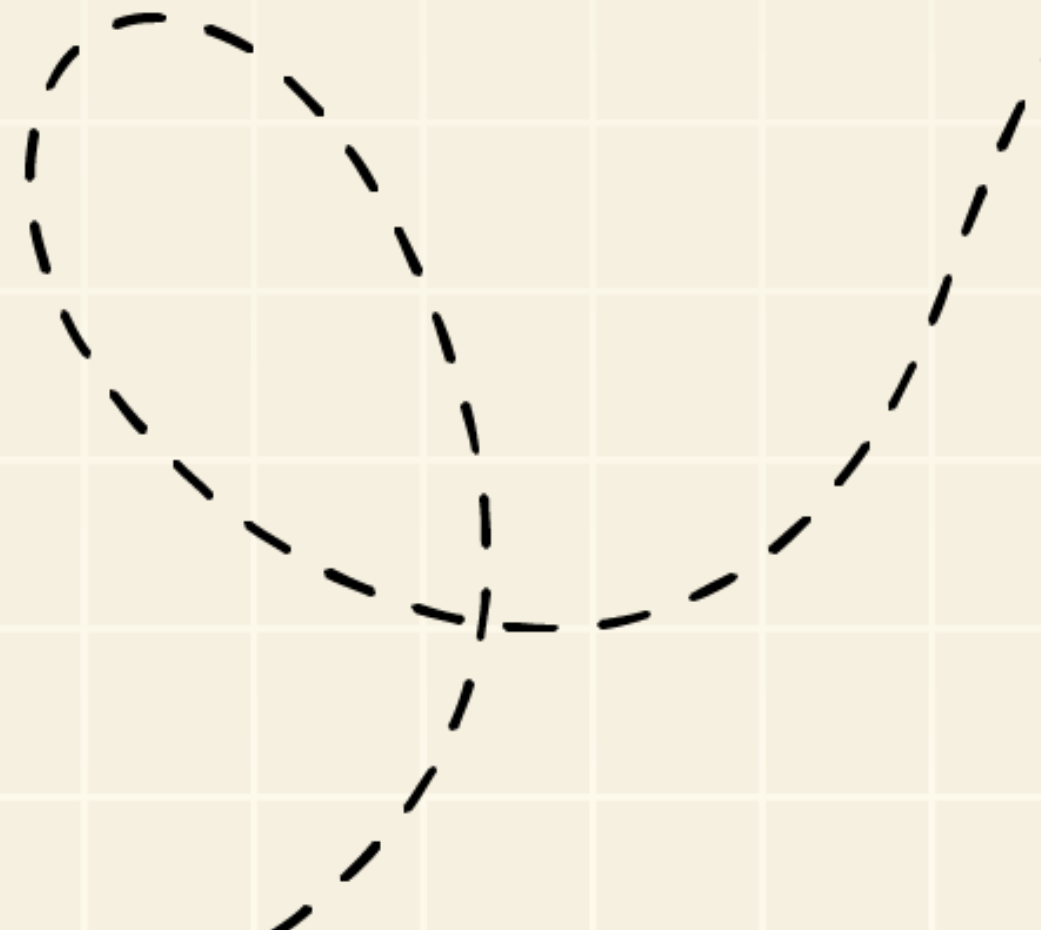




Поворот и геометрические преобразования

Поворот меняет положение фигуры, сохраняя её форму.



Почему поворот важен в геометрии

Поворот помогает читать координатную плоскость, понимать чертежи и видеть, как фигуры меняют положение без изменения формы.



Что такое поворот в геометрии

01

Движение вокруг центра

Поворот — это преобразование, при котором каждая точка фигуры перемещается вокруг выбранного центра по дуге окружности. Расстояние до центра при этом не меняется.

03

Зачем это нужно

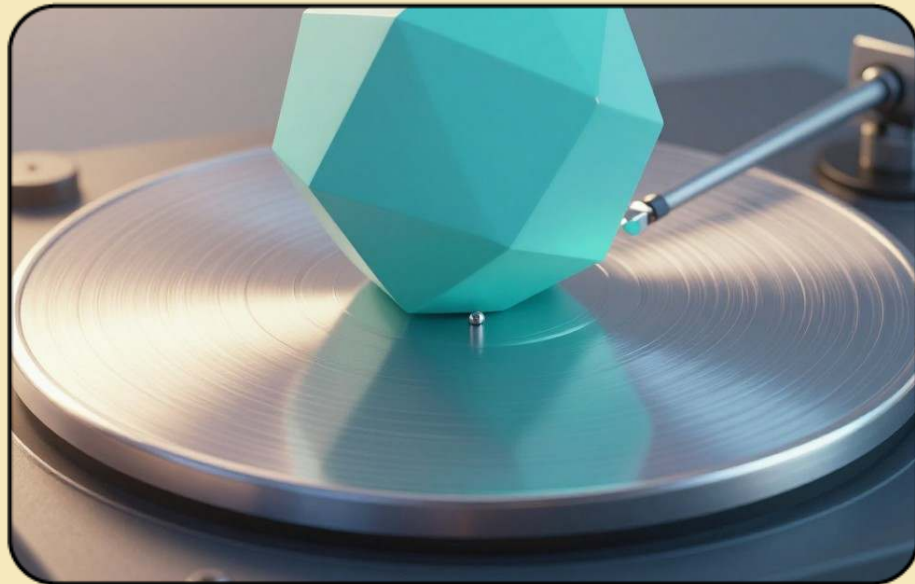
Такое преобразование удобно для описания перемещений объектов, построения новых положений точек и проверки, совпадают ли две фигуры после изменения вида.

02

Что сохраняется

После поворота фигура остаётся той же по форме и размеру. Изменяется только её расположение на плоскости и, часто, направление сторон относительно осей.

Примеры, где поворот встречается каждый день



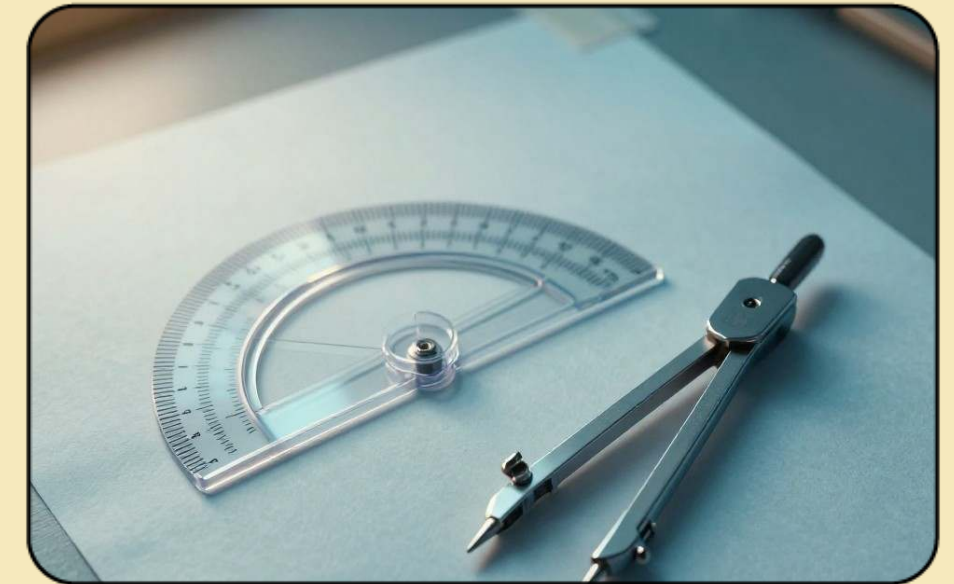
Фигура в движении

На экране одна и та же фигура может повернуться вокруг центра, словно стрелка часов. Геометрия помогает точно описать это движение: где был исходный контур, на сколько он повернулся и куда сместился новый.



Поворот в цифровой среде

В играх и анимации поворот делает объекты естественными и понятными. Персонаж может разворачиваться, знак — менять ориентацию, а схема — оставаться узнаваемой, потому что форма не меняется.



Поворот на чертеже

На навигационных схемах и чертежах поворот нужен, чтобы показать направление без лишних слов. Центр вращения, дуга и новая позиция точки позволяют видеть движение наглядно и без догадок.

Координаты точки: что означают x и y

01

Первая и вторая координата

Запись (x, y) читается как пара координат. Первая координата показывает, насколько точка смещена по горизонтали, вторая — по вертикали относительно начала координат.

02

Как искать точку

Сначала откладывают x : вправо при положительном значении и влево при отрицательном. Затем по значению y поднимаются вверх или опускаются вниз, чтобы найти точное место точки.

03

Почему это важно

Без координат нельзя уверенно выполнить поворот, потому что новая точка должна быть построена точно. Ошибка в одном числе сразу меняет положение всей фигуры.

Три главные части поворота



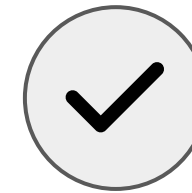
Центр поворота

Центр — это неподвижная точка, вокруг которой выполняется поворот. Все остальные точки фигуры движутся, но центр остаётся на своём месте и служит опорой построения.



Величина угла

Угол показывает, на сколько нужно повернуть фигуру. Его измеряют в градусах, поэтому важно понимать, какой именно поворот требуется: небольшой, прямой или разворот.



Направление вращения

Направление задаёт, куда идёт поворот: по часовой стрелке или против неё. Один и тот же угол в разном направлении приводит к разным координатам точки.

Интуитивное построение точки по дуге

01

Луч к точке

Сначала от центра к точке проводят мысленный луч. Он показывает, на каком расстоянии находится точка до поворота и куда нужно направить новое положение.

03

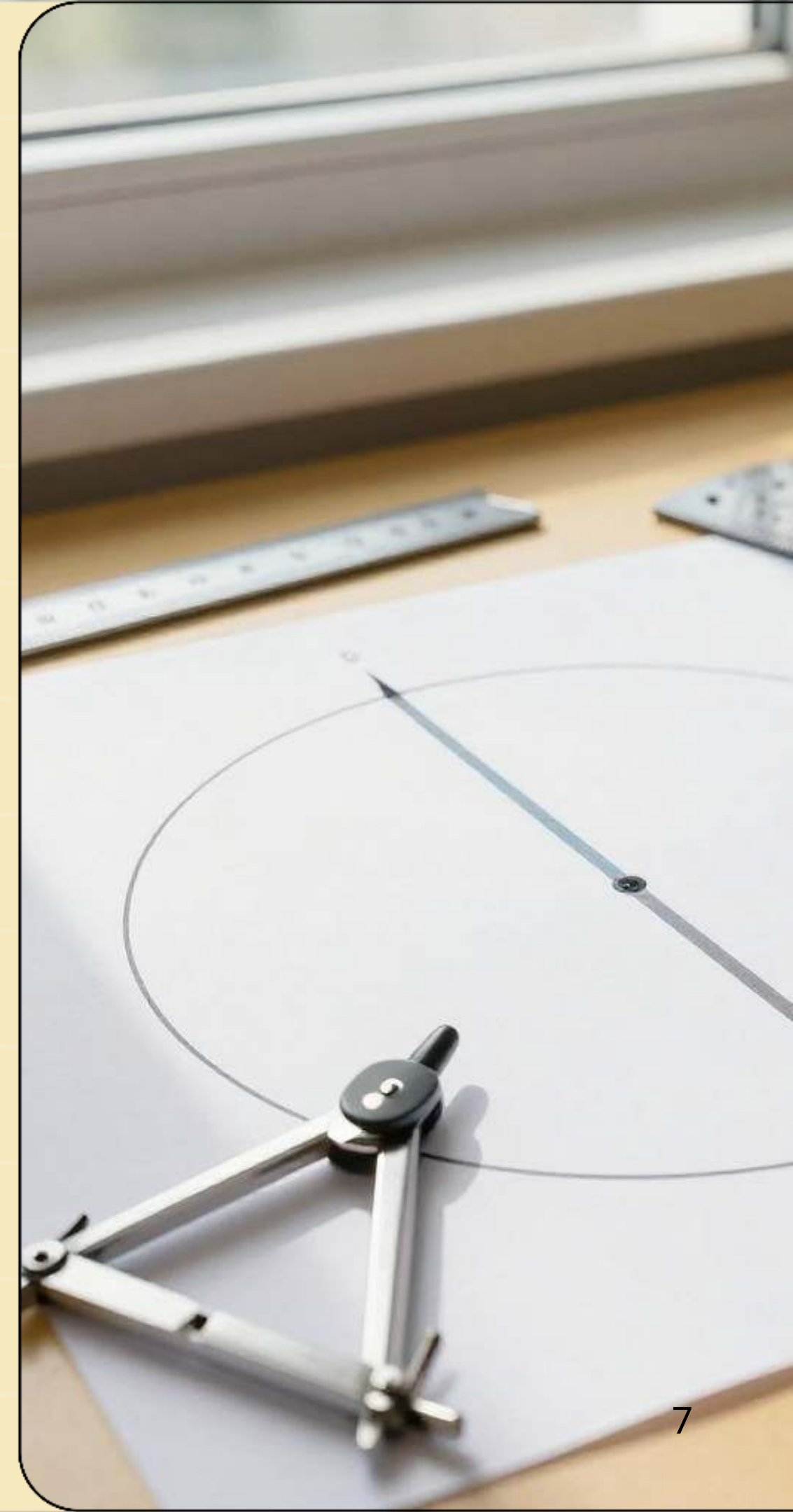
Новая точка

В конце отмечают новую точку на той же окружности и проверяют направление стрелкой. На чертеже удобно использовать дугу, транспортир и подписи к центру.

02

Движение по дуге

Затем луч поворачивают по дуге на нужный угол, не меняя длину. Так сохраняется расстояние до центра, а сама точка словно обходит его вокруг.



Как поворачивать точку на 90°

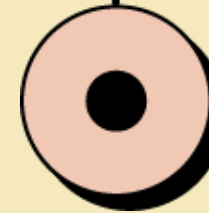
Против часовой стрелки

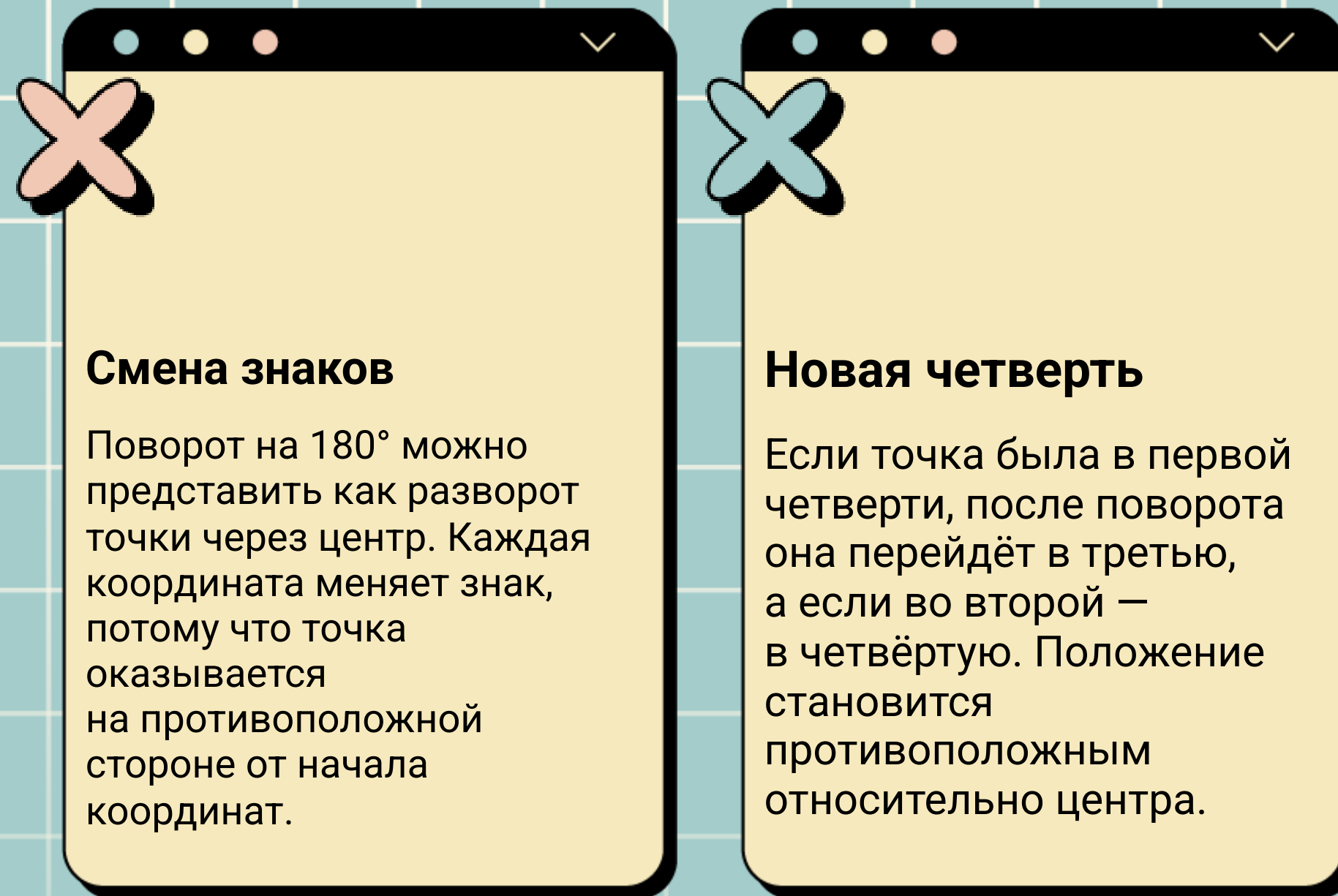
При повороте на 90° против часовой стрелки координаты меняются по правилу $(x, y) \rightarrow (-y, x)$. Например, точка $(2, 3)$ переходит в $(-3, 2)$.



По часовой стрелке

При повороте на 90° по часовой стрелке используется правило $(x, y) \rightarrow (y, -x)$. Это даёт новое положение той же точки, но в другом направлении вращения.





Смена знаков

Поворот на 180° можно представить как разворот точки через центр. Каждая координата меняет знак, потому что точка оказывается на противоположной стороне от начала координат.

Новая четверть

Если точка была в первой четверти, после поворота она перейдёт в третью, а если во второй — в четвёртую. Положение становится противоположным относительно центра.

Поворот на 180° : смена знаков

Это правило помогает быстро распознавать поворот на 270° как более короткую запись эквивалентного поворота в противоположную сторону.

270°

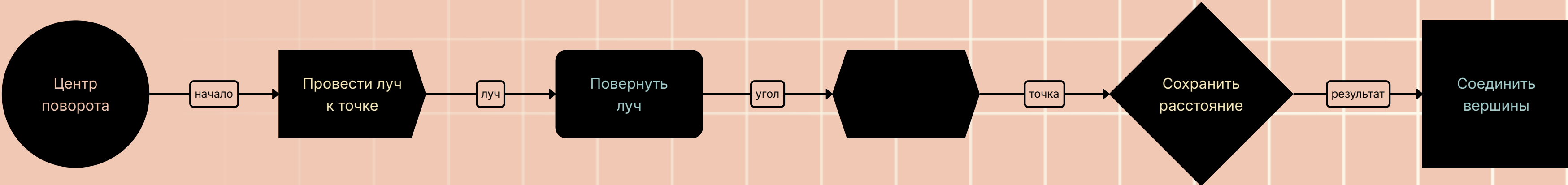
по часовой стрелке соответствует повороту на 90° в противоположную сторону

Школьная геометрия

Алгоритм поворота вокруг начала координат



Последовательность построения поворота вокруг начала координат для одной точки и всей фигуры.



Поворот относительно произвольного центра



Схема: сначала перенос к началу координат, затем поворот, затем обратный перенос для центра А и точки Р.



Пошаговое построение поворота

01 Найти опорные точки

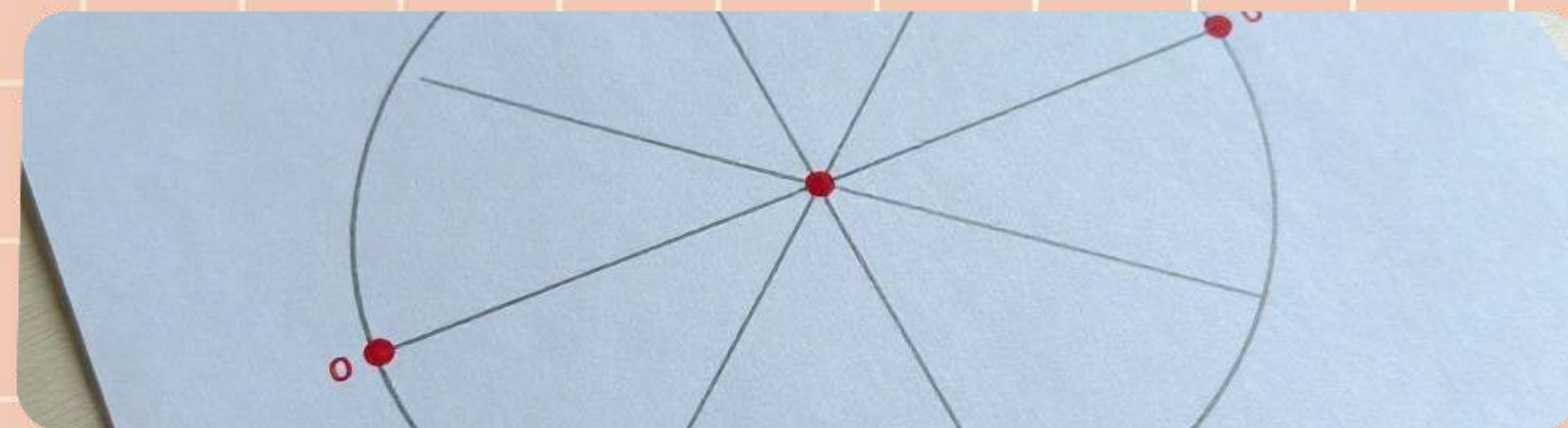
Сначала выберите центр O и отметьте вершины фигуры. Для каждой точки удобно сразу сравнить её положение с центром: это помогает не потерять направление и длину радиуса.

02 Повернуть каждую вершину

Затем мысленно или на чертеже поверните луч от O к вершине на 90° против часовой стрелки. Новая точка должна находиться на той же окружности и на том же расстоянии от O .

03 Обработать все вершины

После этого повторите шаг для всех остальных вершин фигуры. Важно сохранять порядок обхода: тогда новая фигура не «перепутается» и будет построена без лишних ошибок.



04 Собрать результат

Когда новые точки отмечены, соедините их в том же порядке, что и исходные. В результате получится та же фигура, но повернутая вокруг точки O .

Сохраняемые свойства при повороте

- Поворот не меняет саму фигуру, а только её положение на плоскости. Это делает его преобразованием, при котором можно сравнивать исходный и полученный рисунок.
- Поворот сохраняет размеры и форму фигуры, поэтому исходный и повернутый треугольник остаются равными.

Что сохраняется	Как меняется
Длины	Не меняются
Углы	Не меняются
Площадь	Не меняется
Положение	Меняется





Как выполнить обратный поворот

Тот же центр

Чтобы вернуть фигуру в исходное положение, используют тот же центр и тот же угол, но противоположное направление. Такой шаг полностью отменяет первое преобразование.

Противоположное направление

Если фигура была повернута на 90° против часовой стрелки, обратный поворот выполняют на 90° по часовой стрелке. Угол остаётся тем же, меняется только направление.

Проверка результата

Обратный поворот удобен для проверки построения: если после него фигура совпала с исходной, значит, шаги выполнены правильно. Это полезно и при восстановлении чертежа.

Последовательность поворотов

01

Одинаковое направление

Последовательные повороты вокруг одного центра можно заменить одним поворотом. Поэтому 30° и затем 60° дают общий поворот на 90° , если направление одно и то же.

03

Удобство записи

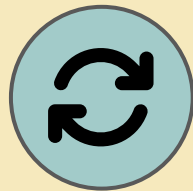
Такое правило экономит время: не нужно строить два отдельных поворота, если можно сразу выполнить один итоговый. Это особенно удобно в задачах с несколькими шагами.

02

Разные направления

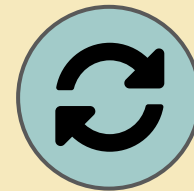
Если направления разные, углы рассматривают с учетом знака. Тогда один поворот частично «гасит» другой, и ответ находят как разность или сумму с противоположным знаком.

Краткие формулы поворота



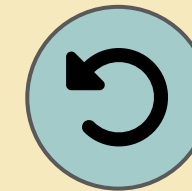
Поворот на 90°

Для поворота на 90° против часовой стрелки координаты меняются местами, а один знак меняется на противоположный: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$. Это короткая и удобная запись.



Поворот на 180°

При повороте на 180° обе координаты меняют знак: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$. Такая формула особенно проста, потому что точка оказывается по другую сторону от центра.



Поворот на 270°

Поворот на 270° против часовой стрелки можно читать как 90° по часовой стрелке: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$. Это помогает быстро узнавать одинаковые преобразования в разных записях.

Матрица поворота на 90°



Матрица	Результат
$[0 \ -1; 1 \ 0]$	$(x, y) \rightarrow (-y, x)$
x	y меняются местами
1 знак	меняется

- Матрица поворота показывает то же правило в виде таблицы чисел.
- Для 90° против часовой стрелки она помогает быстро преобразовать координаты нескольких точек подряд.

- Матрица удобна для записи и применения одного и того же поворота к разным точкам без отдельного построения для каждой.
-

Матрица поворота на 90° против часовой стрелки

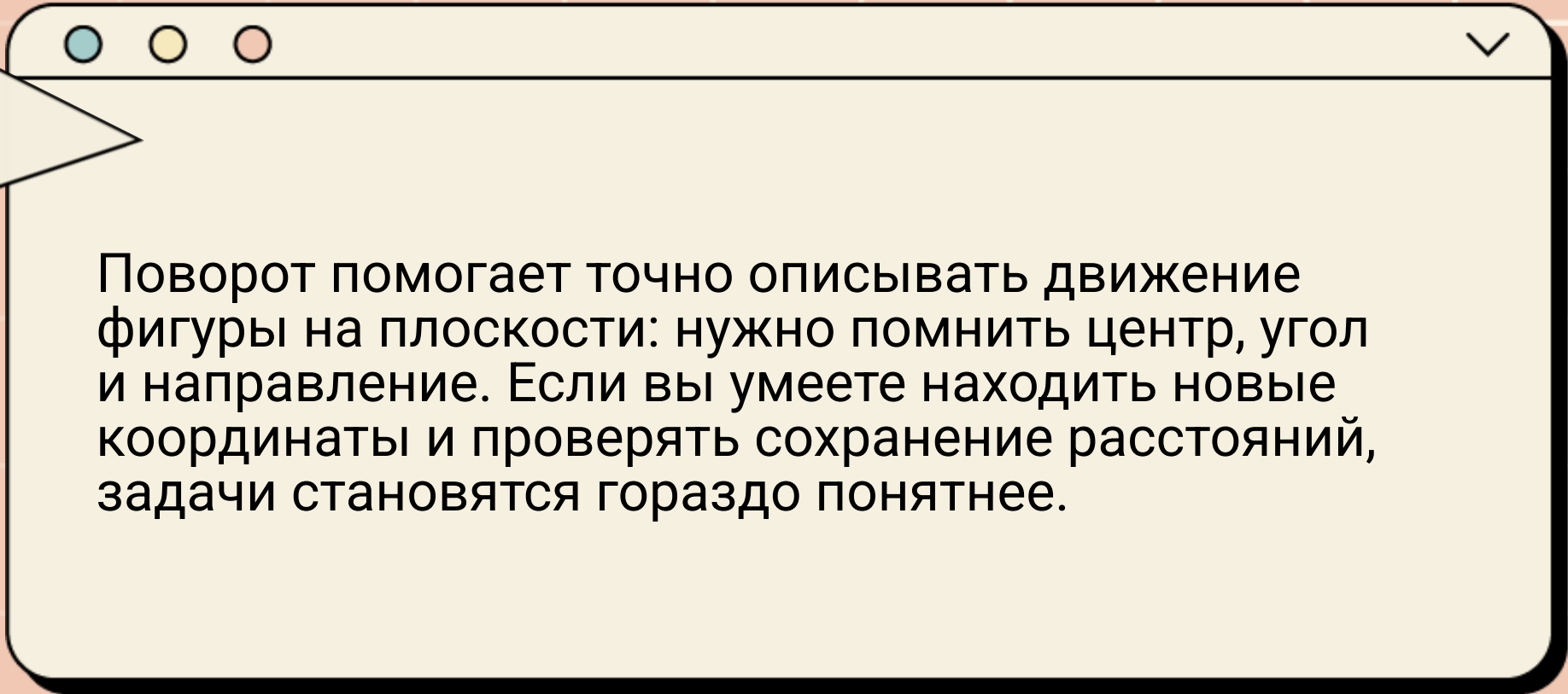
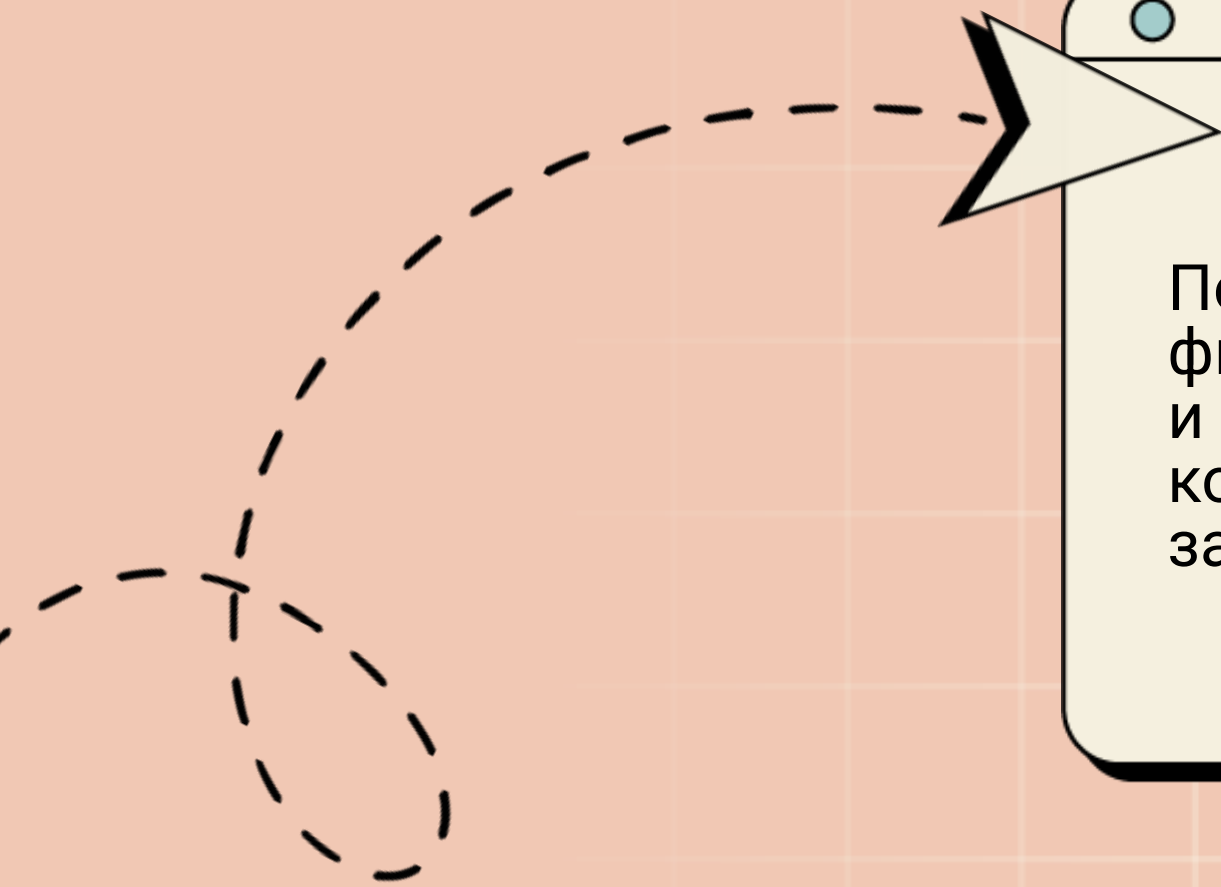
Поворот, отражение и перенос

- Эти три преобразования часто похожи внешне, но действуют по-разному. Сравнение помогает не путать поворот с зеркальным отражением или простым сдвигом.
- Поворот сохраняет длины и углы, отражение меняет левое и правое, а перенос сохраняет ориентацию.

Преобразование	Что делает
Поворот	Меняет ориентацию
Отражение	Даёт зеркало
Перенос	Сдвигает фигуру



Главное о повороте



Поворот помогает точно описывать движение фигуры на плоскости: нужно помнить центр, угол и направление. Если вы умеете находить новые координаты и проверять сохранение расстояний, задачи становятся гораздо понятнее.