



Умножение одночлена на многочлен

Раскрываем скобки по правилу распределения.



Зачем нужно раскрывать скобки

Это правило помогает упрощать выражения, решать уравнения и находить площади. Оно делает запись короче и удобнее для вычислений, а в 7 классе встречается очень часто.

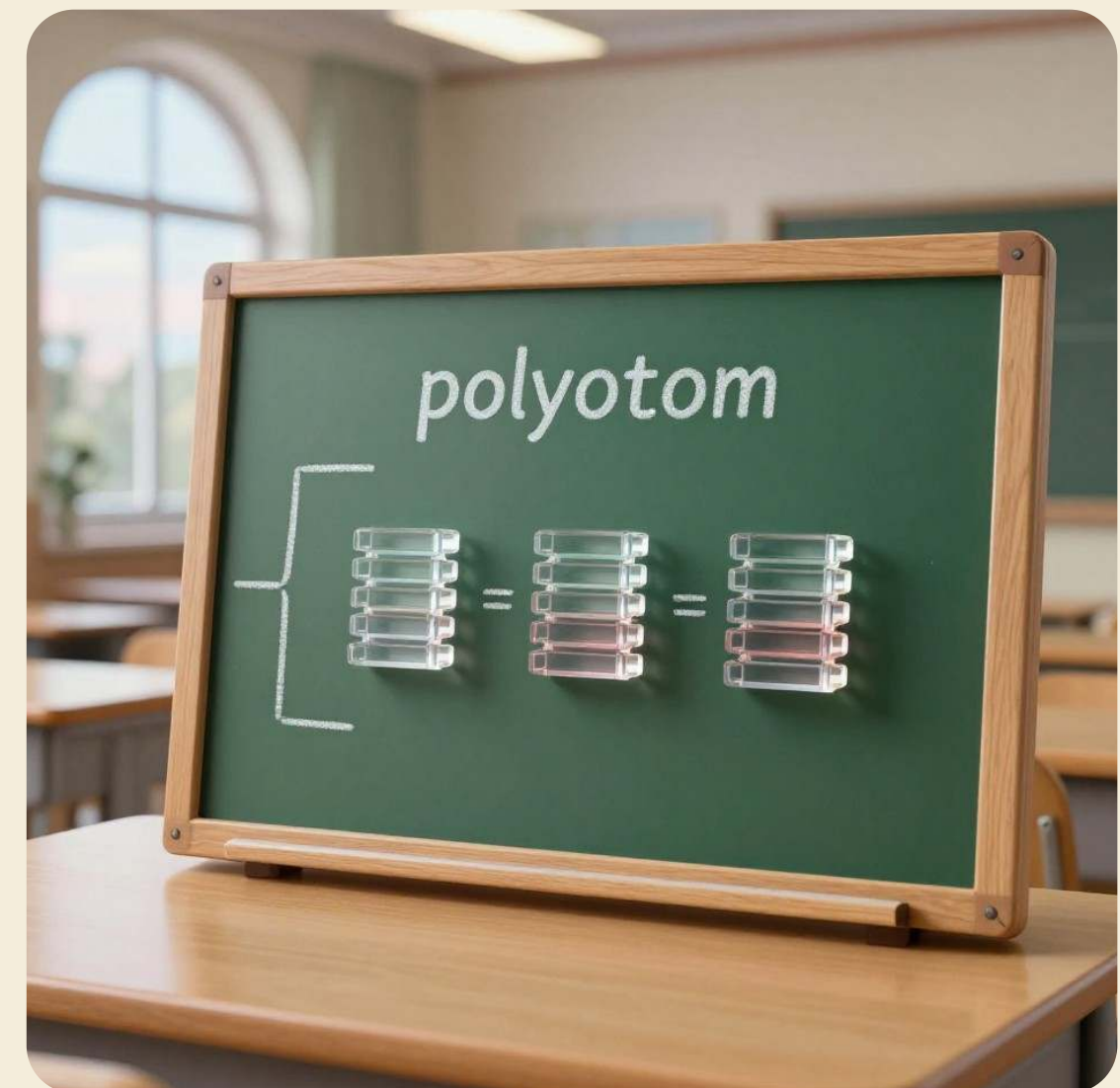
Что называют одночленом и многочленом

Одночлен

Одночлен — это произведение числа, букв и их степеней: например, $3x$, $-5a^2$ или $7mn$. Он состоит из одного члена и записывается без знака сложения.

Многочлен

Многочлен — это сумма или разность нескольких одночленов, например $2x+7$, $4m-3n+1$ или $5a^2-2a+9$. При умножении каждый член скобок обрабатывают отдельно.



Распределительное свойство как основа правила



Одна основа

Главная идея правила выражается формулой $a(b+c)=ab+ac$. Один множитель не остаётся перед скобками без изменений: он умножается на каждое слагаемое внутри.



Несколько слагаемых

Если в скобках больше двух членов, принцип не меняется: $a(b+c+d)=ab+ac+ad$. Количество полученных произведений всегда совпадает с числом слагаемых в многочлене.



Что происходит с записью

Исходная скобка исчезает, а вместо неё появляется сумма произведений. Так длинное выражение становится понятнее и удобнее для дальнейших преобразований, сравнения и вычислений.

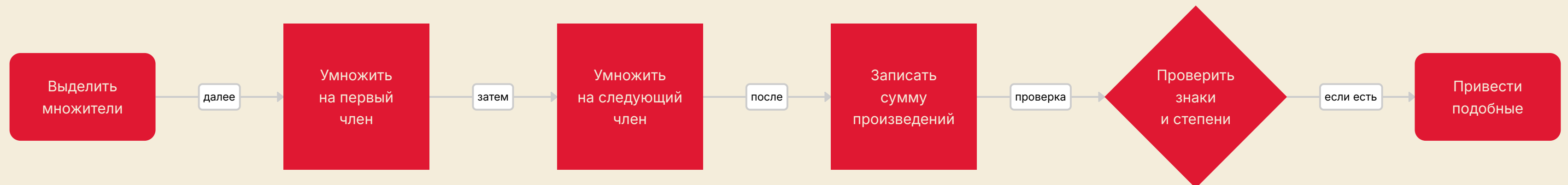


Смысл на схеме

На рисунке удобно показать, как один множитель как будто «распределяется» по всем членам скобок. Это помогает запомнить правило не механически, а по смыслу.

Алгоритм умножения одночлена на многочлен

Последовательность действий при раскрытии скобок



Примеры раскрытия скобок

В таблице показано, как один одночлен умножается на каждый член многочлена, а затем записывается сумма полученных произведений.

Во всех случаях количество произведений равно числу членов в скобках, а знаки и степени определяются по правилам умножения одночленов.

Примеры для раскрытия скобок по распределительному свойству

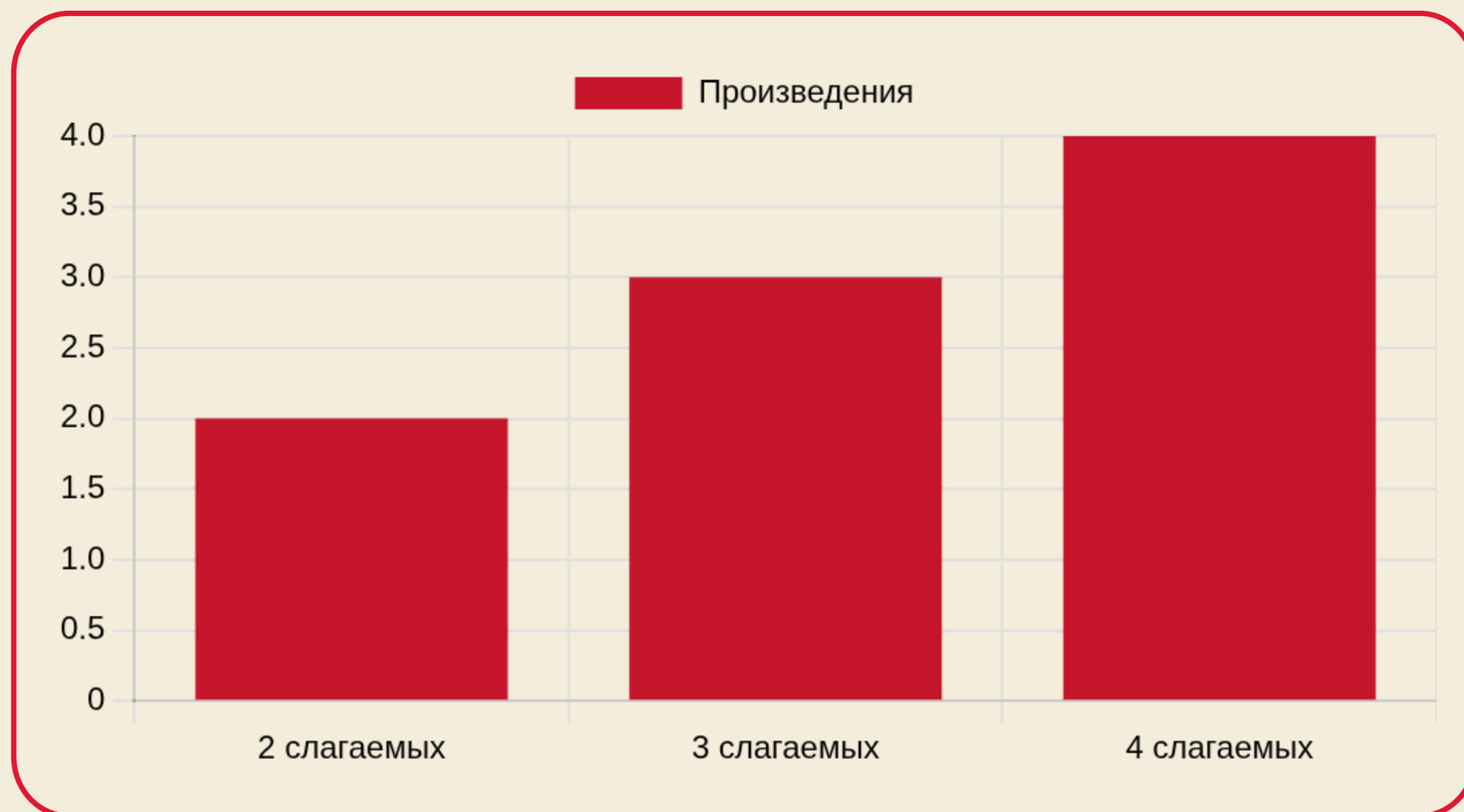
Выражение	Действие	Результат
$3x(2x+5)$	$3x \cdot 2x, 3x \cdot 5$	$6x^2+15x$
$-2a(4a-3)$	$-2a \cdot 4a, -2a \cdot (-3)$	$-8a^2+6a$
$5m(m-2n+1)$	$5m \cdot m, 5m \cdot (-2n), 5m \cdot 1$	$5m^2-10mn+5m$

Сколько произведений получается после раскрытия скобок

Чем больше членов в скобках, тем больше отдельных умножений нужно выполнить. Сам множитель перед скобками остаётся один, но используется в каждом произведении.

Зависимость прямая: число членов многочлена определяет число полученных произведений. Это помогает заранее планировать вычисления и не пропускать слагаемые.

Правило распределительного свойства умножения



Правила знаков при умножении

01

Плюс и плюс

Если оба множителя положительные, произведение тоже положительное. Такой случай встречается чаще всего и обычно не вызывает затруднений, если внимательно следить за каждым множителем отдельно.

02

Плюс и минус

Положительное число, умноженное на отрицательное, даёт отрицательный результат. При раскрытии скобок этот знак нельзя терять, иначе всё выражение будет записано неверно.

03

Минус и плюс

Отрицательный множитель, умноженный на положительный, также даёт минус. Поэтому знак перед первым членом многочлена нужно проверять особенно внимательно, когда одночлен отрицательный.

04

Минус и минус

Два отрицательных множителя дают положительное произведение. Это правило важно запомнить: оно часто помогает избежать ошибок в ответе, особенно при работе с многочленами.



Пример: $4x(3x-2)$

01

Первое произведение

Умножаем $4x$ на $3x$. Коэффициенты перемножаются: $4 \cdot 3 = 12$. Буквенная часть даёт $x \cdot x = x^2$, поэтому получается $12x^2$.

02

Второе произведение

Теперь умножаем $4x$ на -2 . Получаем $-8x$, потому что $4 \cdot (-2) = -8$, а буква x остаётся в ответе один раз.

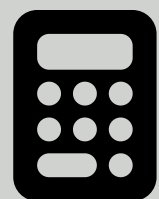
03

Итоговая запись

Собираем оба результата вместе: $4x(3x-2) = 12x^2 - 8x$. Важно не потерять знак минус и записать члены в правильном порядке.



Пример с несколькими буквами в выражении



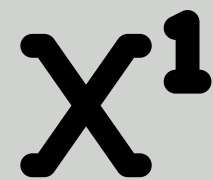
Коэффициенты

При умножении $2a$ на $3ab-5a+4b$ сначала перемножаются числовые множители. Получаются 6, -10 и 8, потому что 2 умножается на каждый коэффициент в скобках.



Знаки

Знак каждого произведения зависит от сочетания чисел. Положительное число на отрицательное даёт минус, поэтому второй член становится $-10a^2$, а остальные сохраняют нужные знаки.



Степени

Одинаковые буквы перемножаются по правилу сложения степеней: $a \cdot a = a^2$. Поэтому в первом и втором произведении появляется a^2 , а в третьем степень не изменяется.



Буквенная часть

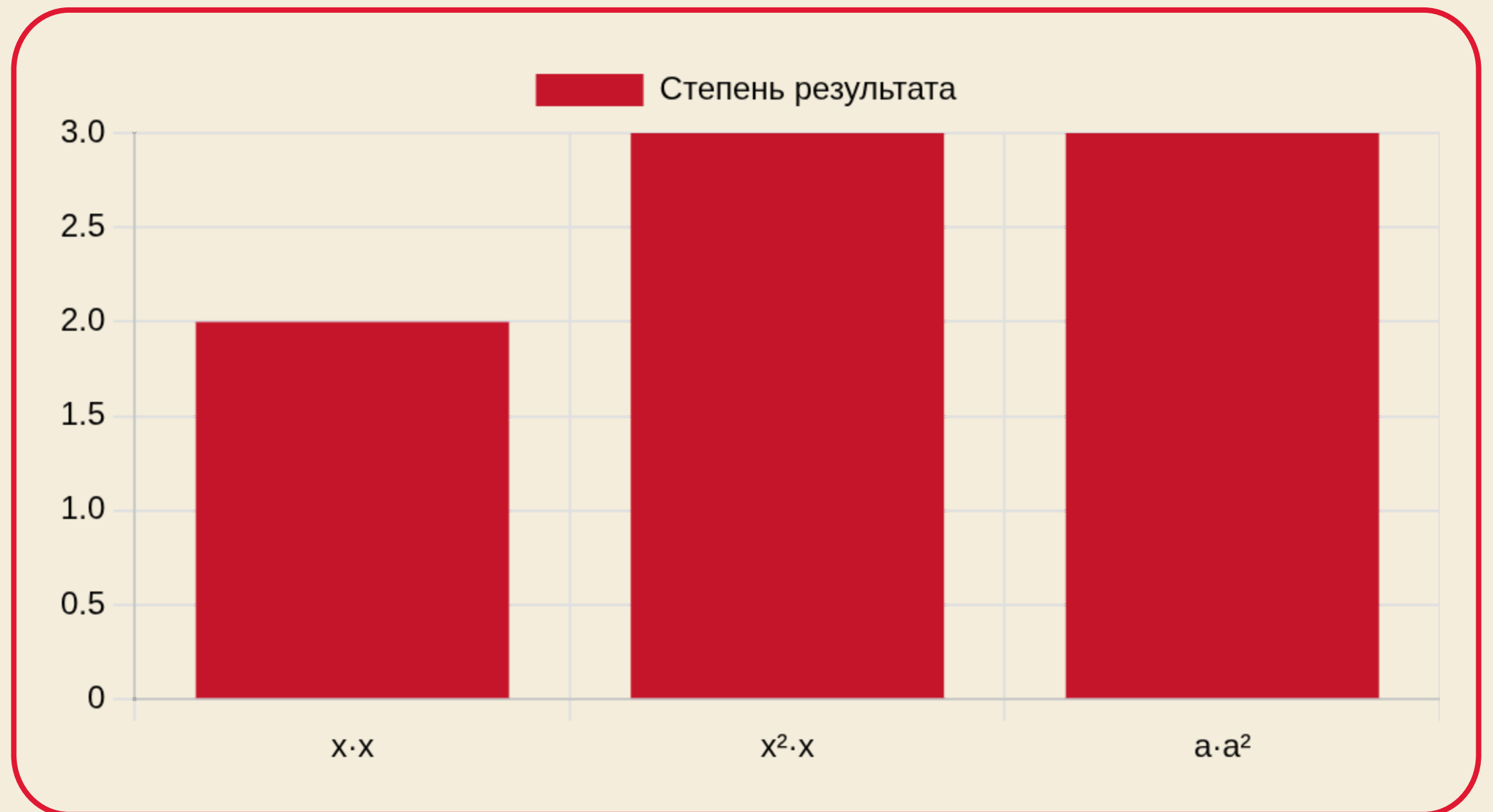
Буквы в каждом одночлене записываются после умножения отдельно: $6a^2b$, $-10a^2$, $8ab$. Так видно, какие переменные входят в каждый полученный член.

Как появляются степени букв

При умножении одинаковых букв складываются их показатели степени. Поэтому одно и то же правило объясняет появление квадратов и кубов.

Если буквы повторяются, степень нового одночлена растёт на сумму показателей в каждом множителе.

Правило умножения степеней с одинаковым основанием, 7 класс



Типичные ошибки при умножении

Сравните неверную запись и правильный способ действий. Это помогает сразу увидеть, на каком шаге допущена ошибка.

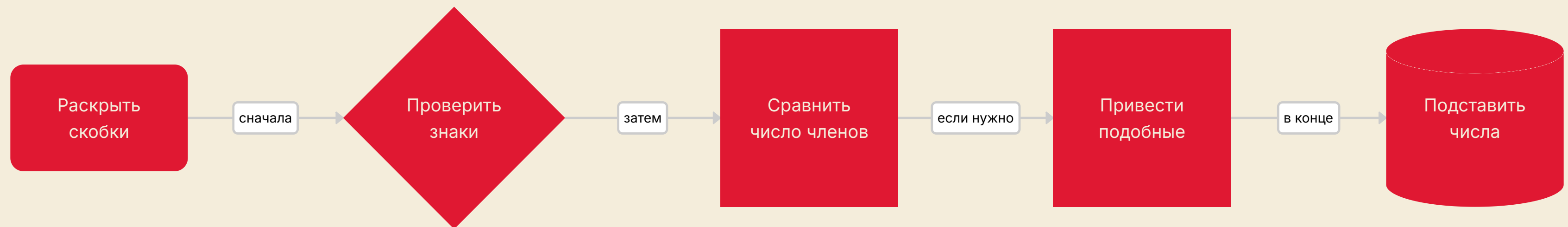
Большинство ошибок связано не со сложностью вычислений, а с пропуском одного шага: знака, члена или правила степеней.

Типичные ошибки при раскрытии скобок, 7 класс

Ошибка	Почему неверно	Как правильно
Умножен один член	Пропущены слагаемые	На каждый член
Потерян минус	Меняется знак	Проверить знак
Сложены степени	Нужно умножать	Сложить показатели

Проверка результата после раскрытия скобок

Алгоритм самопроверки при умножении одночлена на многочлен



Связь с площадью и геометрией

Стороны прямоугольника

Одна сторона выражается буквой x , а другая — суммой $x+3$. Так алгебраическая запись описывает реальные длины сторон.

Вычисление площади

Площадь находят как произведение сторон: $x(x+3)$. После раскрытия скобок получают x^2+3x , что удобнее для дальнейших действий.

Разделение на части

Та же идея помогает находить площадь составной фигуры по отдельным прямоугольникам и затем складывать полученные выражения.

Пример из жизни: стоимость покупки

Покупка тетрадей

Если одна тетрадь стоит 12 рублей, то покупка n тетрадей записывается как $12n$. Это короткая формула помогает быстро считать общую стоимость без повторения одного и того же действия.

Добавка к покупке

Когда к заказу добавляют ещё 5 таких же тетрадей, выражение меняется на $12(n+5)$. После раскрытия скобок получается $12n+60$, и новая сумма видна сразу.

Зачем это удобно

Такая запись особенно полезна в магазинах и задачах на покупку: она показывает, как количество одинаковых предметов влияет на итоговую цену.



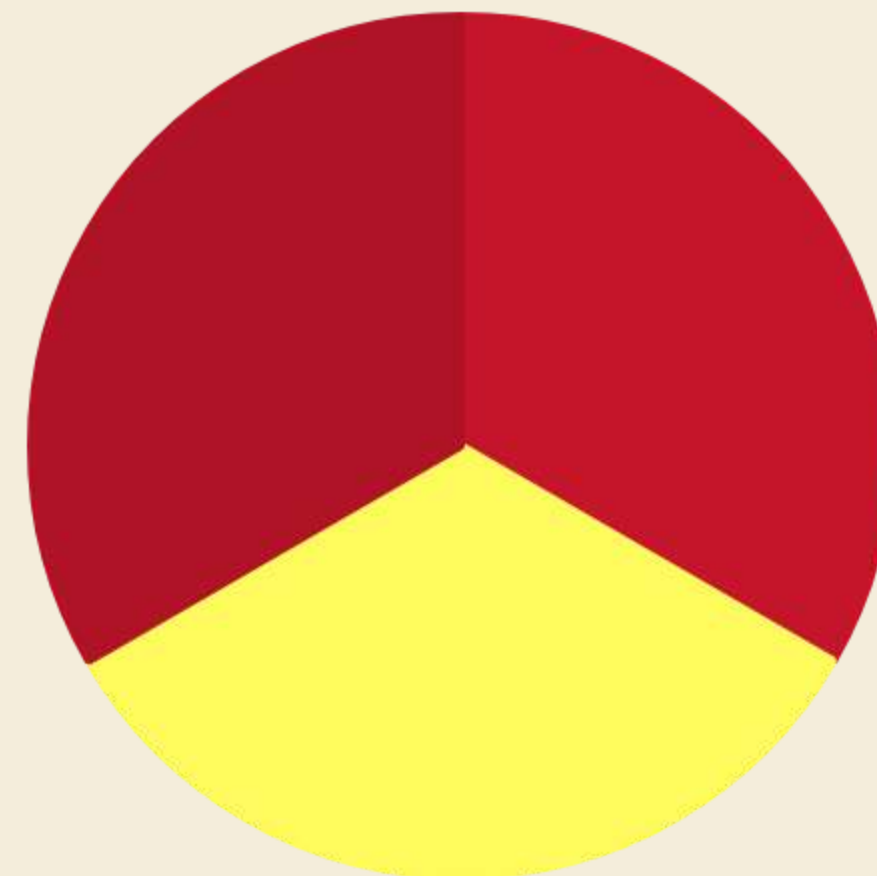
Где раскрытие скобок особенно полезно

Во всех трёх случаях раскрытие скобок уменьшает громоздкость записи и облегчает последующие преобразования.

При вычислениях, преобразовании формул и решении уравнений этот шаг делает выражения более понятными и сравнимыми.

Учебные применения раскрытия скобок, 7 класс

■ Вычисление выражений ■ Упрощение формул
■ Решение уравнений



Многочлен с тремя и более членами

01

Один множитель — много слагаемых

Одночлен перед скобками умножается на каждый член многочлена по очереди. Количество слагаемых внутри скобок не меняет правило, только число полученных произведений.

02

Следим за степенями

При умножении одинаковых букв показатели складываются: $x \cdot x^2$ даёт x^3 . Поэтому в ответе важно не писать степени отдельно, а объединять их по правилу умножения.

03

Не пропускаем членов

Чем длиннее многочлен, тем внимательнее нужно записывать каждый результат. Один пропущенный член или неверный знак сразу делает всё выражение неправильным.

Краткий тренажёр на вычисления

Проверьте ответы и убедитесь, что в каждом выражении раскрыты все скобки, сохранены знаки и правильно записаны степени.

В примерах встречаются двучлен и многочлен из трёх членов; все ответы строятся по одному правилу раскрытия скобок.

Тренировочные примеры по теме
«умножение одночлена на многочлен»

Выражение	Ответ
$-3y(2y-1)$	$-6y^2+3y$
$2m(4m+3)$	$8m^2+6m$
$5a(a-2b+1)$	$5a^2-10ab+5a$
$-4x(3x+2y-5)$	$-12x^2-8xy+20x$

3

главных проверки нужны после раскрытия скобок:
коэффициенты, степени и знаки.

Если проверять эти три вещи по очереди, результат получается аккуратным и без пропусков.

Обобщение правила умножения одночлена на многочлен, 7 класс

Раскрываем скобки без ошибок

Сегодняшний урок показал, что умножение одночлена на многочлен — это понятный алгоритм. Достаточно умножить на каждый член, проверить знаки и аккуратно записать степени.