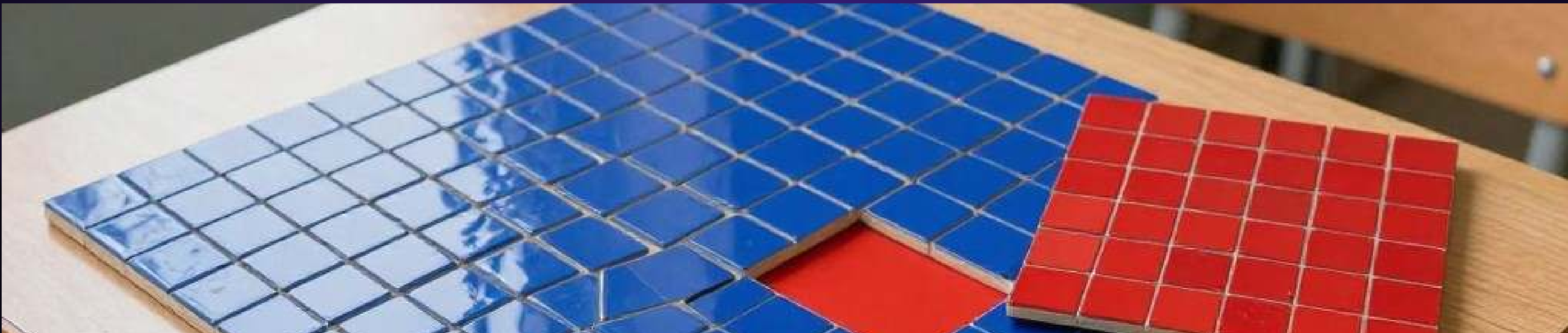




Разложение на множители разности квадратов

Формула, которая упрощает выражения и вычисления.

Зачем нужна эта формула в 7 классе

/2



Разность квадратов часто встречается в преобразовании выражений, сокращении дробей и решении уравнений. Эта формула учит быстро узнавать удобный вид записи и заменять длинное умножение коротким разложением.

Что называют разностью квадратов

/3

Два полных квадрата

Разностью квадратов называют выражение, где обе части являются полными квадратами. Например, $x^2 - 9$ и $25y^2 - 4$ подходят, потому что каждое слагаемое можно представить как квадрат числа или выражения.

Только знак минус

Между квадратами обязательно должен стоять знак минус. Именно он делает выражение разностью, а не суммой. Поэтому $x^2 + 9$ не подходит: здесь складываются два слагаемых, а не вычитаются.

Проверяйте вид

Не каждое выражение с минусом является разностью квадратов. Например, $x^2 - 5$ не подходит, потому что число 5 не является полным квадратом. Формулу применяют только при точном совпадении признаков.

Примеры для узнавания

Полезно запомнить типичные формы: $49 - m^2$, $x^2 - 16$, $81a^2 - 4b^2$. Во всех случаях обе части можно извлечь как квадраты, а затем разложить выражение на множители.

Геометрический смысл формулы

/4



Площадь большого квадрата

Площадь квадрата со стороной a равна a^2 . Если из него мысленно убрать квадрат со стороной b , остаётся часть площади, которую можно по-разному разрезать на прямоугольники.

Две равные полосы

Оставшуюся фигуру удобно представить как две прямоугольные полосы. Их размеры связаны со сторонами a и b , поэтому площадь можно выразить через произведение $(a - b)(a + b)$.

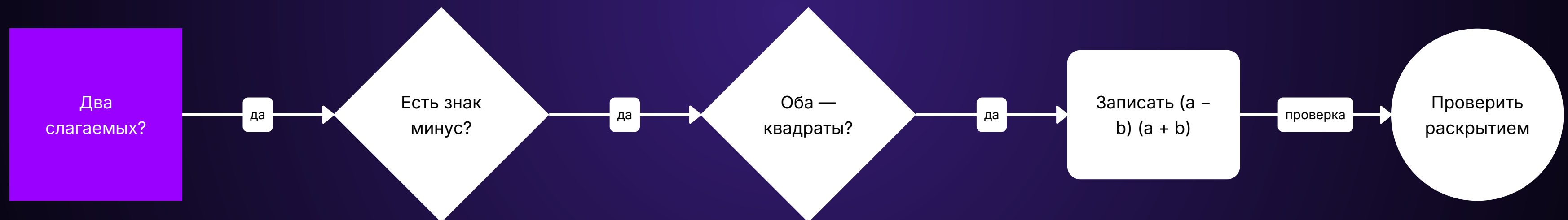
Почему это важно

Такая геометрическая модель помогает увидеть, что формула не возникает случайно. Она отражает связь между площадью фигуры и умножением, а значит делает алгебраическое правило более понятным.

Как распознать разность квадратов

/5

Последовательность проверки выражения перед разложением по формуле



Примеры разложения по формуле

/6

Выражение	Разложение
$x^2 - 16$	$(x - 4)(x + 4)$
$9y^2 - 25$	$(3y - 5)(3y + 5)$
$4a^2 - 1$	$(2a - 1)(2a + 1)$
$49 - z^2$	$(7 - z)(7 + z)$

Примеры по формуле $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Во всех примерах нужно сначала найти корни квадратов, а затем записать произведение с разностью и суммой этих корней.

Главный шаг — увидеть полные квадраты и аккуратно извлечь их корни.

При умножении $(a - b)(a + b)$ появляются два противоположных средних слагаемых. Они сокращаются, и остаётся только разность квадратов.

/7

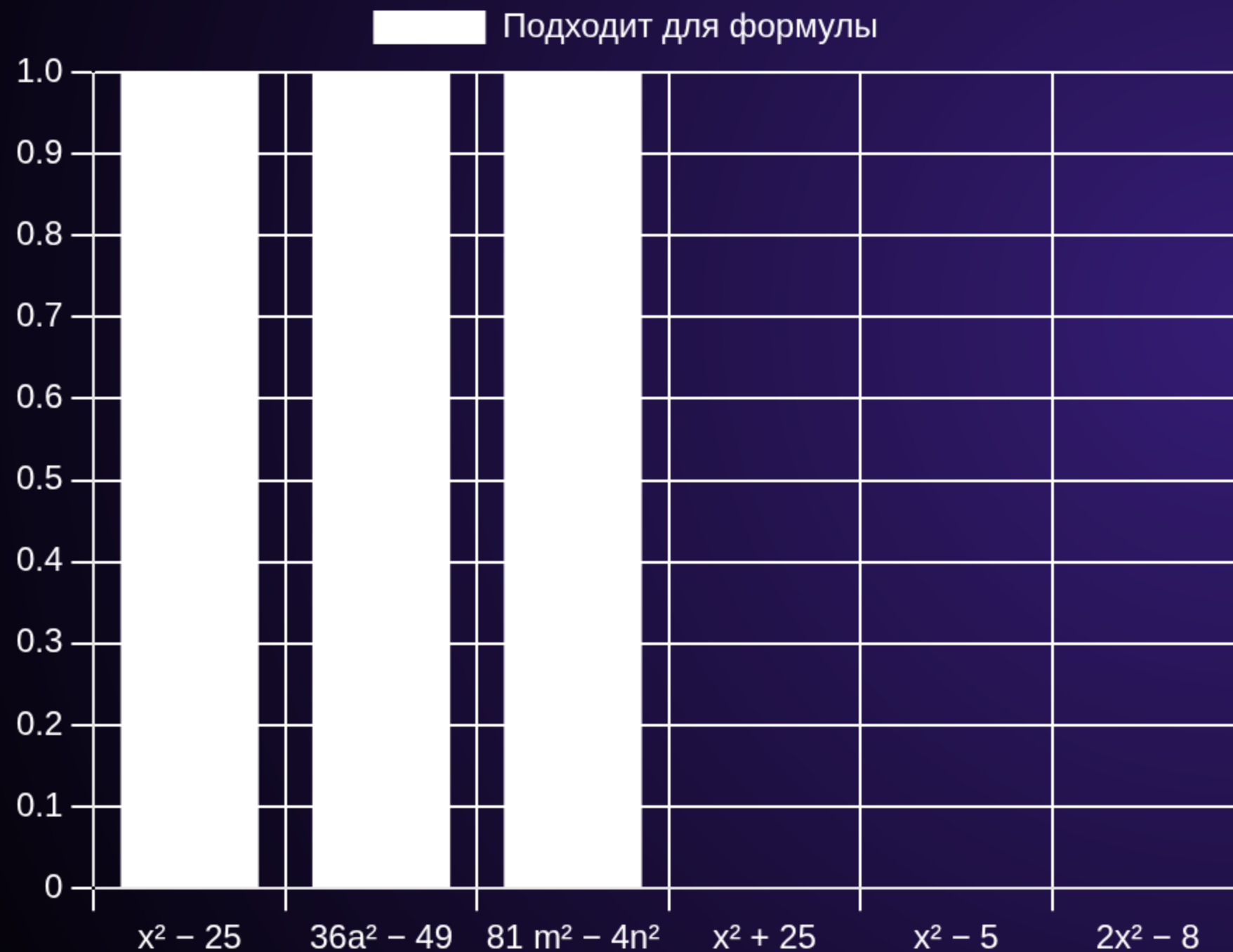
2

средних слагаемых взаимно
уничтожаются при раскрытии скобок

Раскрытие скобок в формуле $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Какие выражения подходят для разложения

/8



Перед применением формулы полезно проверить каждый пример отдельно: иногда сначала нужно вынести общий множитель или заменить выражение на более удобный вид.

Формула работает только для разности двух полных квадратов; плюс, неполный квадрат или общий множитель меняют способ преобразования.

Учебные примеры по теме разности квадратов

Типичные ошибки при разложении

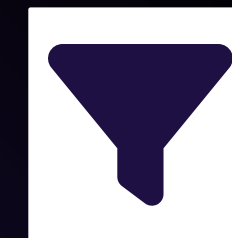
/9

Путают с квадратом суммы



Не стоит смешивать $a^2 - b^2$ с $(a - b)^2$. У этих записей разный смысл и разный результат после раскрытия скобок, поэтому важно внимательно смотреть на знак между слагаемыми.

Забывают про общий множитель



В выражении $2x^2 - 8$ сначала нужно вынести общий множитель 2. Только после этого можно проверить, получится ли разность двух квадратов и применить формулу без ошибок.

Неверно находят корень



Если дано число 49, его квадратный корень равен 7, а не 49. Ошибка в извлечении корня сразу приводит к неверному разложению и неправильному ответу.

Не проверяют результат



После разложения полезно раскрыть скобки и сравнить ответ с исходным выражением. Такая проверка быстро показывает, правильно ли найдены корни и не пропущен ли знак.

Примеры с числами

/10

Первый пример

$14^2 - 5^2$ превращается в $(14 - 5)(14 + 5)$, а затем в $9 \cdot 19$. Так вычисление становится короче: вместо двух квадратов достаточно умножить два числа.



Второй пример

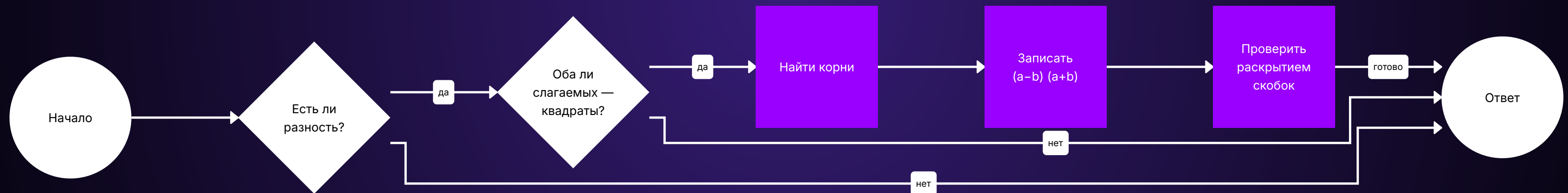
$81 - 16$ можно записать как $(9 - 4)(9 + 4)$ и получить $5 \cdot 13$. Такой способ показывает, что формула помогает быстро находить ответ без лишних промежуточных действий.



Алгоритм разложения по формуле

/11

Пошаговая схема для распознавания и преобразования разности квадратов



Разложение выражений с переменными

/12

01 Сравниваем части

В выражении с буквами сначала выделяют два слагаемых и проверяют знак между ними. Для формулы разности квадратов обязательно нужен минус, а не плюс или другой знак действия.

Находим корни квадратов

02

Затем находят, чему равны корни каждого полного квадрата. В примере $16x^2 - 9y^2$ это $4x$ и $3y$, поэтому разложение записывают как $(4x - 3y)(4x + 3y)$.

03 Проверяем степень

Полным квадратом считается выражение с показателем 2, например $25x^2$ или $49y^2$. Если степень другая или есть лишний множитель, сначала нужно упростить запись, а потом применять формулу.

Где формула разности квадратов встречается чаще всего

/13

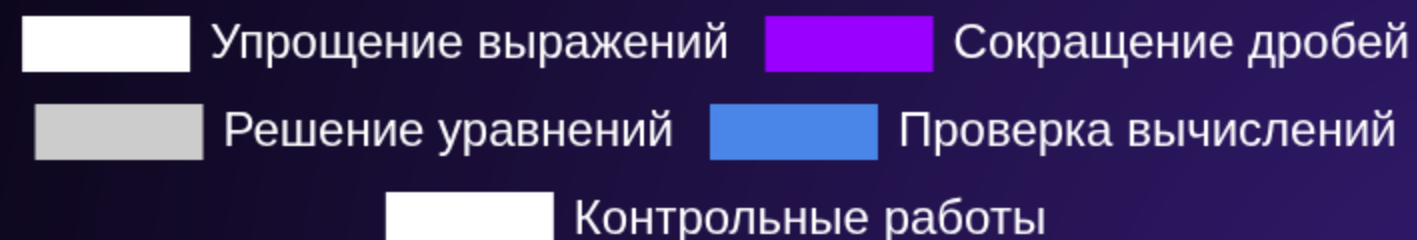


Диаграмма показывает, что формула нужна не только для ответов в тетради, но и для быстрого преобразования выражений в разных типах заданий.

Чаще всего формула используется там, где важно быстро увидеть структуру выражения и сократить вычисления.

Учебная классификация применения формулы в заданиях 7 класса

Формулы сокращённого умножения рядом

Формула	Вид	Особенность
$a^2 - b^2$	произведение	минус между квадратами
$a^2 + 2ab + b^2$	квадрат суммы	есть средний член
$a^2 - 2ab + b^2$	квадрат разности	есть средний член

Сравнение помогает не путать похожие записи и быстрее выбирать нужную формулу.

Главное различие — знак между квадратами и наличие среднего члена.

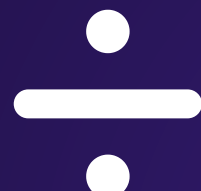
Как формула помогает сокращать дроби

/15



Разложить числитель

Сначала представляют числитель как разность квадратов, чтобы увидеть общий множитель. Это делает дробь короче и показывает, что можно сократить одинаковые части без лишних преобразований.



Сократить общий множитель

Если в числителе и знаменателе появляется одинаковый множитель, его сокращают. В примере с $x^2 - 9$ получается $(x - 3)(x + 3)$, и один множитель убирается.

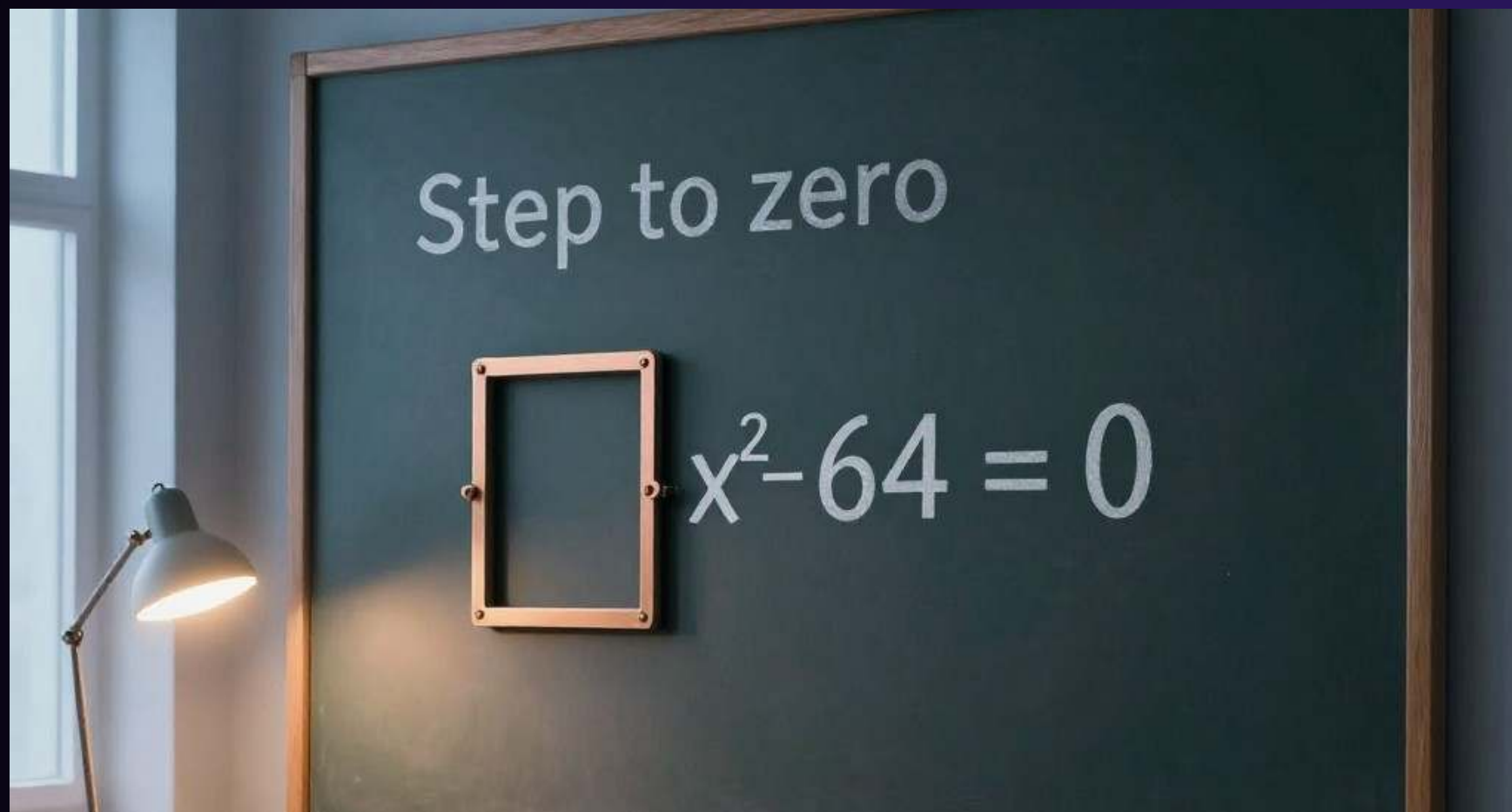


Проверить ограничение

После сокращения обязательно смотрят, при каком значении переменной знаменатель обращается в ноль. Для выражения $(x^2 - 9)/(x - 3)$ нельзя брать $x = 3$.

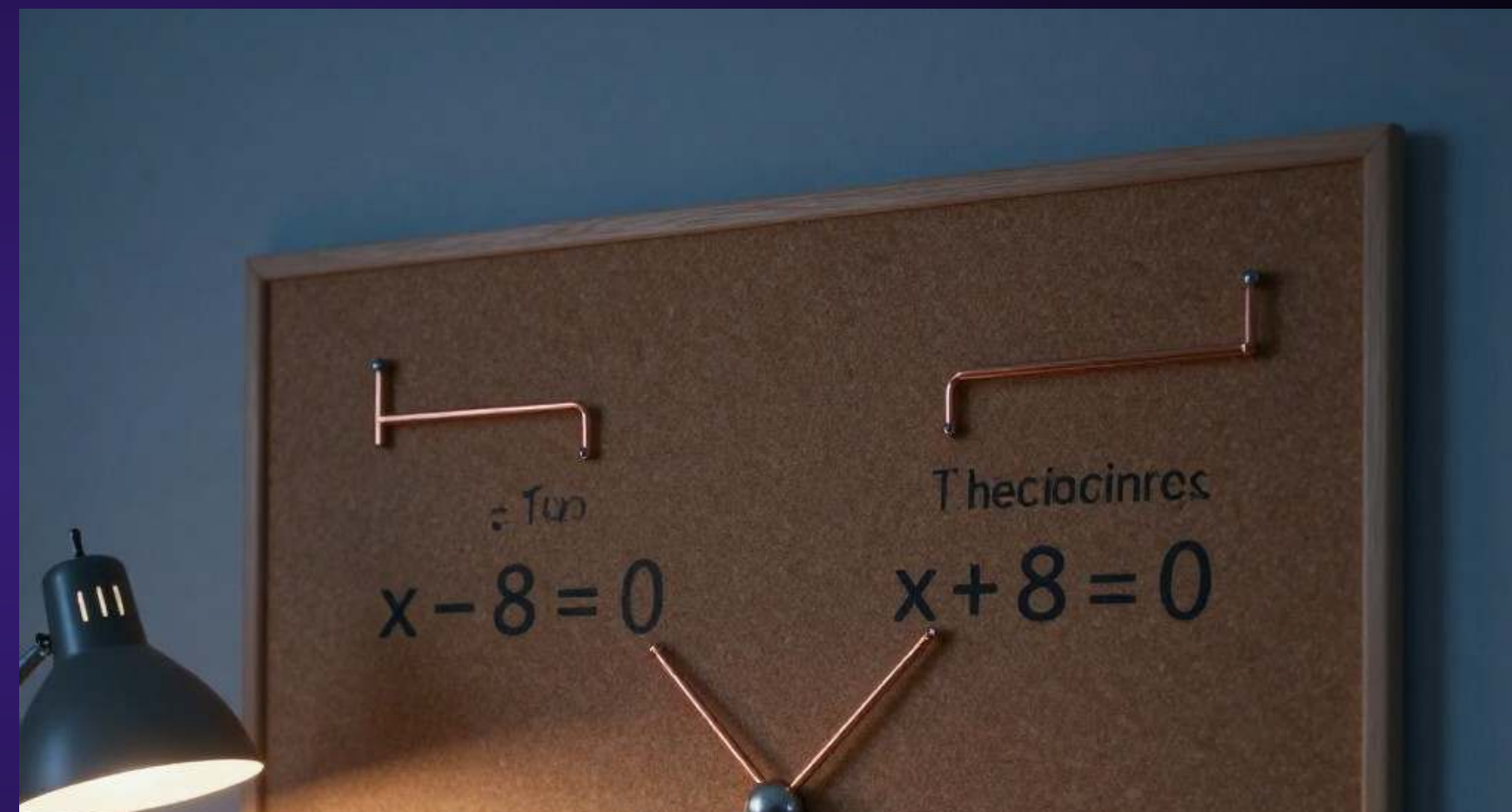
Решаем уравнение через разложение

/16



Шаг к нулю

Уравнение $x^2 - 64 = 0$ удобно переписать как разность квадратов. После разложения получается $(x - 8)(x + 8) = 0$, и задача сводится к поиску значений, при которых произведение равно нулю.

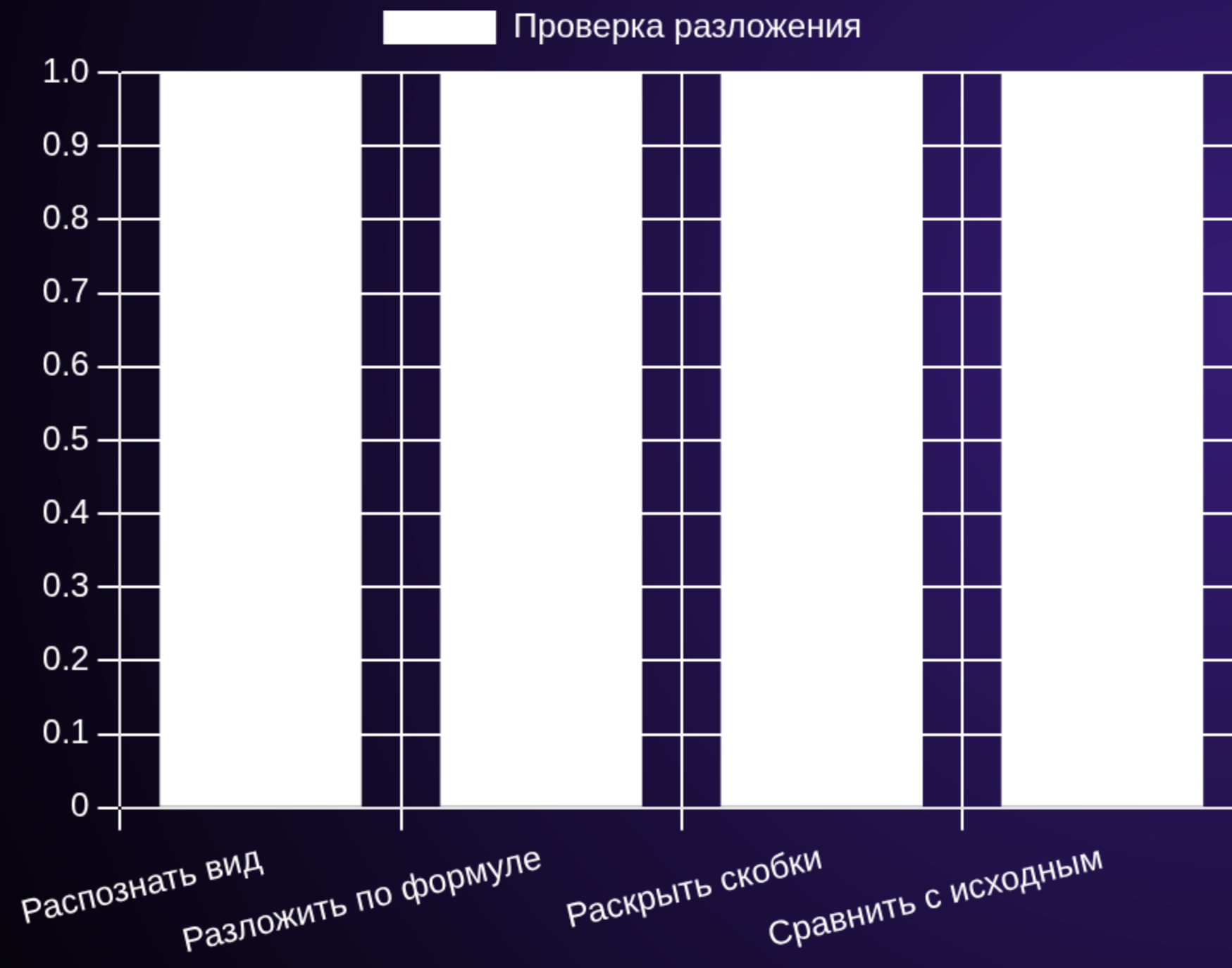


Две ветви ответа

Далее каждая скобка рассматривается отдельно: $x - 8 = 0$ или $x + 8 = 0$. На схеме это выглядит как дерево с двумя ветвями, ведущими к ответам $x = 8$ и $x = -8$.

Алгоритм проверки правильности разложения

/17



Проверка занимает всего несколько коротких шагов, если сразу держать в уме исходное выражение и внимательно следить за знаками.

Если после раскрытия скобок получается исходная запись, разложение верно; иначе нужно пересчитать корни или найти забытый множитель.

Алгоритм проверки по правилу раскрытия скобок

Мини-практика для закрепления

/18

Первый пример

Попробуйте разложить $x^2 - 49$. Здесь оба слагаемых являются квадратами, поэтому формула применяется сразу без дополнительных преобразований.

Второй пример

В выражении $100a^2 - 1$ легко увидеть два полных квадрата. Сначала найдите их корни, а затем запишите произведение двух скобок.

Третий пример

Для $36m^2 - 81n^2$ важно сравнить не только числа, но и буквенные множители. После этого можно аккуратно записать разность и сумму корней.

Сначала множитель

В примере $5x^2 - 45$ формулу применяют не сразу. Сначала выносят 5 за скобки, а затем проверяют оставшееся выражение как разность квадратов.

Ответы к практическим примерам

Пример	Разложение	Шаг
$x^2 - 49$	$(x - 7) (x + 7)$	сразу
$100a^2 - 1$	$(10a - 1) (10a + 1)$	сразу
$36 m^2 - 81n^2$	$(6 m - 9n) (6 m + 9n)$	сразу
$5x^2 - 45$	$5(x - 3) (x + 3)$	множитель

Ответы к заданиям по теме

Сверьте результаты с образцом и проверьте, где сначала нужно было вынести общий множитель.

В трёх примерах формула применяется сразу, а в одном сначала нужно вынести общий множитель 5.

Разность квадратов: формула, которая экономит время

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ помогает быстро преобразовывать выражения и решать задачи без лишних вычислений. Если замечать полные квадраты, знак минус и проверять результат, ошибок будет меньше.