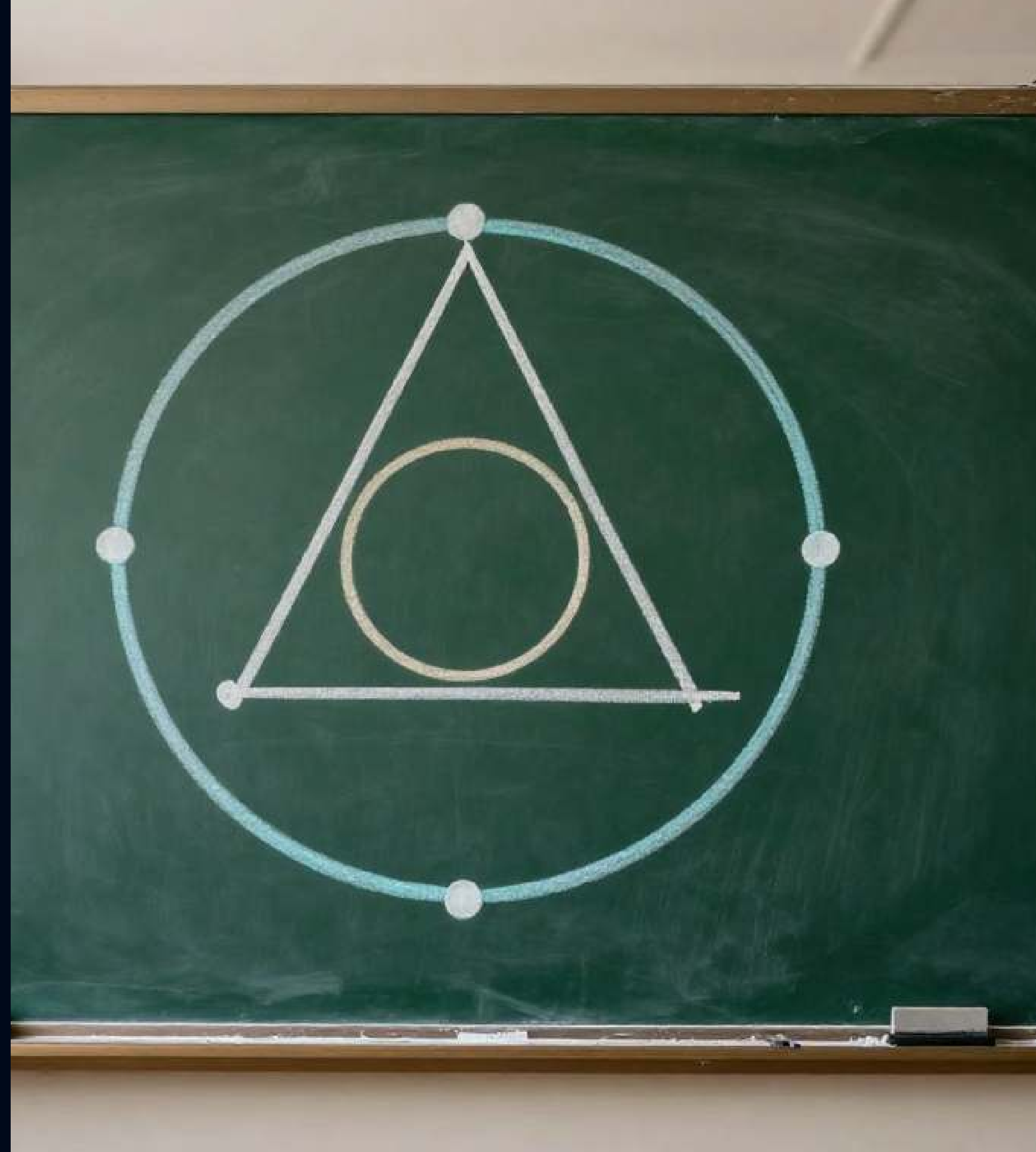


Вписанная и описанная окружности

Две окружности, связанные с треугольником.



Геометрия треугольника в действии



Эта тема помогает строить чертежи, находить неизвестные элементы и проверять решения. Она соединяет углы, стороны и симметрию в одной понятной геометрической модели.



Вписанная окружность: определение и основные элементы

1. Окружность внутри треугольника

Вписанная окружность касается всех трёх сторон треугольника изнутри. Каждая точка касания принадлежит только одной стороне, поэтому окружность точно «вписывается» в фигуру.



2. Равные расстояния

Центр вписанной окружности одинаково удалён от всех сторон треугольника. Это расстояние называют радиусом вписанной окружности и обозначают буквой r .



3. Что важно запомнить

Если известен центр и радиус, окружность легко построить. Если известны стороны треугольника, можно проверить, действительно ли окружность касается каждой стороны.

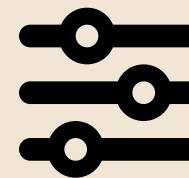


Центр вписанной окружности



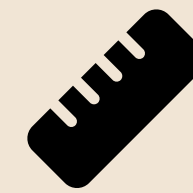
Инцентр

Центр вписанной окружности называется инцентром. Он всегда находится внутри треугольника и является точкой, из которой одинаково удобно измерять расстояние до всех его сторон.



Пересечение биссектрис

Инцентр находится в точке пересечения биссектрис углов треугольника. Каждая биссектриса делит угол на две равные части, поэтому их общая точка обладает особыми свойствами.



Связь со сторонами

От инцентра до каждой стороны можно опустить перпендикуляр. Все такие отрезки будут равны, а их длина и есть радиус вписанной окружности.

Что определяет вписанную окружность

■ Биссектрисы ■ Точка пересечения
■ Перпендикуляры к сторонам ■ Точки касания
■ Радиус r

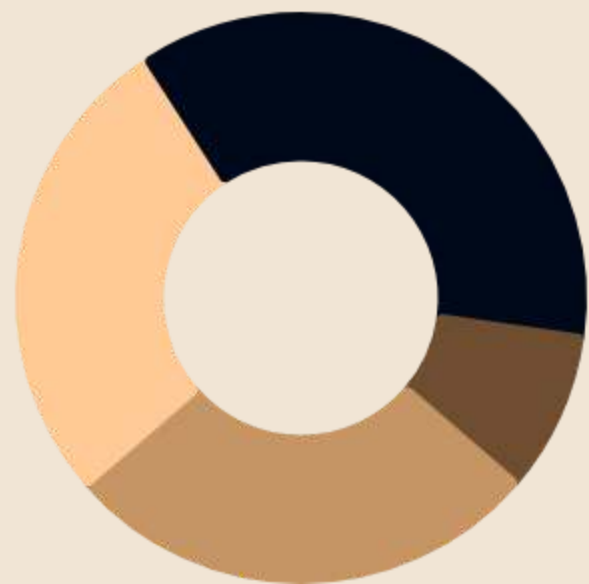


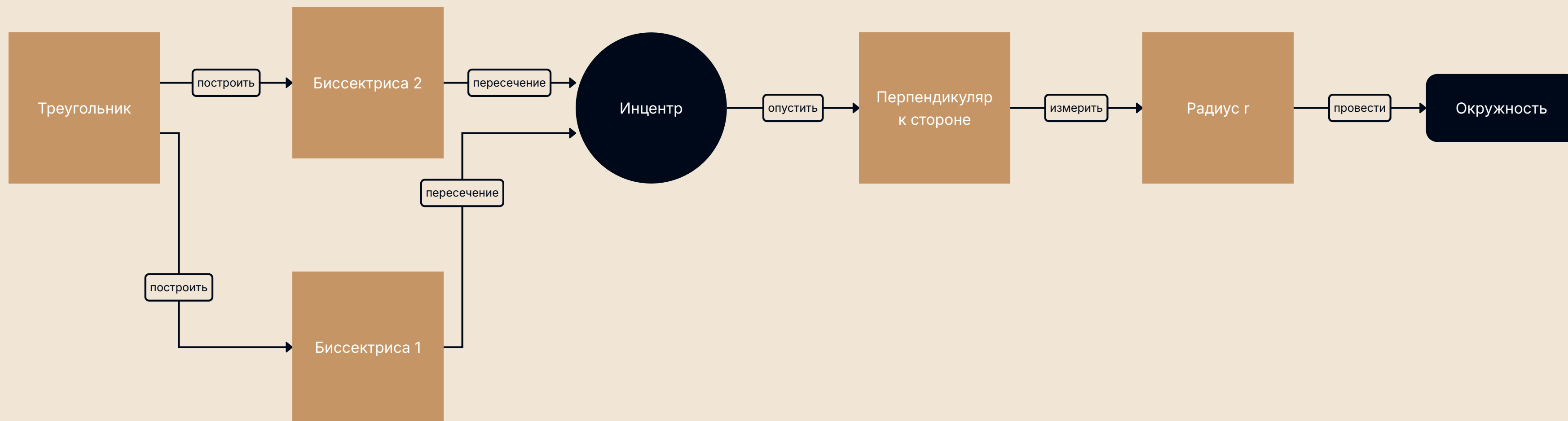
Схема показывает, как из биссектрис получается центр окружности и как радиус связан с касанием сторон.

Две биссектрисы находят инцентр, а третья подтверждает построение; радиус всегда перпендикулярен стороне в точке касания.

Школьный курс геометрии, 8 класс

Построение вписанной окружности

Алгоритм построения по свойствам биссектрис и касания сторон



Формула позволяет находить r без построений: достаточно знать площадь треугольника и его полупериметр. Это удобно в задачах на вычисление и проверку ответа.



$$r = S/p$$

где радиус выражается через площадь и полупериметр треугольника.

Школьный курс геометрии, 8 класс

Частные случаи для вписанной окружности



Таблица показывает, как ведёт себя центр вписанной окружности в разных треугольниках.

Вид треугольника	Особенность	Радиус
Равносторонний	Все линии совпадают	$a\sqrt{3}/6$
Равнобедренный	Центр на оси	Равные боковые
Прямоугольный	Центр внутри	Зависит от сторон

Во всех случаях инцентр связан с равными расстояниями до сторон, но его положение зависит от вида треугольника.



Школьный курс геометрии, 8 класс

Вписанная окружность на чертеже треугольника

Точки касания

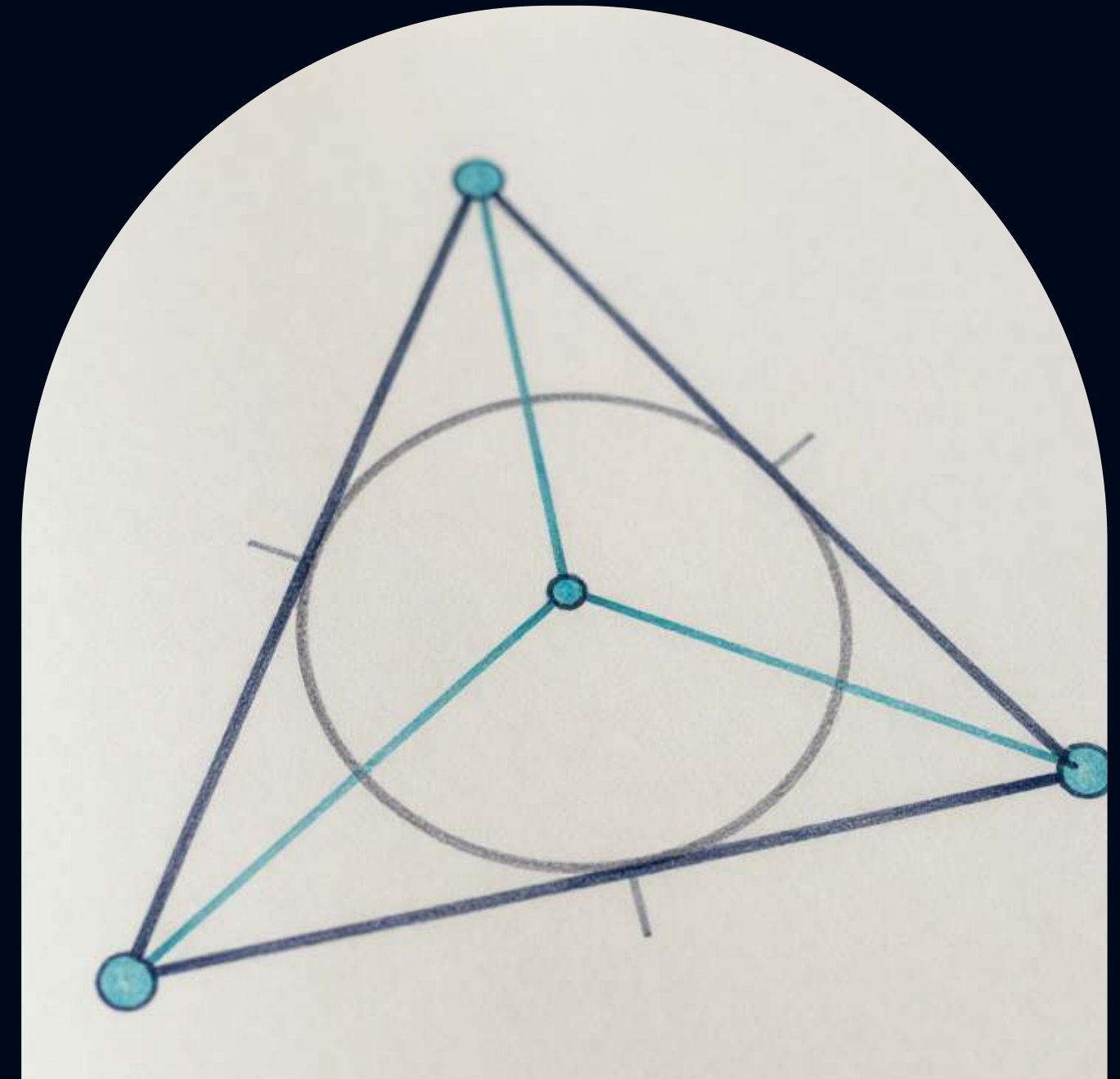
На чертеже видно три точки, где окружность касается сторон треугольника. Именно по ним удобно проверять, правильно ли построена вписанная окружность.

Центр внутри фигуры

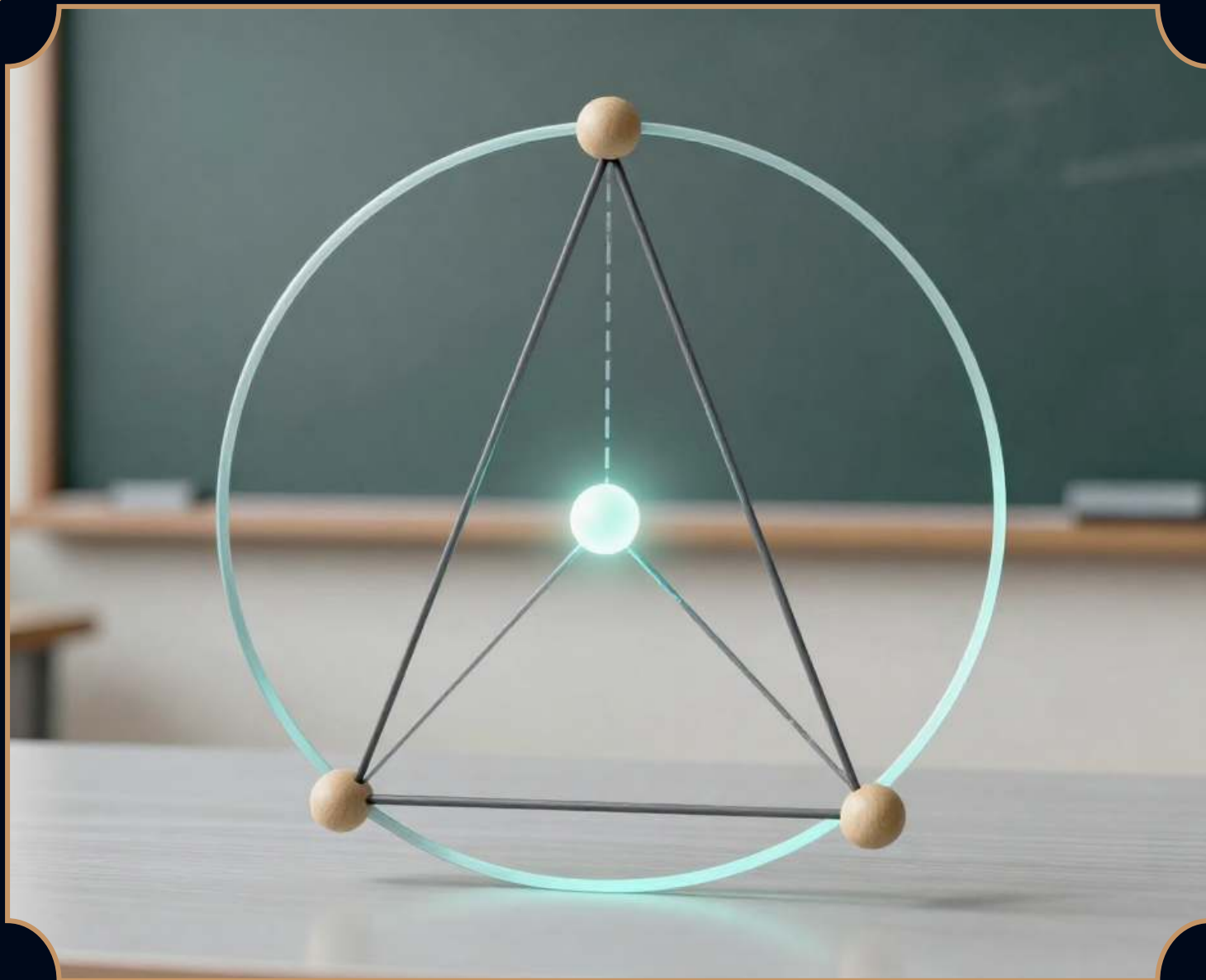
Инцентр расположен внутри треугольника и соединён с точками касания радиусами. Эти отрезки равны и перпендикулярны соответствующим сторонам.

Подсказки на рисунке

Биссектрисы и отметки равных отрезков помогают быстрее понять, почему окружность касается всех сторон. Такой рисунок делает свойства темы наглядными и запоминающимися.



Описанная окружность: определение и основные элементы



Окружность через вершины



01



Описанная окружность проходит через все вершины треугольника. Значит, каждая вершина лежит на одной и той же окружности, а расстояния до центра равны.

Центр окружности



02



Центр описанной окружности находят как точку пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. Эта точка одинаково удалена от всех его вершин.

Радиус R



03



Радиус описанной окружности обозначают буквой R . Он равен расстоянию от центра до любой вершины и помогает строить окружность через три точки.

Положение центра описанной окружности

Прямоугольный треугольник

Центр описанной окружности лежит в середине гипотенузы: это точка, равноудалённая от всех трёх вершин.

Остроугольный треугольник

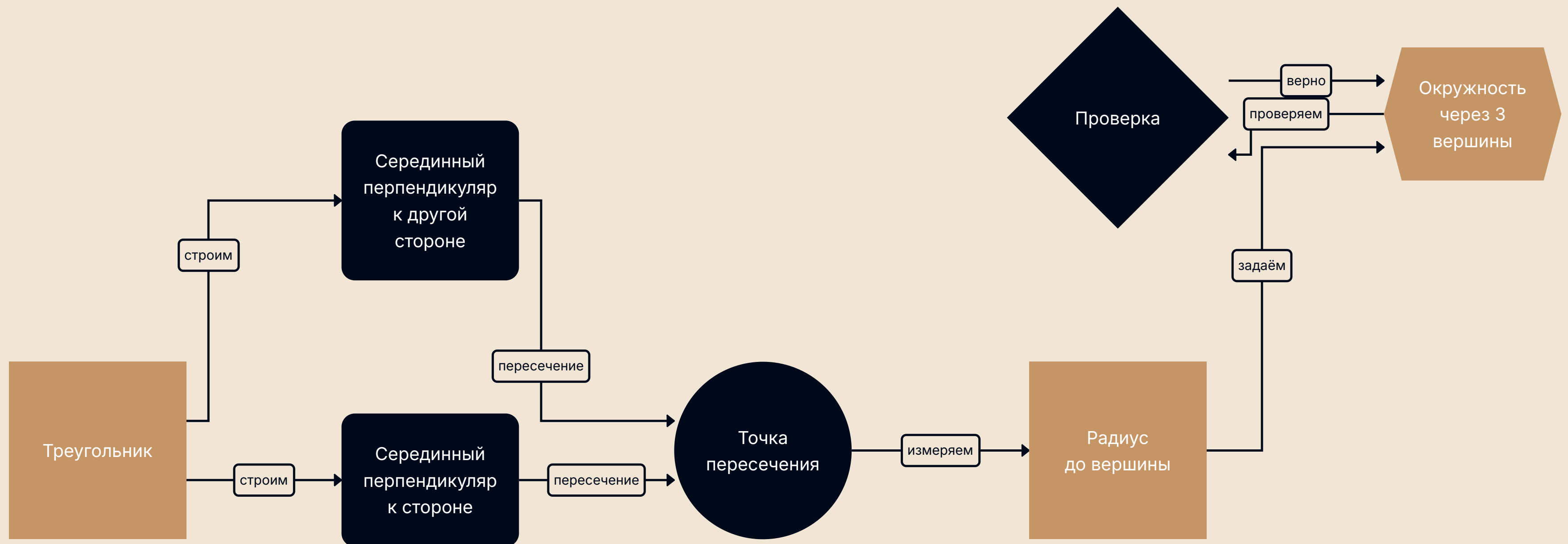
Циркумцентр находится внутри треугольника, потому что все серединные перпендикуляры пересекаются в его пределах.

Тупоугольный треугольник

При тупом угле центр смещается вне треугольника, хотя остаётся равноудалённым от его вершин.

Построение описанной окружности

Последовательность основана на серединных перпендикулярах к сторонам треугольника и проверке равенства расстояний до всех вершин.



Где расположен центр описанной окружности

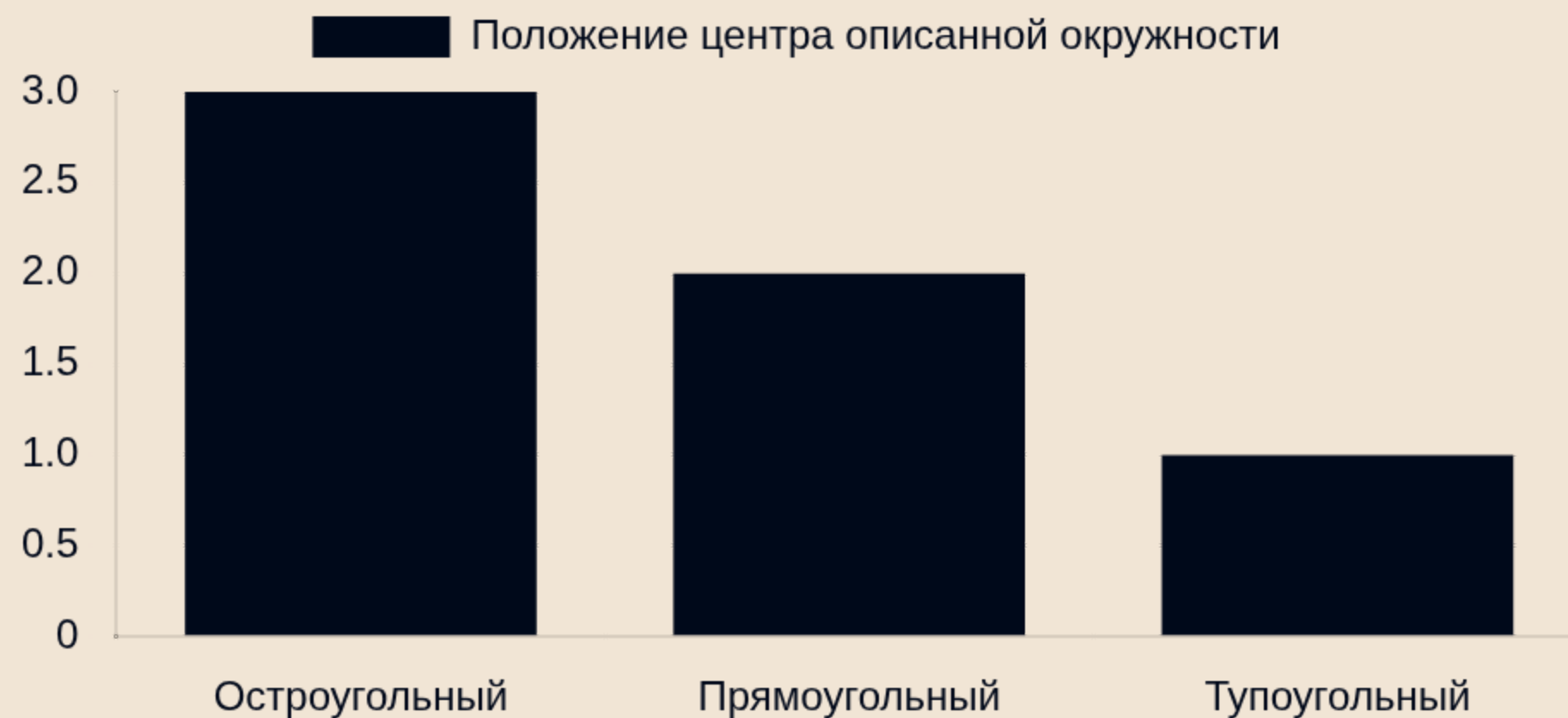


Схема показывает не расстояния,
а типичное положение центра
в зависимости от вида треугольника.

Чем больше угол, тем сильнее меняется
положение центра: внутри, на стороне
или вне треугольника.



Схематическое обобщение свойств треугольников

Это правило позволяет сразу найти радиус, если известна гипотенуза, и не выполнять лишние вычисления.



$$1/2$$

гипотенузы равен радиус описанной окружности
прямоугольного треугольника.

Свойство описанной окружности прямоугольного
треугольника

Сравнение вписанной и описанной окружностей

Признак	Вписанная	Описанная
Касание	Стороны	Вершины
Центр	Биссектрисы	Перпендикуляры
Радиус	r	R

Кратко сопоставим, чем отличаются две окружности и какие элементы треугольника с ними связаны.

Окружности решают разные задачи: одна связана со сторонами, другая — с вершинами и расстояниями до них.

Свойства вписанной и описанной окружностей треугольника

Связь с особыми линиями треугольника

Биссектрисы

Именно биссектрисы приводят к инцентру — точке, одинаково удалённой от всех сторон. Поэтому для вписанной окружности важно уметь строить и читать деление угла пополам.

Серединные перпендикуляры

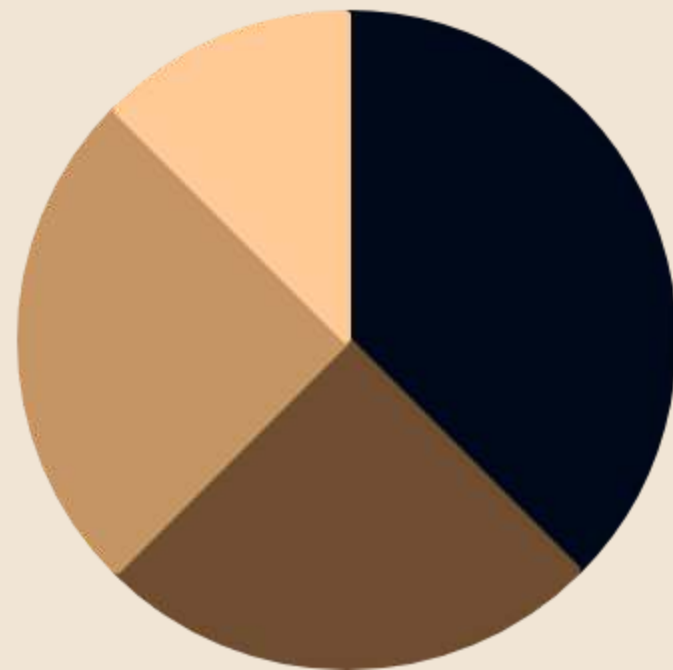
Серединные перпендикуляры к сторонам пересекаются в центре описанной окружности. Эта точка равноудалена от вершин, поэтому подходит для построения окружности через все три вершины.

Особый случай

В равностороннем треугольнике медианы, высоты, биссектрисы и серединные перпендикуляры совпадают. Из-за полной симметрии все основные центры оказываются в одной точке.

Какие данные используют в задачах

■ Стороны ■ Углы ■ Периметр и площадь
■ Вид треугольника



Учебные задачи по теме вписанной и описанной окружностей

Для разных окружностей нужны не одни и те же исходные данные: это помогает выбрать правильный способ решения.

Чем точнее задан треугольник, тем легче найти радиус, центр и проверить возможность построения.

Где встречаются вписанные и описанные окружности



Узор на плитке

На полу мозаика из треугольников часто выглядит особенно аккуратно, если в неё вписаны или описаны окружности. Такие элементы помогают создать ритм, симметрию и чёткие границы между деталями рисунка.

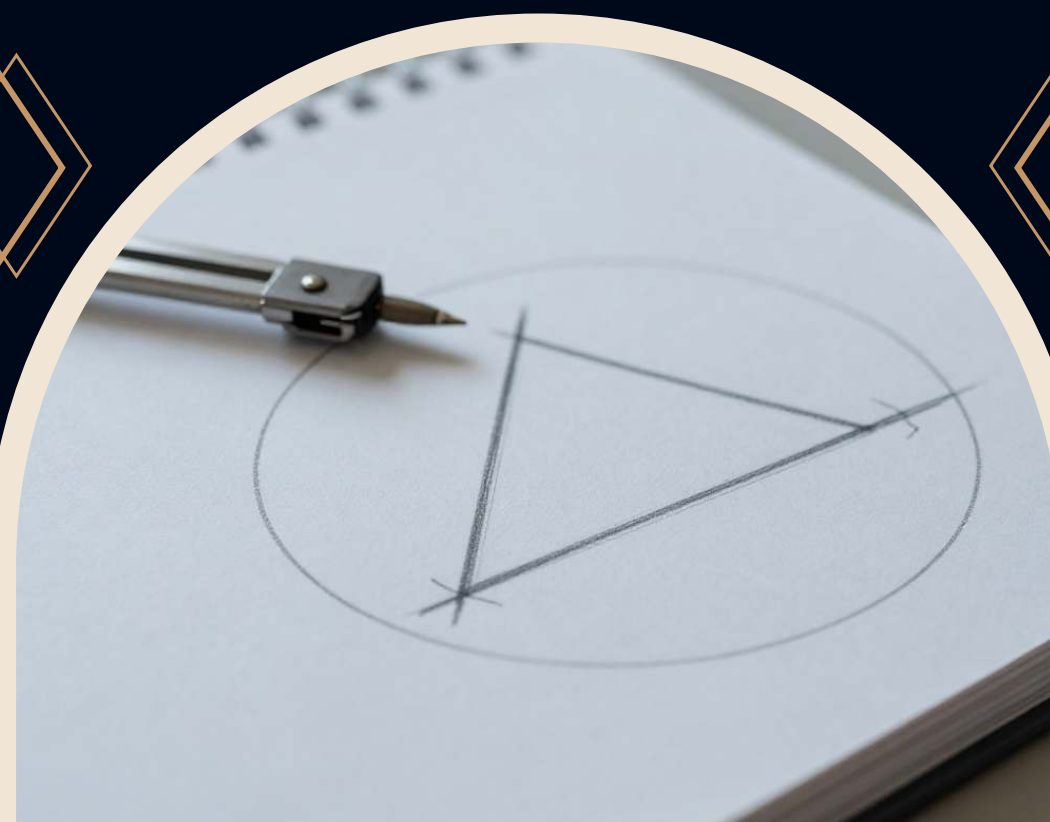
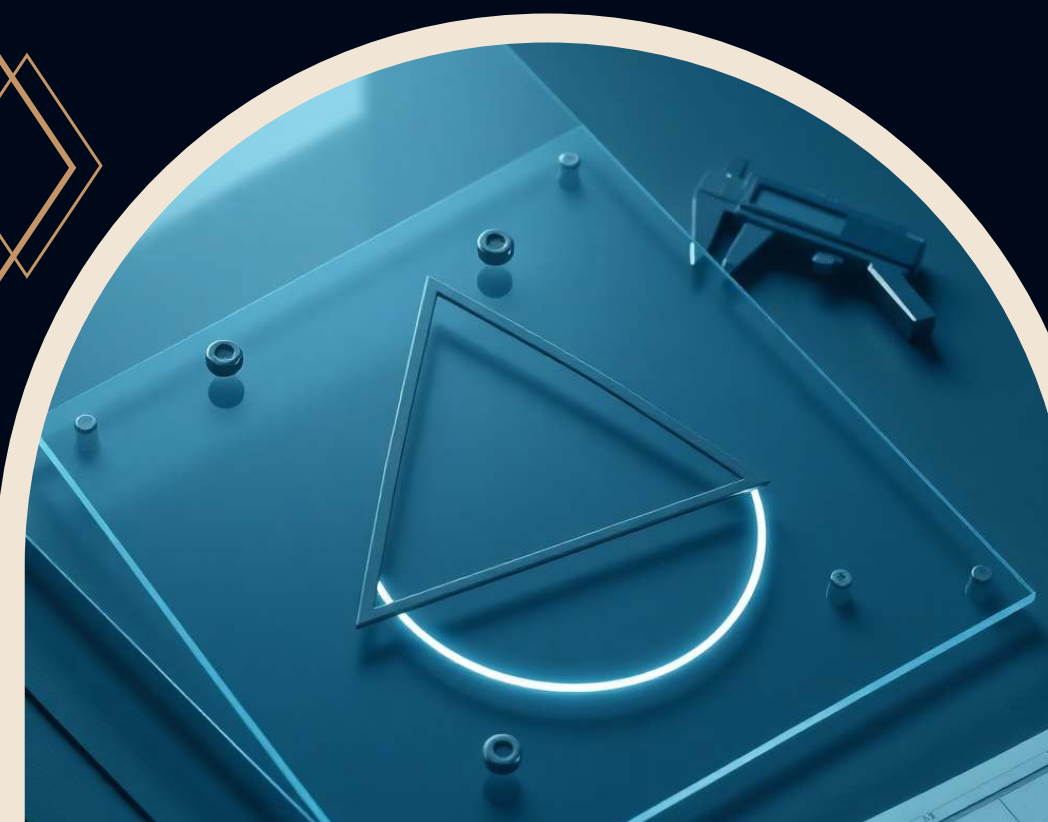


Чертёж в тетради

На школьном чертеже окружности показывают, как из простого треугольника получить точную геометрическую конструкцию. Видно, что даже без украшений фигура выглядит завершённой и очень аккуратной.



Инженерная схема

В технических рисунках геометрические построения помогают быстро задать симметрию и проверить точность деталей. Окружности вокруг треугольных элементов делают схему понятнее и позволяют избежать ошибок при разметке.

Типичные ошибки при изучении темы

1. Путают линии

Биссектриса делит угол пополам,
а серединный перпендикуляр
проходит через середину стороны
под прямым углом.
Если их перепутать, центр
окружности получится неверным.

2. Неверно ищут центр

Не все центры лежат внутри
треугольника. У описанной
окружности точка пересечения
перпендикуляров может оказаться
вне фигуры, особенно
в тупоугольном треугольнике.

3. Смешивают вершины и касания

Точки касания вписанной
окружности находятся
на сторонах, а не в вершинах
треугольника. Эта ошибка
приводит к неправильному
чертежу и сбивает при решении
задач.



Что важно запомнить

Вписанная и описанная окружности связаны с разными элементами треугольника: сторонами и вершинами. Их центры находят по особым линиям, а свойства помогают уверенно решать задачи на построение и вычисления.

