

Преобразование многочлена в квадрат суммы или разности

Короткая запись многочлена через квадрат.

Как появляются формулы квадратов

Формулы квадратов суммы и разности возникают при умножении одинаковых скобок. После раскрытия скобок появляются два одинаковых средних произведения, поэтому в записи появляется член $2ab$ или $-2ab$. Это полезный приём алгебры 7 класса, который помогает упрощать выражения и проверять вычисления.



Из каких частей состоит полный квадрат

Крайние члены

В полном квадрате первый и последний члены обычно являются квадратами: a^2 и b^2 . Они показывают, какие выражения стоят внутри скобок и помогают быстро проверить структуру многочлена.

Средний член

Между квадратами стоит удвоенное произведение двух выражений. Для суммы это $+2ab$, а для разности — $-2ab$. Именно этот член связывает оба квадрата в одну формулу.

Проверка формы

Если три слагаемых подходят по виду, многочлен можно записать как квадрат двучлена. Но важно сверить все части, чтобы не перепутать похожее выражение с полным квадратом.

Как узнать квадрат суммы или разности по виду многочлена

Три слагаемых

Полный квадрат чаще всего состоит из трёх членов. Если выражение короче или содержит лишние слагаемые, сначала его нужно привести к удобному виду и только потом проверять.

Квадраты по краям

Первый и последний члены должны быть квадратами. Обычно их легко узнать по виду: x^2 , 9, 16, a^2 . Затем из них находят корни и сравнивают со средним членом.

Средний член совпадает

Средний член должен быть удвоенным произведением корней крайних квадратов. Например, в x^2+6x+9 число $6x$ получается как $2 \cdot x \cdot 3$, значит выражение действительно является полным квадратом.



Основные формулы для запоминания

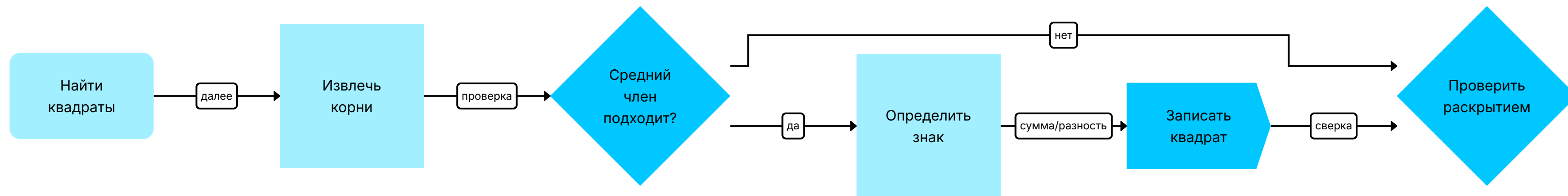
В таблице собраны самые важные записи, которые нужно узнавать и использовать без лишних преобразований.

Знак среднего члена подсказывает знак внутри скобок, а для трёх выражений появляются все попарные удвоенные произведения.

Вид	Формула	Результат
Сумма	$a^2+2ab+b^2$	$(a+b)^2$
Разность	$a^2-2ab+b^2$	$(a-b)^2$
Три выраж.	$(a+b+c)^2$	$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

Как распознать полный квадрат

Алгоритм проверки многочлена по его виду



Когда многочлен можно записать в виде квадрата

1

Подходящий вид

Многочлен можно свернуть в квадрат двучлена, если его крайние члены — квадраты, а средний член равен удвоенному произведению этих корней. Тогда выражение сразу принимает вид $a^2 \pm 2ab + b^2$.

2

Сначала упростить

Иногда перед преобразованием нужно собрать подобные слагаемые или вынести общий множитель. Без этого нужная структура может быть скрыта, хотя после упрощения она становится заметной.

3

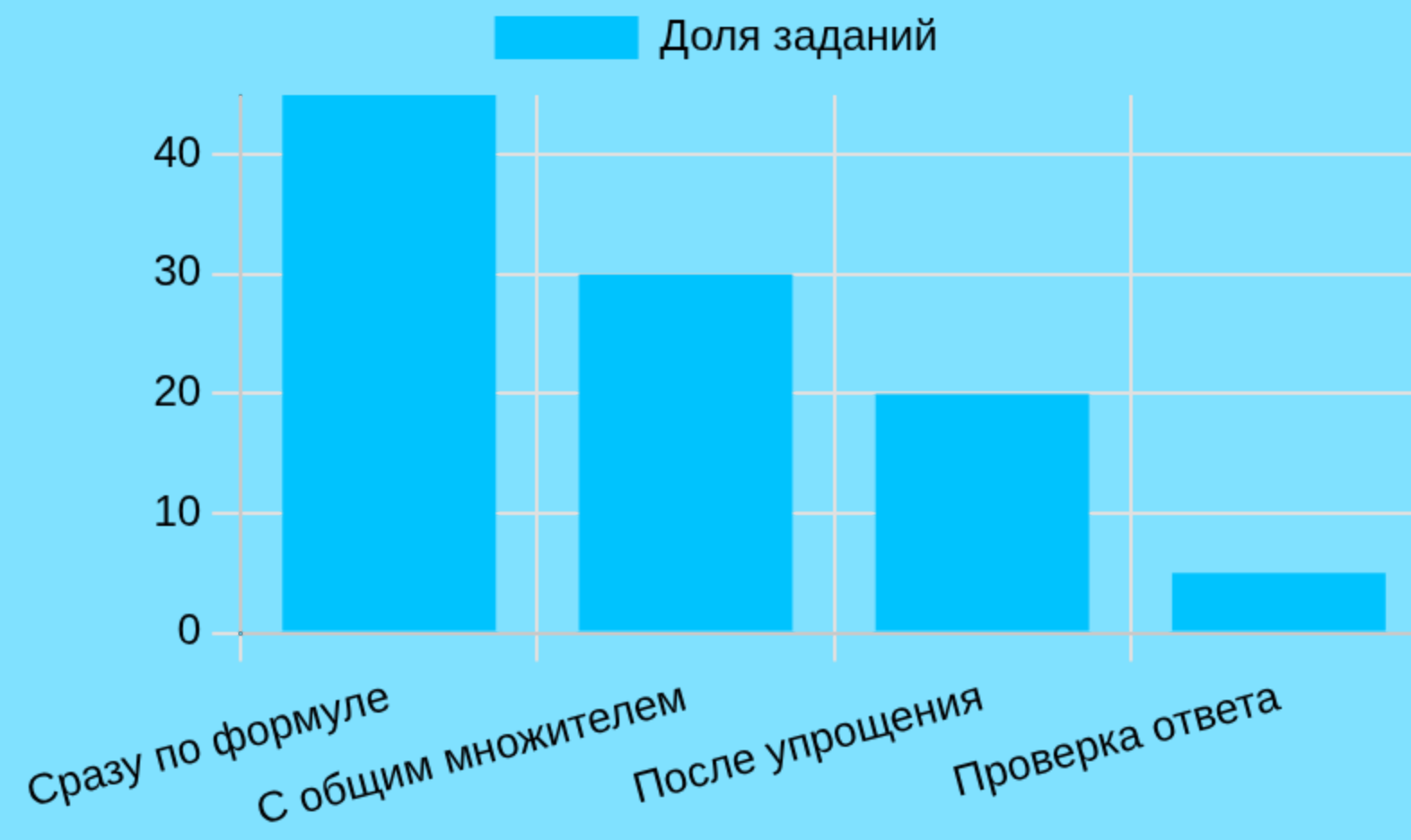
Примеры из 7 класса

Чаще всего встречаются выражения с одной буквой, например $x^2 \pm 10x + 25$. В таких заданиях важно быстро увидеть квадратные крайние члены и проверить, совпадает ли средний член с формулой.

Самые частые виды заданий на полный квадрат

Диаграмма показывает, что школьные задания различаются по уровню подготовки выражения перед распознаванием формулы.

Чаще всего встречаются стандартные трёхчлены; менее распространены задания с дополнительным упрощением и проверкой результата.



Пример с положительным средним членом

1

Сравним с формулой

В выражении $x^2+8x+16$ крайние члены — это x^2 и 16. Они являются квадратами x и 4, поэтому нужно проверить только средний член.

2

Проверяем середину

Средний член $8x$ можно записать как $2 \cdot x \cdot 4$. Это точно совпадает с формой $a^2+2ab+b^2$, значит многочлен можно представить как $(x+4)^2$.

3

Делаем вывод

Такой пример удобно использовать для разложения многочлена на более короткую запись. Он показывает, как по трём членам быстро увидеть квадрат суммы.

Пример с отрицательным средним членом

1

Находим квадраты

В выражении $y^2 - 12y + 36$ крайние члены — y^2 и 36. Они соответствуют квадратам y и 6, поэтому структура многочлена уже выглядит знакомой.

2

Смотрим на знак

Средний член равен $-12y$, то есть $-2 \cdot y \cdot 6$. Отрицательный знак показывает, что внутри скобок должен стоять минус, а не плюс.

3

Записываем ответ

После проверки получаем $(y - 6)^2$. Такие выражения часто помогают в решении квадратных уравнений и в сокращении сложных алгебраических записей.

Геометрический смысл формулы квадрата суммы



Один квадрат — две части внутри

Представим квадрат со стороной $a+b$. Если мысленно провести разбиение, получится большой квадрат площади $(a+b)^2$, внутри которого легко увидеть две квадратные части и два одинаковых прямоугольника. Именно из такой картинке рождается формула $a^2+2ab+b^2$.



Почему появляется двойка

Часть со стороной a даёт площадь a^2 , а часть со стороной b — площадь b^2 . Между ними остаются два прямоугольника со сторонами a и b , поэтому их площади складываются в $2ab$. Так геометрия наглядно объясняет каждое слагаемое формулы.

Типичные ошибки при преобразовании многочлена



Ошибка	Что делать
Не удваивают	Проверить $2ab$
Путают знак	Сверить скобки
Не проверяют	Раскрыть снова

В таблице показаны самые частые ошибки и способ их избежать.

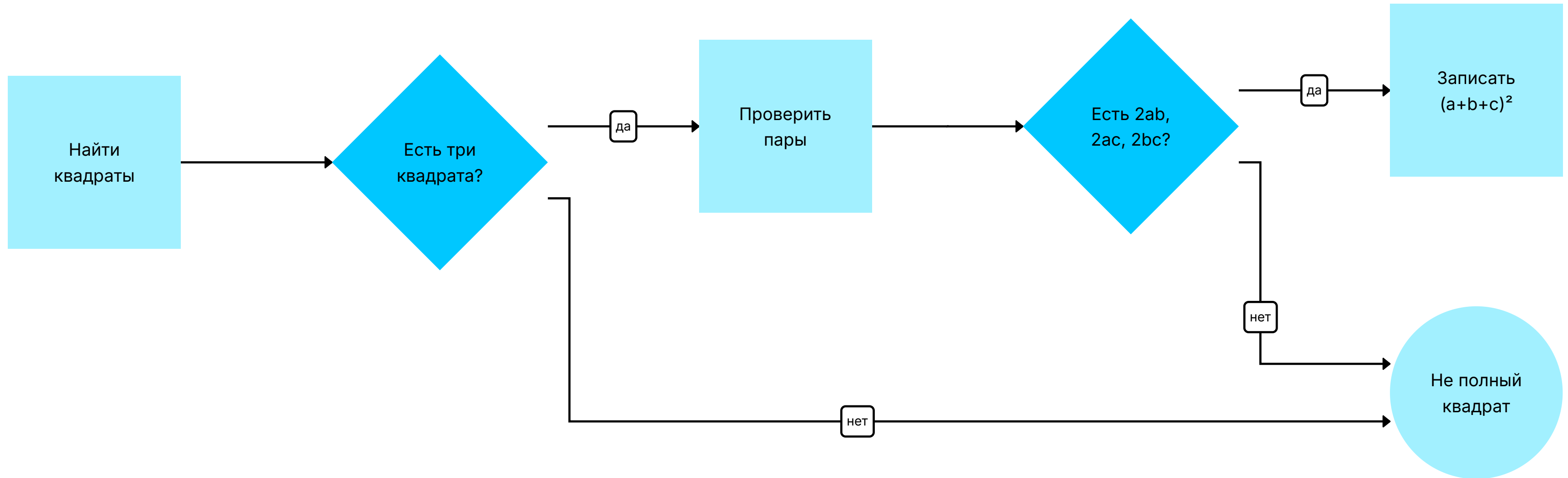
Главные проблемы связаны не с самой формулой, а с невнимательностью к знаку, коэффициенту 2 и обязательной проверке результата.

Анализ типичных ошибок при изучении формул квадрата суммы и разности в 7 классе



Как записать квадрат суммы нескольких выражений

Схема проверки полного квадрата для трёх слагаемых



Формула квадрата суммы трёх выражений

1

Три квадрата

В формуле обязательно присутствуют a^2 , b^2 и c^2 . Они показывают, что каждое выражение сначала возводится в квадрат отдельно, без пропусков и без лишних членов.

2

Три попарных произведения

Кроме квадратов, в записи должны быть $2ab$, $2ac$ и $2bc$. Эти слагаемые соединяют каждую пару выражений и помогают отличить полный квадрат от похожего многочлена.

3

Удобство записи

Когда все шесть частей уже есть в нужном виде, многочлен можно сразу свернуть в $(a+b+c)^2$. Это экономит время и делает выражение короче и понятнее.

Пример для трёх выражений

Проверка структуры

В выражении $x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz$ есть три квадрата и три попарных произведения. Все части совпадают с формулой квадрата суммы трёх выражений.

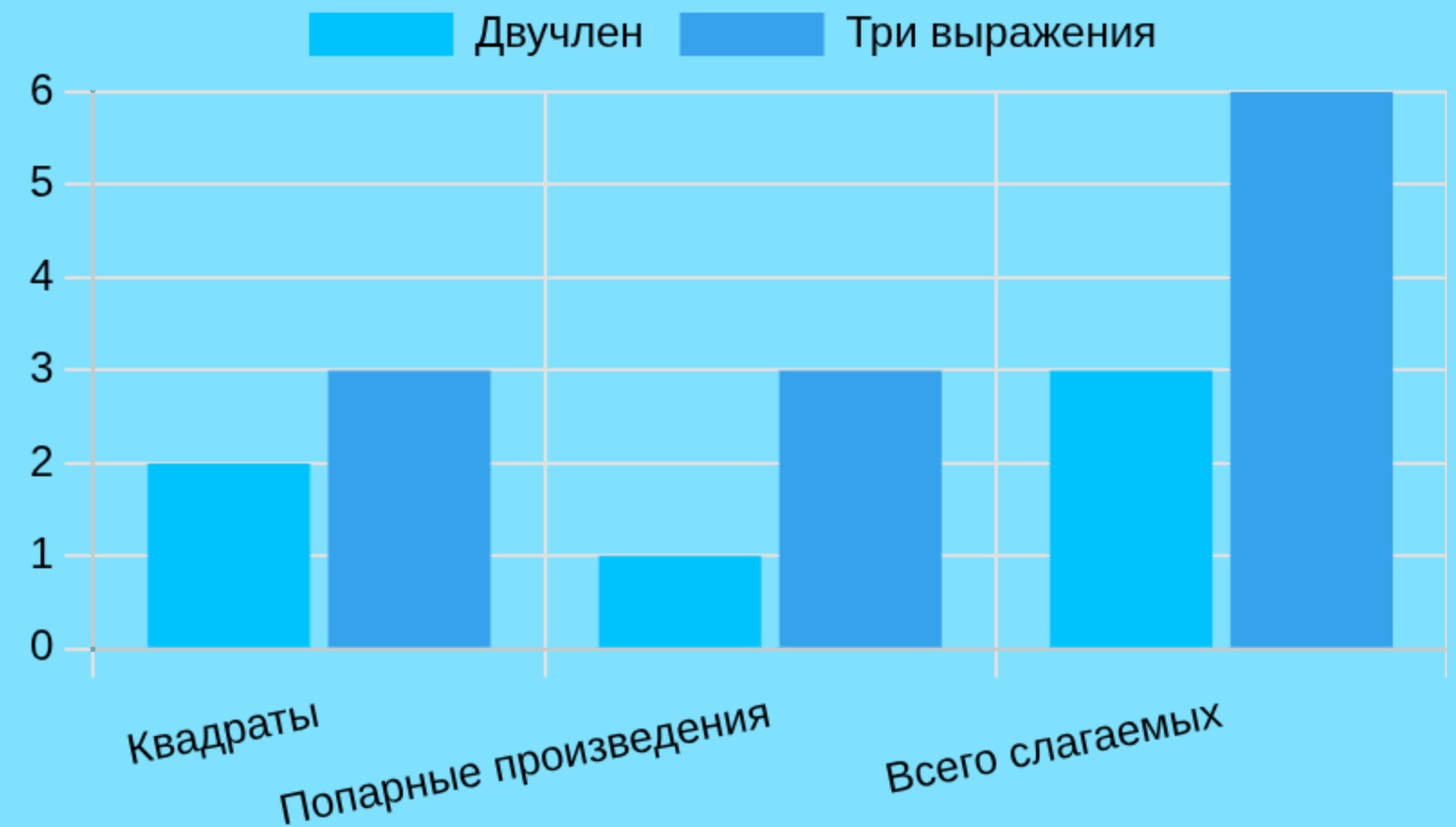
Запись в квадрате

По структуре выражение легко свернуть в $(x+y+z)^2$. Такой пример полезен тем, что показывает: достаточно увидеть правильный набор слагаемых, чтобы быстро распознать полный квадрат.

Сравнение признаков для двучлена и трёх выражений

Чем больше выражений входит в квадрат, тем больше пар нужно проверить. Это влияет на вид формулы и на число обязательных слагаемых.

Для трёх выражений формула расширяется, но принцип остаётся тем же: сначала квадраты, затем все попарные произведения.



Связь с решением уравнений

1

Свернуть выражение

Если многочлен узнаётся как полный квадрат, его можно заменить более короткой записью. Например, $x^2 - 6x + 9$ превращается в $(x-3)^2$, и уравнение становится намного проще.

2

Получить новый вид уравнения

После преобразования $x^2 - 6x + 9 = 0$ записывается как $(x-3)^2 = 0$. Теперь видно, что квадрат равен нулю только тогда, когда само выражение внутри скобок равно нулю.

3

Сразу найти ответ

Из равенства $(x-3)^2 = 0$ следует $x-3=0$, значит $x=3$. Такой способ уменьшает число шагов и помогает быстрее увидеть решение без лишних вычислений.

Где используется этот приём

Алгебра

В алгебре полный квадрат помогает раскладывать многочлены, упрощать выражения и решать уравнения. Он делает запись короче и помогает замечать скрытую структуру.

Геометрия

В геометрических задачах формула связывает алгебраическую запись с площадью фигуры. Так проще понимать, почему появляются именно квадраты и удвоенные произведения.

Физические задачи

В некоторых физических задачах удобный вид выражения помогает выделить нужную часть формулы и сравнить величины. Это упрощает вычисления и делает решение аккуратнее.

Проверка вычислений

Если результат можно записать в виде полного квадрата, проще проверить, не допущена ли ошибка. Такой приём особенно полезен в школьных примерах и самостоятельной работе.

Что важно запомнить

Три признака

У полного квадрата всегда есть два квадратных крайних члена и средний член, равный удвоенному произведению. Если хотя бы один признак нарушен, запись нужно проверить внимательнее.

Проверка на точность

Нельзя судить только по внешнему виду трёхчлена. Нужно сравнить каждый его член с формулой, иначе можно ошибочно принять обычный многочлен за полный квадрат.

Знак внутри скобок

Плюс или минус внутри скобок определяется знаком среднего члена. Положительный средний член соответствует сумме, а отрицательный — разности.

Три выражения

Для суммы трёх выражений к квадратам добавляются все попарные удвоенные произведения: $2ab$, $2ac$ и $2bc$. Без полного набора таких членов формула не работает.

Полный квадрат: увидеть, записать, проверить

Полный квадрат легко распознать, если смотреть на крайние квадраты, средний член и точное совпадение с формулой. Этот приём помогает упростить выражение, быстрее решать уравнения и увереннее проверять ответ.