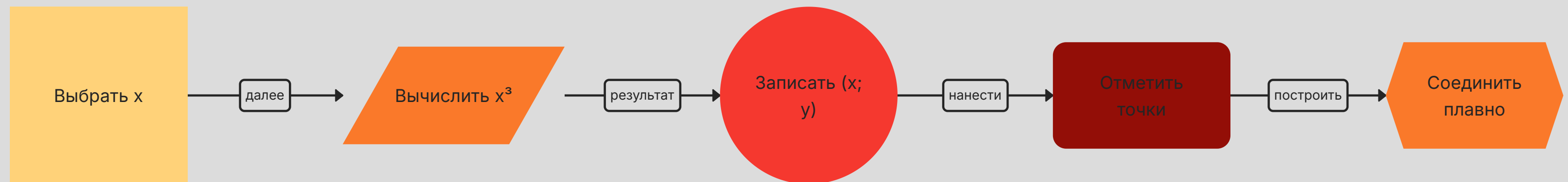
.03

Вид симметрии

График симметричен относительно начала координат, а не относительно оси y . Поэтому левая часть кривой повторяет правую, но с противоположными знаками координат.

Как строить график по точкам

Построение по вычисленным значениям x^3



Изменение функции на числовой прямой

Слева от нуля

При движении от очень маленьких x к нулю значения функции становятся ближе к нулю, а затем меняют знак.

▶▶▶ В точке 0

График проходит через начало координат, поэтому здесь y равно 0. Это важная опорная точка для построения всей кривой.

▶▶▶ Справа от нуля

После нуля значения быстро возрастают. Чем больше x , тем быстрее растёт y , и кривая становится всё круче.

Сравнение функций $y = x^2$ и $y = x^3$

Свойство	$y = x^2$	$y = x^3$
Знак y	неотрицателен	может быть $\pm$
Форма	U-образная	S-образная
Симметрия	относит. оси y	относит. начала

Сопоставьте свойства двух степенных функций и обратите внимание, как степень влияет на знак значений и форму графика.

У функции $y = x^2$ значения неотрицательны, а $y = x^3$ сохраняет знак x . Это объясняет различия в форме графиков и типе симметрии.

Сравнение свойств степенных функций $y = x^2$ и $y = x^3$ по определению и графикам.

Куб в геометрии и в алгебре



Объём куба выражается кубом ребра

В геометрии куб — это тело с равными рёбрами и одинаковыми гранями. Его объём находят по формуле $V = a^3$, где a — длина ребра. Поэтому запись с показателем 3 означает не только умножение, но и измерение объёма.



Единичный куб — самый наглядный пример

Если длина ребра равна 1 см, то объём куба равен 1 см³. Такой пример удобно показывать на рисунке: одно число для ребра превращается в результат с объёмной единицей. Связь с функцией $y = x^3$ становится особенно понятной.



Одинаковая запись, разный смысл

В алгебре x^3 означает куб числа, а в геометрии a^3 — объём куба. Запись одинакова по форме, но объединяет две идеи: повторное умножение и вычисление объёма. Именно поэтому слово «куб» встречается и в теме функции, и в геометрии.

Рост кубов чисел от 0 до 4

Вычисления по формуле $y = x^3$ для $x = 0, 1, 2, 3, 4$.

Даже на небольших числах видно, что куб растёт значительно быстрее самого числа, поэтому кривая становится всё круче.

Последовательность 0, 1, 8, 27, 64 показывает ускоренный рост. Чем больше $|x|$, тем быстрее увеличивается $|y|$.

Типичные ошибки при работе с $y = x^3$



Путают знак при отрицательном числе

В выражении $(-3)^3$ три множителя отрицательны, поэтому результат тоже отрицательный: -27 . Ошибка возникает, если забыть, что нечётная степень сохраняет знак исходного числа.



Смешивают x^3 и $3x$

Это разные выражения: x^3 означает куб числа, а $3x$ — умножение на 3. При $x = 3$ получаем 27 и 9, поэтому подмена формул сразу меняет ответ.



Считают, что значения всегда положительные

Для функции $y = x^3$ это неверно: при отрицательных x значения тоже отрицательные. Ноль получается только при $x = 0$, а не для любых близких значений.



Неверно читают запись степени

Запись x^3 нужно воспринимать как одно число, возведённое в третью степень, а не как $x + x + x$. Такой порядок действий влияет на весь результат вычисления.

Проверка вычислений на нескольких примерах

Сравните значения попарно:
одинаковый модуль x даёт одинаковый
модуль y , но знак меняется
на противоположный.

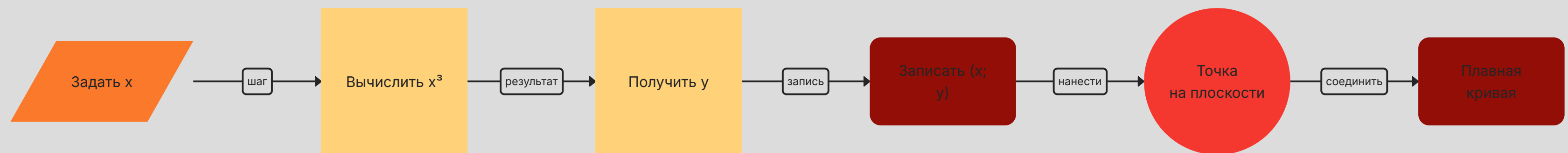
Попарное сравнение помогает быстро
заметить закономерность: значения
симметричны по модулю
относительно нуля и различаются
знаком.

x	x^3	Проверка
-2	-8	$ 2 $
-1	-1	$ 1 $
0	0	центр
1	1	$ 1 $
2	8	$ 2 $

Значения функции $y = x^3$ для $x = -2, -1, 0, 1, 2$.

От значения x к точке на графике

Последовательность построения графика функции $y = x^3$ по вычисленным значениям.



Где встречаются нечетные степени



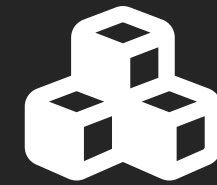
Геометрия

Нечётные степени помогают связывать число и объём в геометрических задачах. Формула $V = a^3$ показывает, что длина ребра куба сразу даёт его объём через третью степень.



Алгебра

В алгебре степени используют для записи повторного умножения и изучения функций. Функция $y = x^3$ удобна тем, что определена для всех действительных x и сохраняет знак числа.



Объём тел

Куб — наглядный пример тела, где объём зависит от трёх одинаковых измерений. Поэтому запись a^3 встречается не только в формулах, но и в практически x вычислениях.



Графики функций

На графике $y = x^3$ хорошо видно, как степень влияет на форму кривой. Нечётный показатель создаёт симметрию относительно начала координат и позволяет значениям быть и положительными, и отрицательными.

Парные точки и симметрия графика

Значения функции $y = x^3$ для $x = -3, -2, -1, 1, 2, 3$.

Точки слева и справа от нуля образуют зеркальные пары по модулю, поэтому график удобно проверять по соответствующим значениям.

Каждой отрицательной абсциссе соответствует положительная с противоположным значением y . Это и есть симметрия относительно начала координат.

Главные свойства функции $y = x^3$

.01

Область определения

Функция $y = x^3$ определена для любого действительного числа x . Это значит, что подставлять можно и целые, и дробные, и отрицательные значения без ограничений.

.02

Область значений

Результатом тоже может быть любое действительное число. При разных значениях x получаются и большие положительные, и большие отрицательные значения, поэтому область значений не ограничена.

.03

Нечётность

Функция является нечётной, потому что $f(-x) = -f(x)$. Из-за этого график симметричен относительно начала координат, а не относительно оси y .

.04

Поведение около нуля

В точке $x = 0$ функция принимает значение 0, а рядом с нулём меняется плавно. График проходит через начало координат без разрывов и углов.

.05

Рост по модулю

При увеличении $|x|$ значения y быстро растут по модулю. Поэтому на удалении от начала координат график становится всё круче и заметнее уходит вверх или вниз.

Что запомнить о функции $y = x^3$

Функция $y = x^3$ показывает, как нечётная степень меняет знак, строит S-образный график и связывает вычисления со свойствами координатной плоскости. Это один из самых наглядных примеров степенной функции.