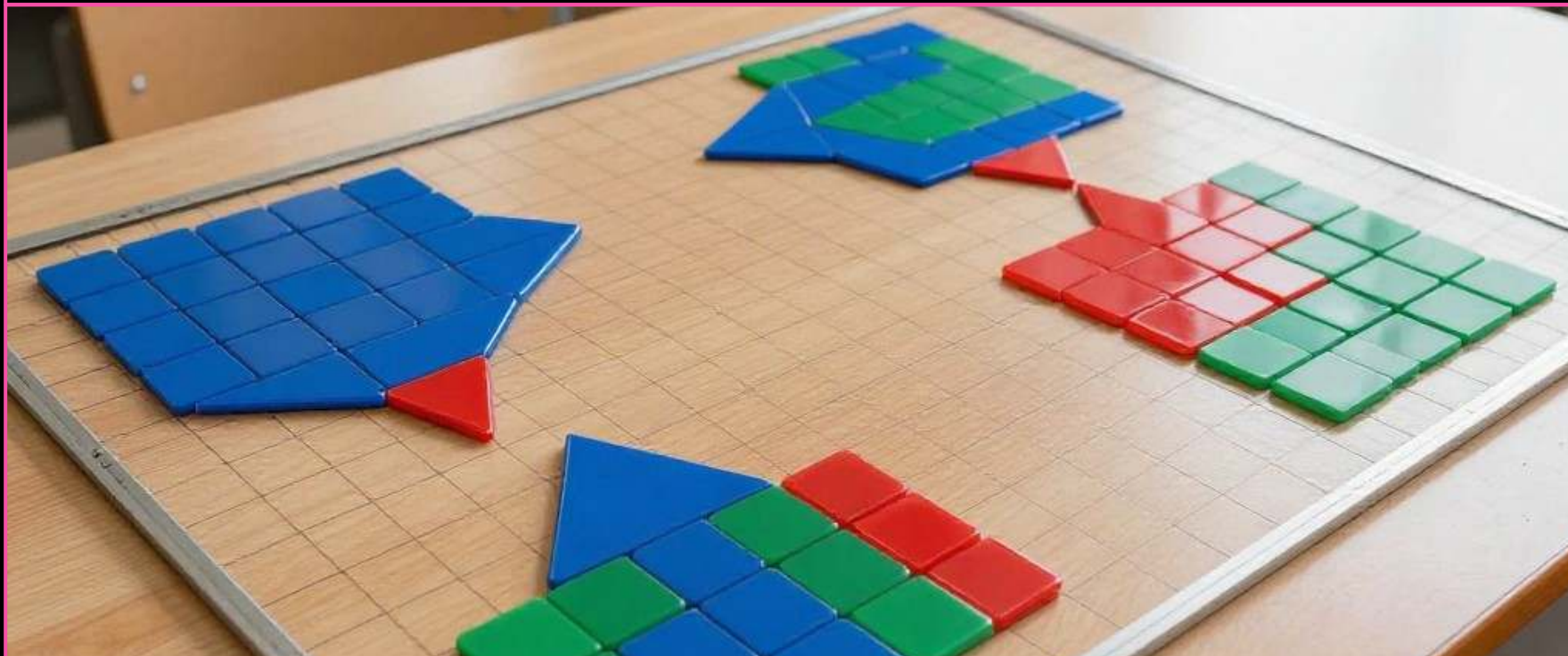
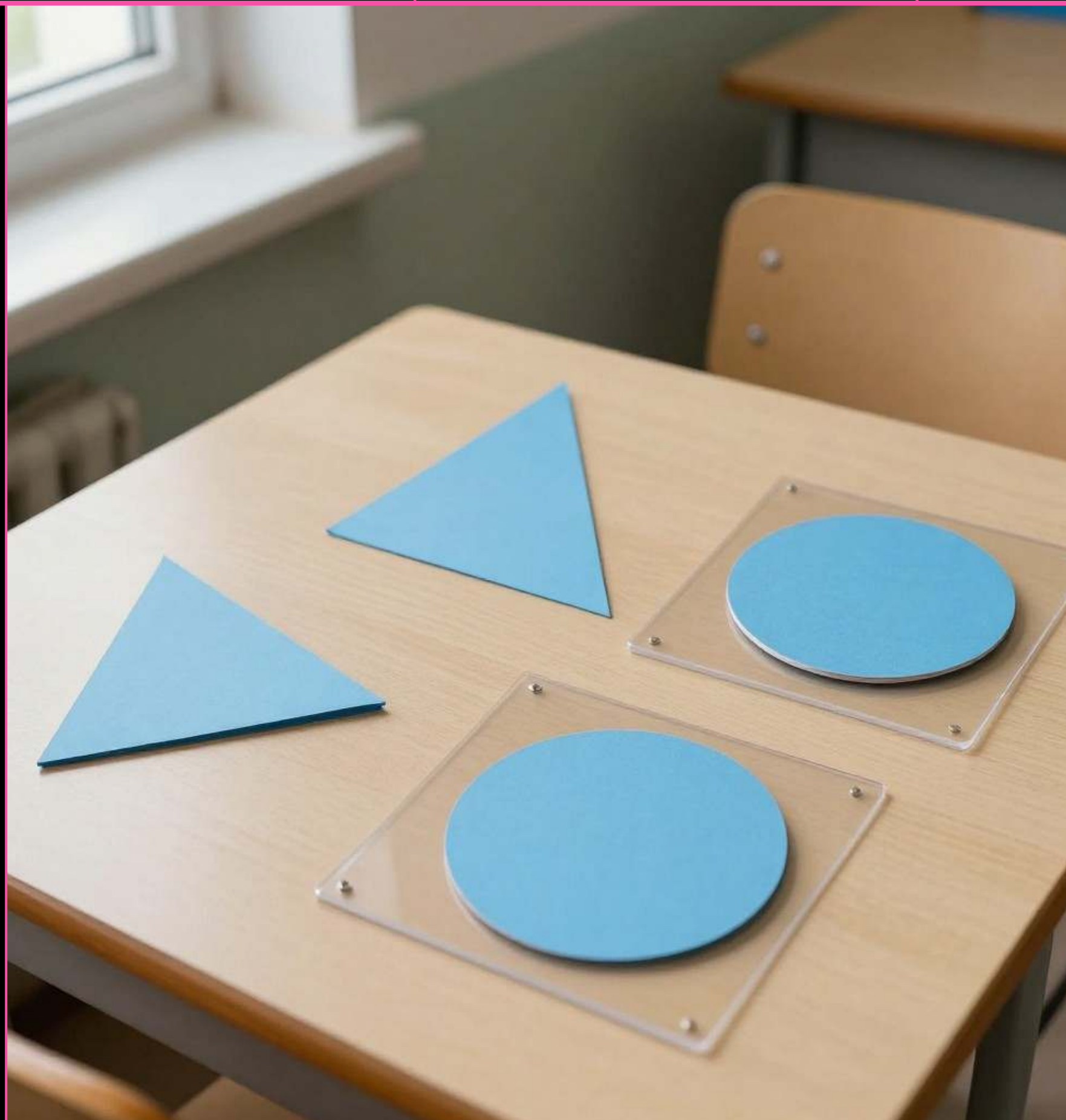


ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФИГУР: ОБЩИЙ ВЗГЛЯД



Формы меняются, но их смысл можно проследить по клеткам и координатам.



ЧТО ИЗУЧАЕТ ТЕМА ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

На координатной плоскости фигуры можно сдвигать, отражать, поворачивать и изменять в размере. У каждого преобразования есть чёткое правило и понятная проверка.



ПРООБРАЗ И ОБРАЗ

ИСХОДНАЯ ФИГУРА

Прообразом называют исходную фигуру, с которой начинают построение. Именно по ней определяют, куда перейдут точки и как будет выглядеть результат.

01

НОВАЯ ФИГУРА

Образ – это фигура после преобразования. Для одной точки находят её новое положение, а для всей фигуры последовательно строят все вершины.

02

ПОСТРОЕНИЕ ПО ВЕРШИНАМ

У отрезка, треугольника или многоугольника сначала переносят или отражают каждую вершину, а затем соединяют полученные точки в том же порядке.

03

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС: ПРАВИЛО



Одинаковый сдвиг

При параллельном переносе каждая точка получает одно и то же смещение. Его удобно задавать как движение на несколько клеток вправо, влево, вверх или вниз.

Правило для всех точек

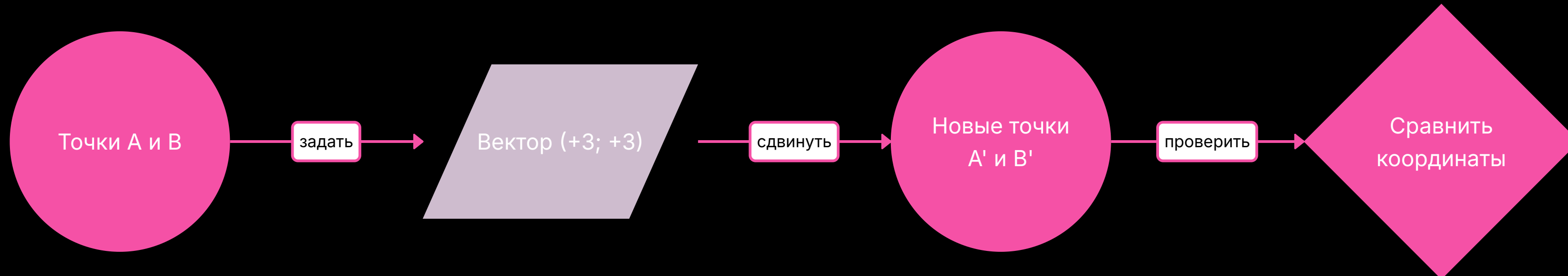
Если перенос задан вектором, то все точки фигуры переходят по одному правилу. Поэтому форма не искажается, а положение меняется целиком.

Что не меняется

Перенос – это движение, значит, длины отрезков, углы и параллельность сохраняются. Фигура не поворачивается и не отражается.

ПОСТРОЕНИЕ ПО ТОЧКАМ

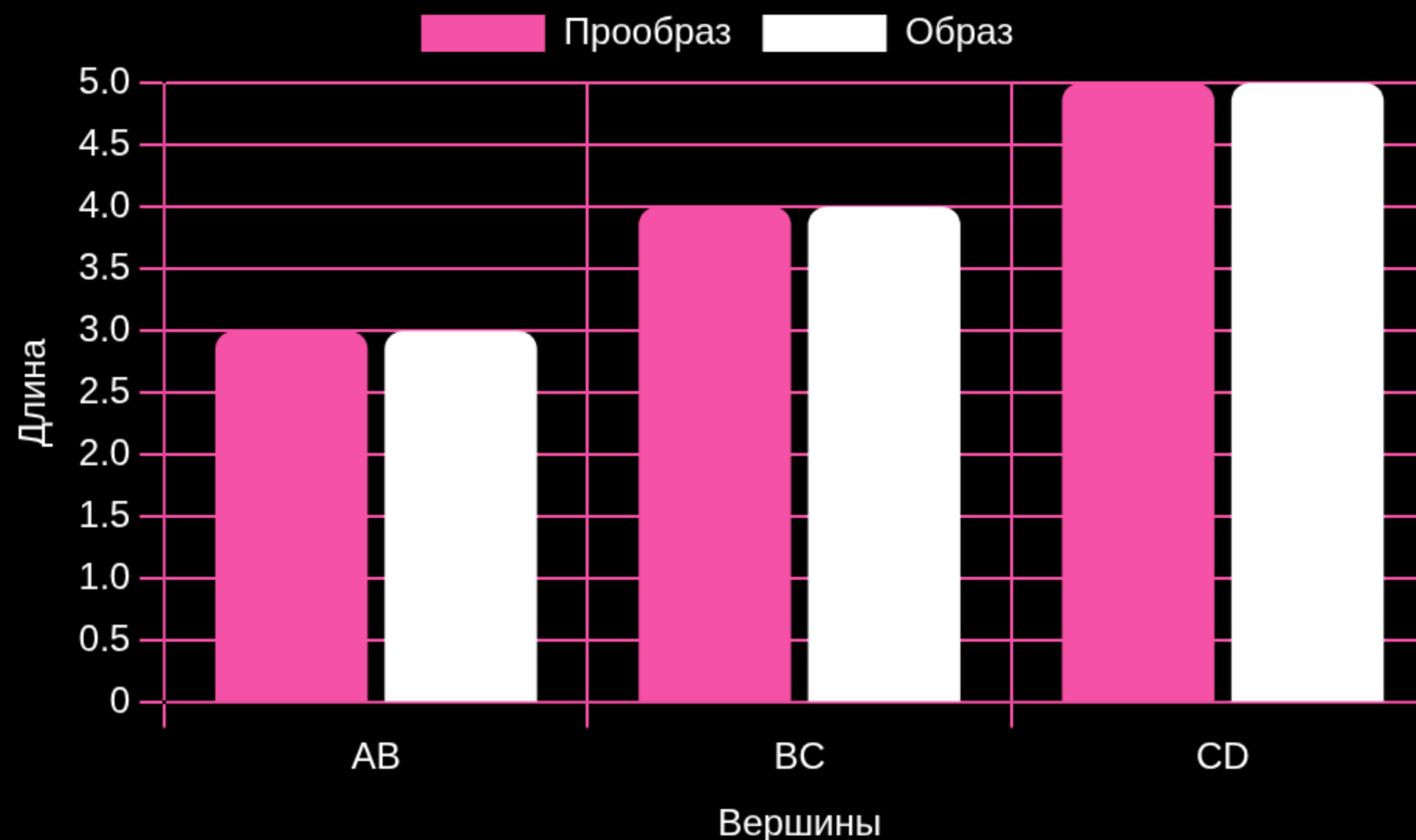
Пример: $A(1,2) \rightarrow A(4,5)$, $B(2,2) \rightarrow B(5,5)$.



ЧТО СОХРАНЯЕТСЯ ПРИ ПЕРЕНОСЕ

Сравнение соседних сторон показывает, что перенос не меняет размеры фигуры и сохраняет её форму.

Значения совпадают, значит перенос сохраняет длины отрезков между соответствующими вершинами.





ОСЕВАЯ СИММЕТРИЯ: ПРАВИЛО

ПОСТРОЕНИЕ ФИГУРЫ

Для фигуры отражают все вершины, а затем соединяют их в том же порядке. Тогда сохраняется общий вид многоугольника.

04

ОСЬ ОТРАЖЕНИЯ

Осевая симметрия строится относительно прямой-оси. Она служит границей, по обе стороны которой точки располагаются зеркально.

01

РАВНЫЕ РАССТОЯНИЯ

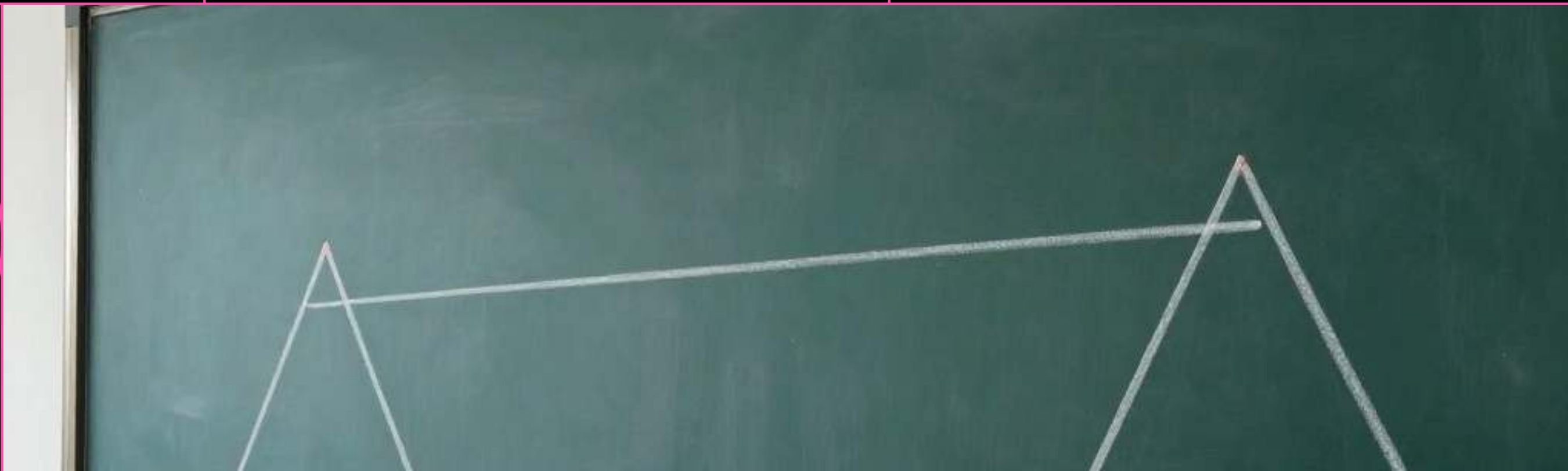
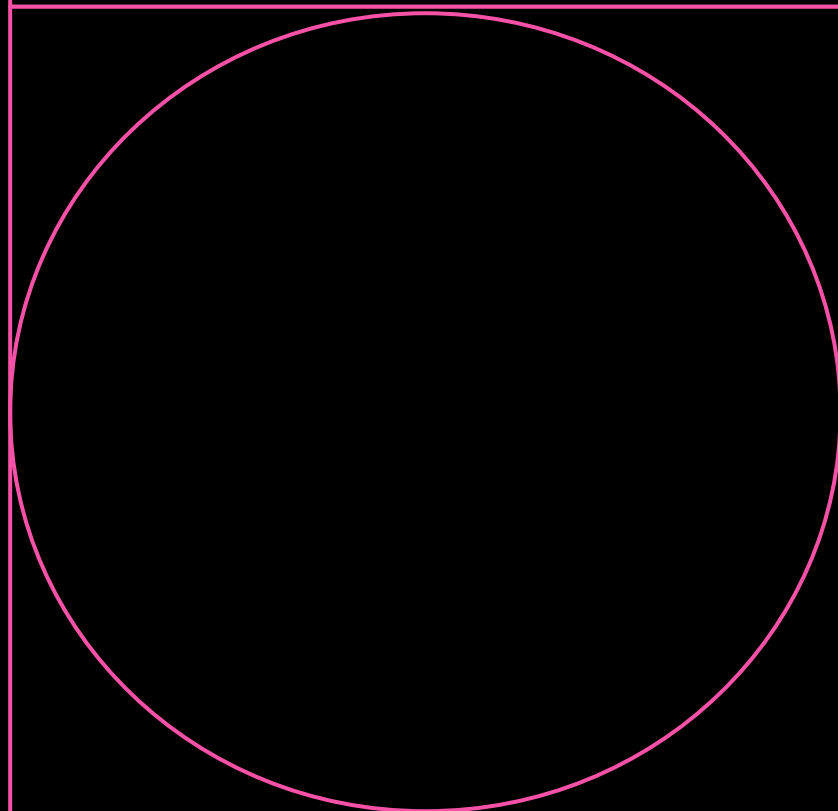
Точка и её образ лежат на одном перпендикуляре к оси. Расстояния от точки до оси и от образа до оси одинаковы.

02

ТОЧКА НА ОСИ

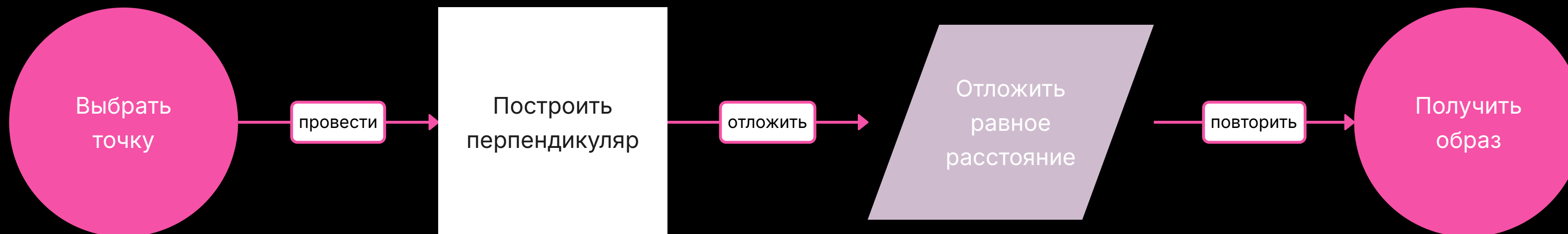
Если точка уже находится на оси, её положение не изменяется. Такая точка совпадает сама с собой.

03

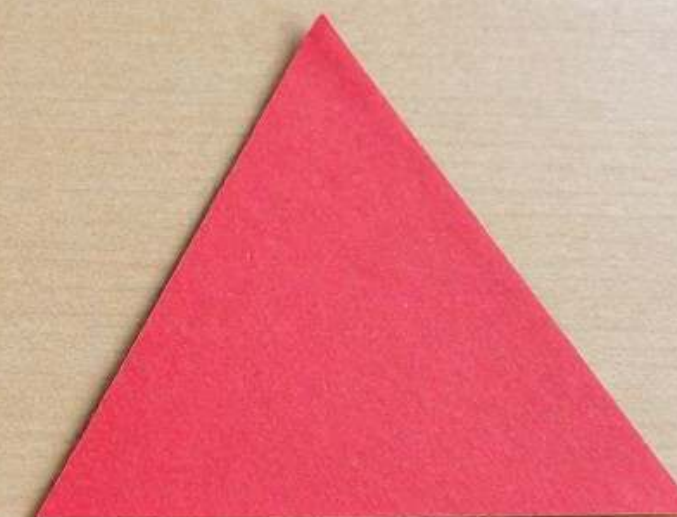
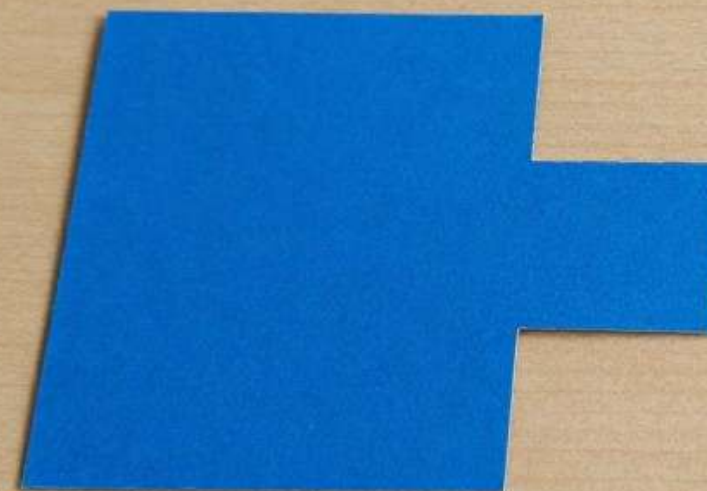


КАК СТРОИТСЯ ОТРАЖЕНИЕ

Отражение точки и затем всей фигуры относительно заданной оси.



СВОЙСТВА ОСЕВОЙ СИММЕТРИИ



СОХРАНЯЮТСЯ ИЗМЕРЕНИЯ

При осевой симметрии сохраняются длины отрезков и величины углов, поэтому отражённая фигура остаётся такой же по размеру и форме.

ПЛОЩАДЬ ОСТАЁТСЯ ТОЙ ЖЕ

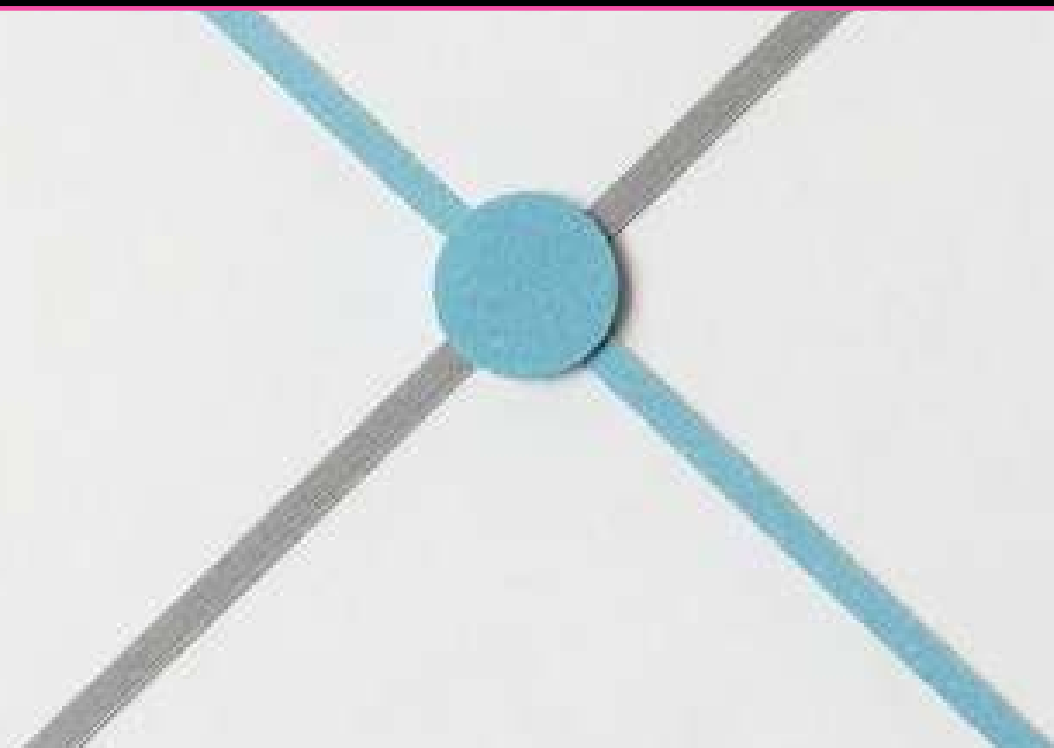
Площадь тоже не меняется, потому что фигура не растягивается и не сжимается. Меняется только её положение относительно оси.

МЕНЯЕТСЯ НАПРАВЛЕНИЕ

Ориентация становится противоположной: левая и правая стороны как бы меняются местами. Поэтому важно строить точки строго по перпендикуляру.

						10	
	<i>НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ ОТРАЖЕНИЕ УДОБНО ПРОВЕРЯТЬ ПО РАССТОЯНИЮ ДО ОСИ.</i>						
	2			у точки и её образа всегда два одинаковых отрезка до оси. Схематическая проверка построений на координатной сетке			

ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ



ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Центральная симметрия определяется одной точкой O : каждая точка переходит на противоположную сторону от неё на такое же расстояние. Отрезок между точкой и её образом проходит через центр.

01

ГЛАВНЫЙ ПРИЗНАК

Если соединить точку и её образ, центр O окажется серединой этого отрезка. Значит, для проверки достаточно убедиться, что обе половины равны и лежат на одной прямой.

02

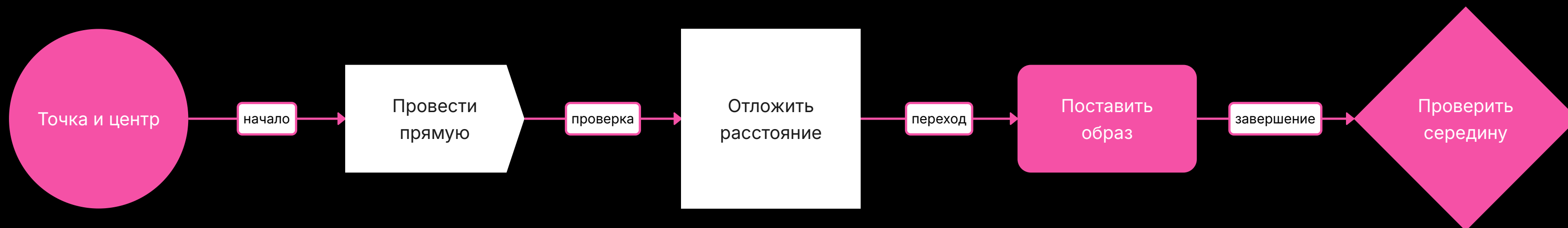
СВЯЗЬ С ПОВОРОТОМ

Такое преобразование можно представить как поворот на 180° вокруг точки O . Поэтому оно сохраняет длины, углы и форму, но меняет расположение фигуры на плоскости.

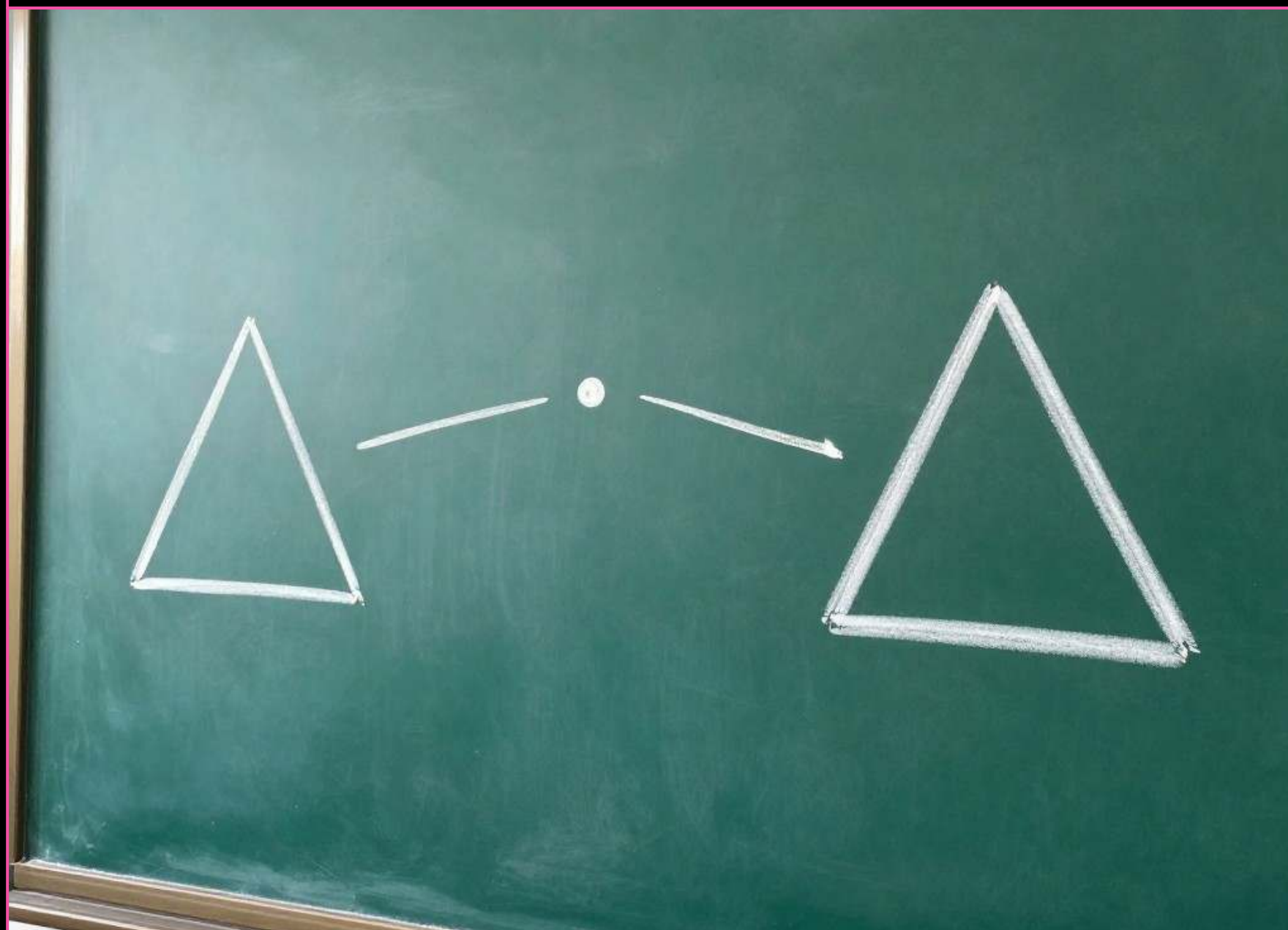
03

ПОСТРОЕНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

Алгоритм построения по точке и центру симметрии



СВОЙСТВА И ПРОВЕРКА



Что сохраняется

У центральной симметрии сохраняются длины отрезков, углы и площадь фигуры. Поэтому треугольник, квадрат или ломаная после построения остаются той же формы и размера.

Как запомнить

Преобразование совпадает с поворотом на 180° вокруг центра. Это удобно помнить: если мысленно развернуть фигуру на пол-оборота, получится тот же образ.

Как проверить

Проверяя построение, следите за двумя условиями: точка должна лежать на одной прямой с центром, а расстояния от центра до точек должны быть равны.

ПОВОРОТ ВОКРУГ ТОЧКИ

ВЫБОР УГЛА

Сначала выбирают центр поворота и нужный угол. Затем для каждой вершины мысленно или на чертеже откладывают поворот в заданном направлении, не меняя расстояние до центра.

01

ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

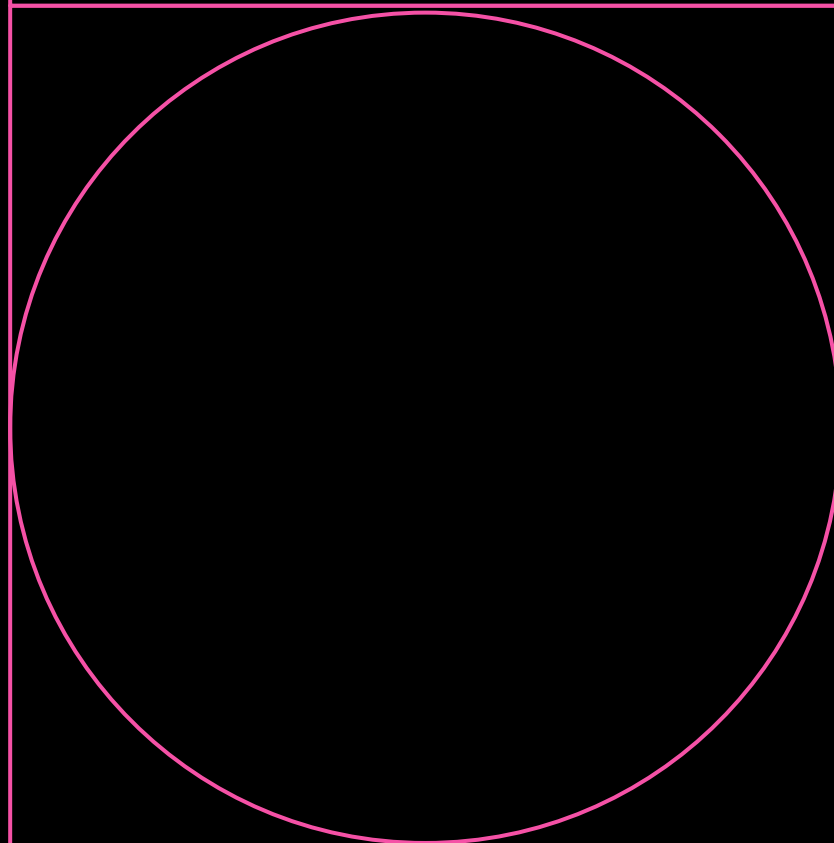
Точка движется по дуге окружности, а сам образ всегда остаётся на той же окружности с центром в точке поворота. Это удерживает фигуру на правильной дистанции.

02

ПОСТРОЕНИЕ ФИГУРЫ

Для многоугольника поворачивают все вершины одинаково, после чего соединяют их в том же порядке. Если одна вершина смещена неверно, вся фигура искажается.

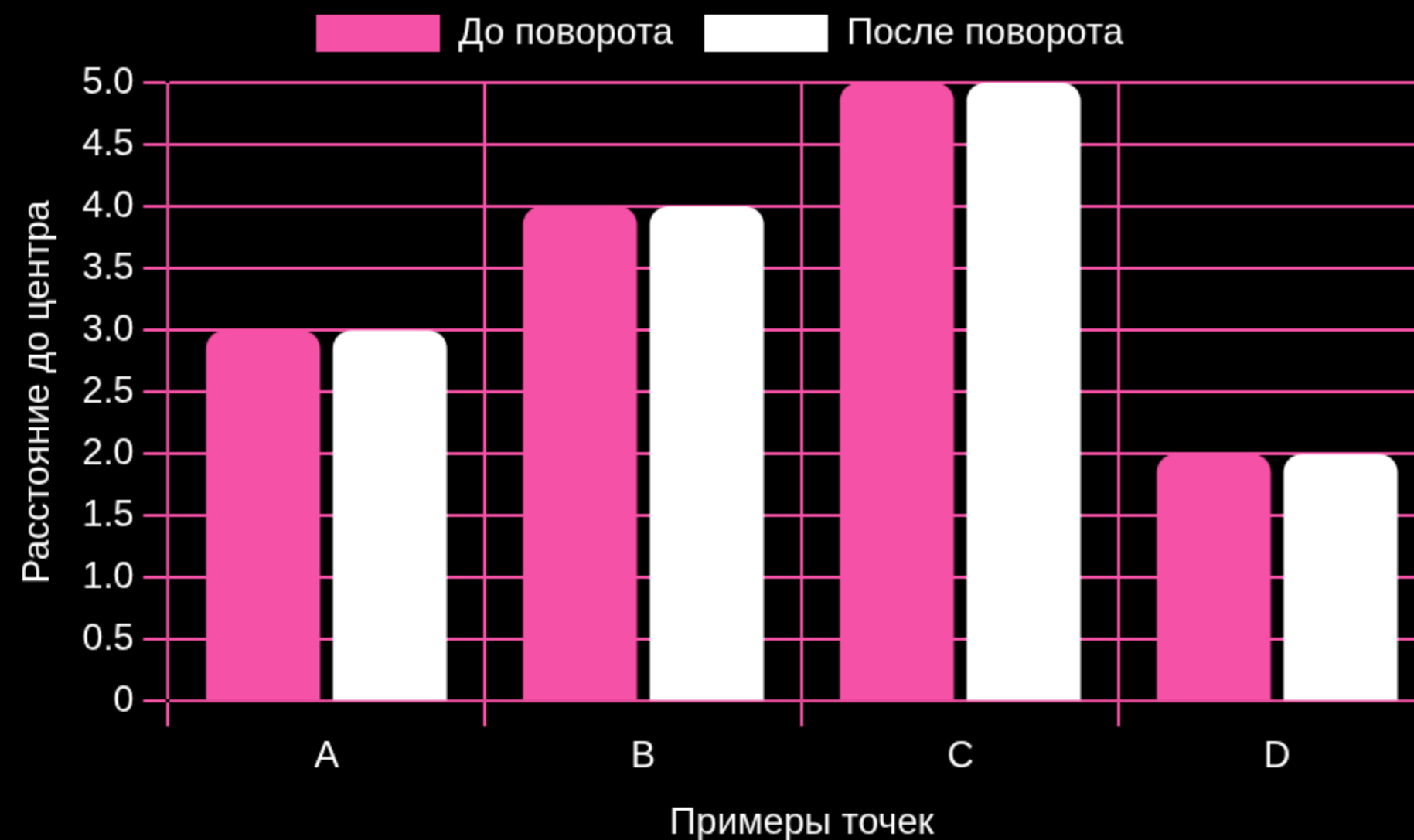
03



КООРДИНАТНЫЕ ПРАВИЛА ПОВОРОТА

На координатной плоскости поворот на 90° меняет местами координаты и знак одной из них. Направление поворота определяет, какая запись формулы используется.

Высота столбцов совпадает: поворот не меняет расстояние до центра. Формулы для координат нужно запоминать отдельно и проверять по направлению поворота.



ПОВОРОТ НА 180°



СМЫСЛ ПОВОРОТА

Поворот на 180° переводит каждую точку в противоположную сторону от центра на такое же расстояние. Поэтому фигура как будто разворачивается вокруг точки.

КООРДИНАТНАЯ ЗАПИСЬ

Если центр поворота находится в начале координат, то формула очень простая: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$. Это тот же результат, что и у центральной симметрии.

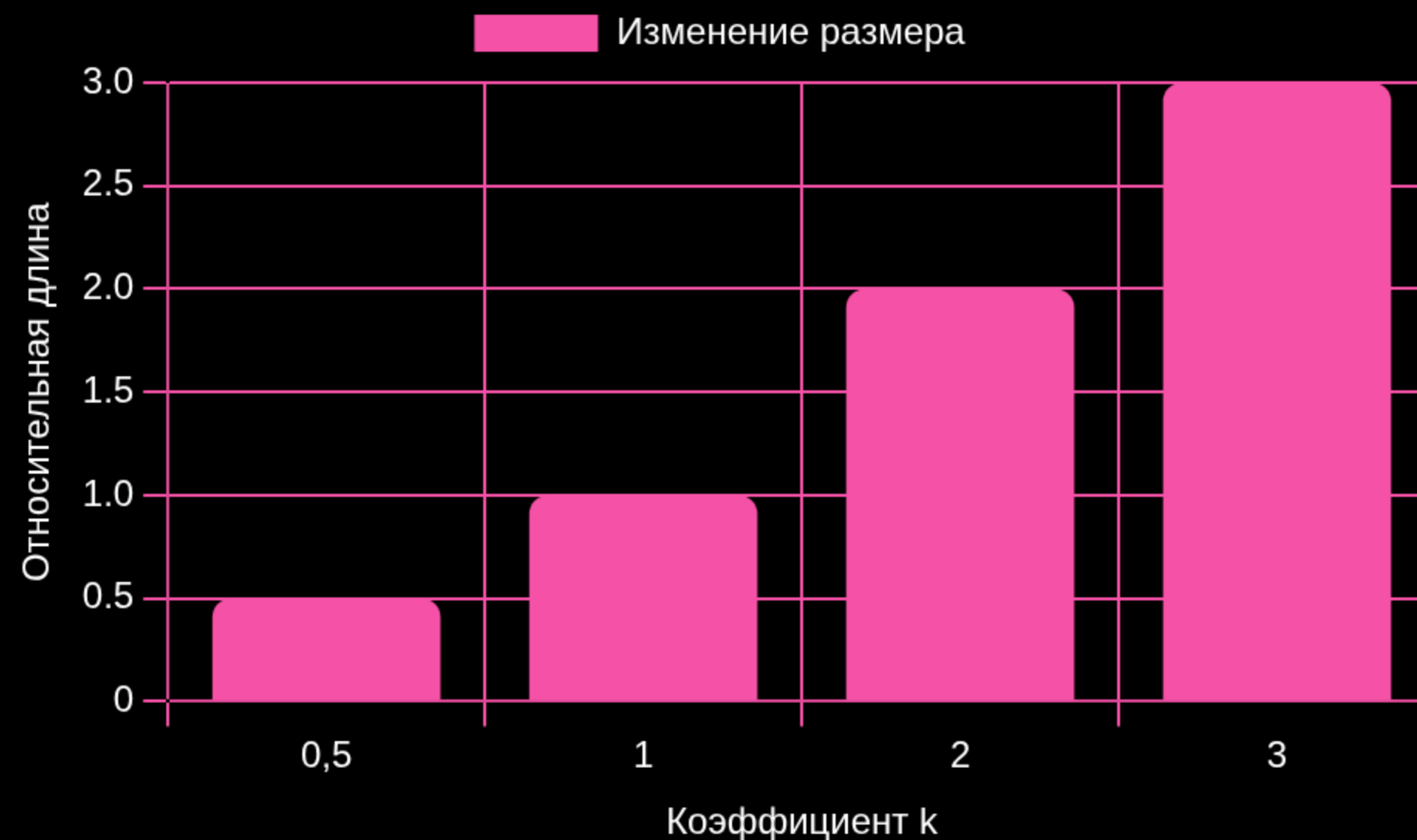
ПРОВЕРКА

При таком преобразовании сохраняются длины и углы, но положение фигуры полностью меняется. Проверка удобна по серединам отрезков: центр должен делить их пополам.

МАСШТАБИРОВАНИЕ И ПОДОБИЕ

Гомотетия показывает, как одна и та же фигура может стать больше или меньше, оставаясь похожей на исходную. Коэффициент k задаёт масштаб изменения.

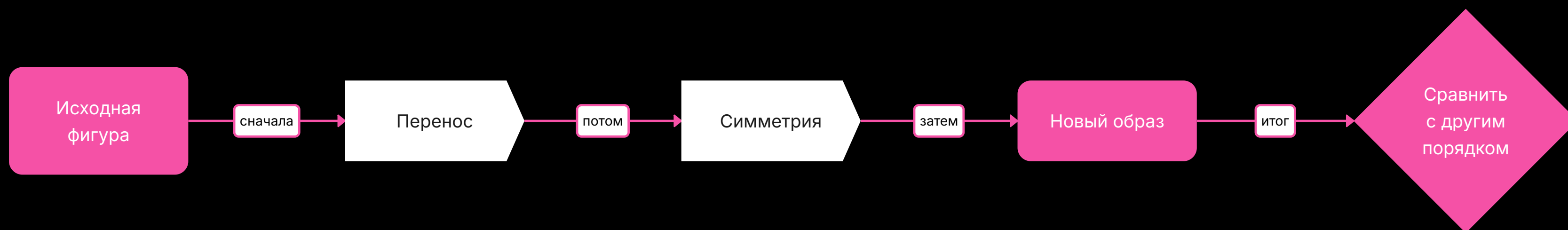
Чем больше k , тем сильнее увеличение; при k меньше 1 фигура уменьшается. Пропорции и углы не меняются, поэтому сохраняется подобие.





КОМПОЗИЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Порядок действий влияет на конечный результат



ПРАКТИКА: КОРОТКАЯ ПРОВЕРКА

Короткая проверка помогает быстро увидеть, понимает ли ученик правило преобразования и умеет ли использовать координаты, середины и равные расстояния.

Все задания сводятся к одному из трёх признаков: направление, равенство расстояний и положение середины. Это делает проверку быстрой и точной.

Шаг	Действие	Опора
1	Распознать	рисунок
2	Построить	координаты
3	Проверить	середина

ГЛАВНОЕ О ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЯХ



Преобразования фигур удобно группировать по тому, что они сохраняют: движения не меняют длины и углы, а подобие ещё и удерживает форму. Если помнить правила, строить и проверять фигуры становится значительно проще.