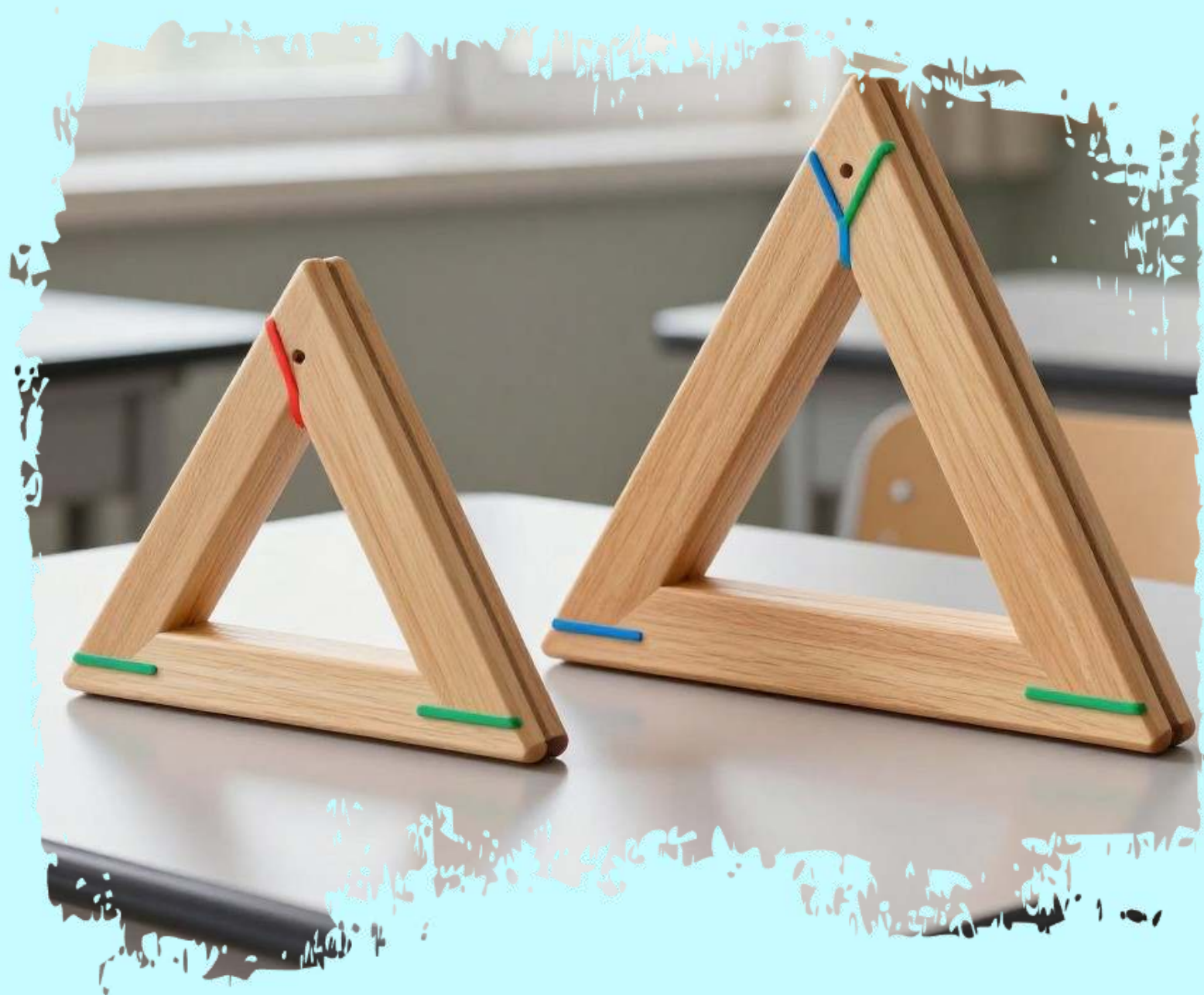


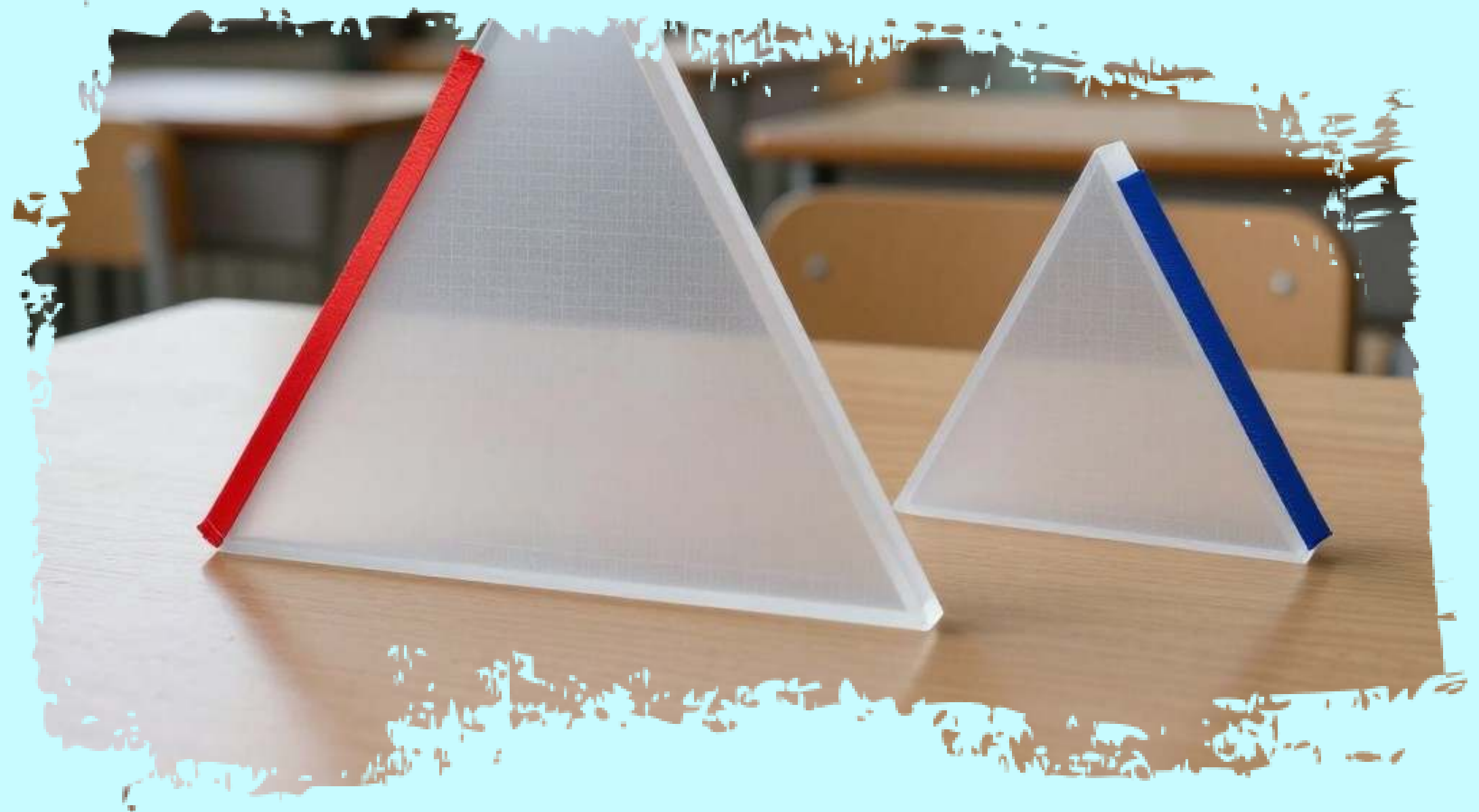


Третий признак подобия треугольников

Три стороны могут доказать,
что треугольники имеют одну
форму.

Почему третий признак стоит изучить

В 8 классе он помогает сравнивать треугольники по длинам сторон, когда углы неизвестны. Этот признак полезен в чертежах, масштабах, моделях и задачах на нахождение отрезков.



Что такое подобные треугольники

1

Одинаковая форма

Подобные треугольники выглядят одинаково: у них равны соответствующие углы, а соответствующие стороны пропорциональны. Меняется только размер фигуры, но не её общий вид и пропорции.

3

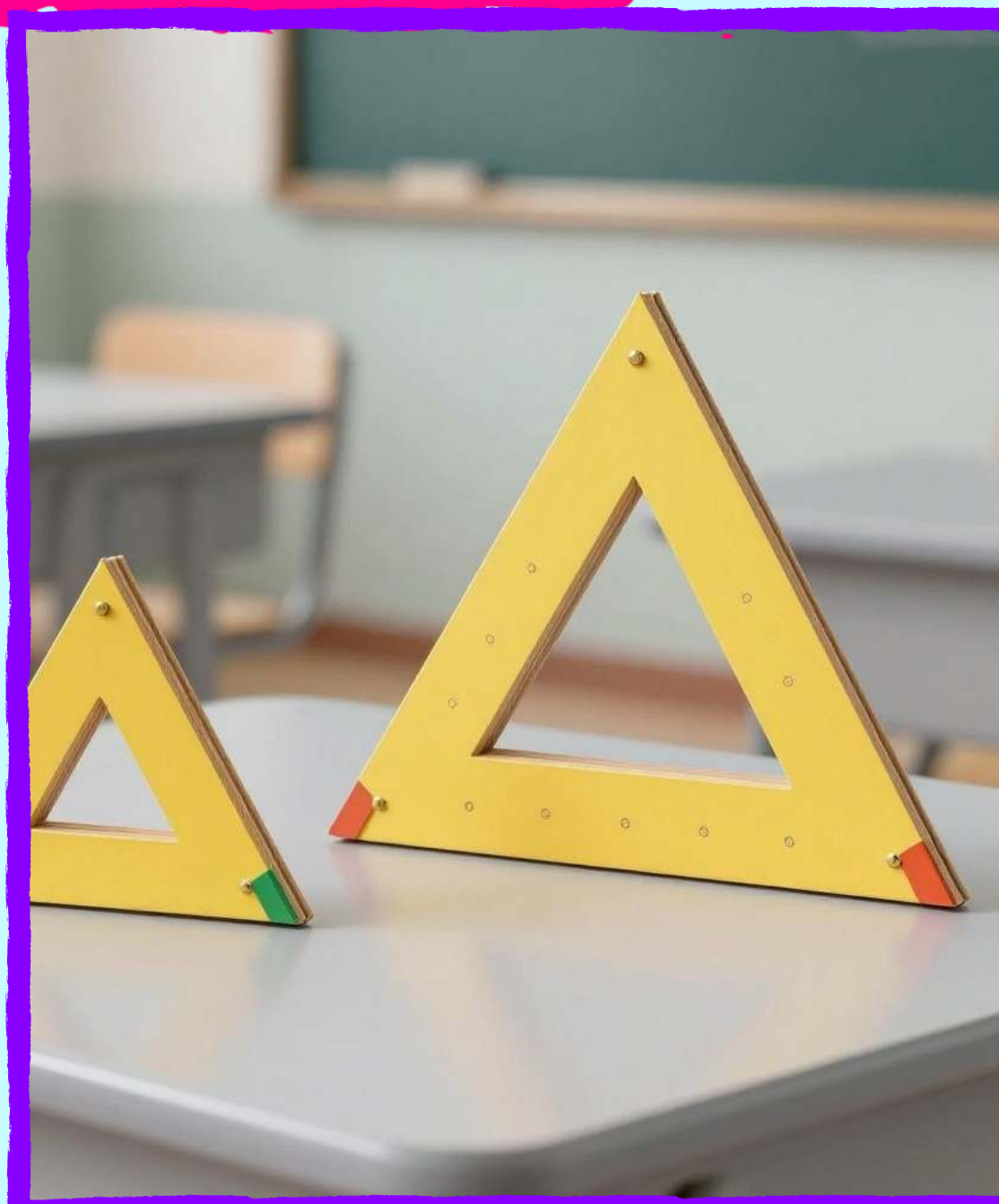
Где это заметно

Подобие легко увидеть на рисунках разного масштаба: маленькая и большая копия одной фигуры сохраняют форму. Именно поэтому геометрия часто связывает подобие с измерениями сторон.

2

Коэффициент подобия

Чтобы сравнить похожие треугольники, используют коэффициент подобия. Он показывает, во сколько раз стороны одного треугольника больше или меньше соответствующих сторон другого.



Формулировка третьего признака

1

Главное условие

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, то такие треугольники подобны. Для проверки достаточно сравнить все три пары соответствующих сторон.

2

Запись отношений

Обычно это записывают так: $a/A = b/B = c/C$. Одинаковые отношения показывают, что стороны изменяются в одном и том же числе раз, а значит фигуры имеют одну форму.

3

Что следует дальше

Из пропорциональности сторон автоматически вытекает равенство соответствующих углов. Поэтому третий признак не только доказывает подобие, но и позволяет уверенно работать с углами.



Проверка пропорциональности сторон

Сравним стороны двух треугольников и проверим, совпадают ли отношения всех трёх пар.

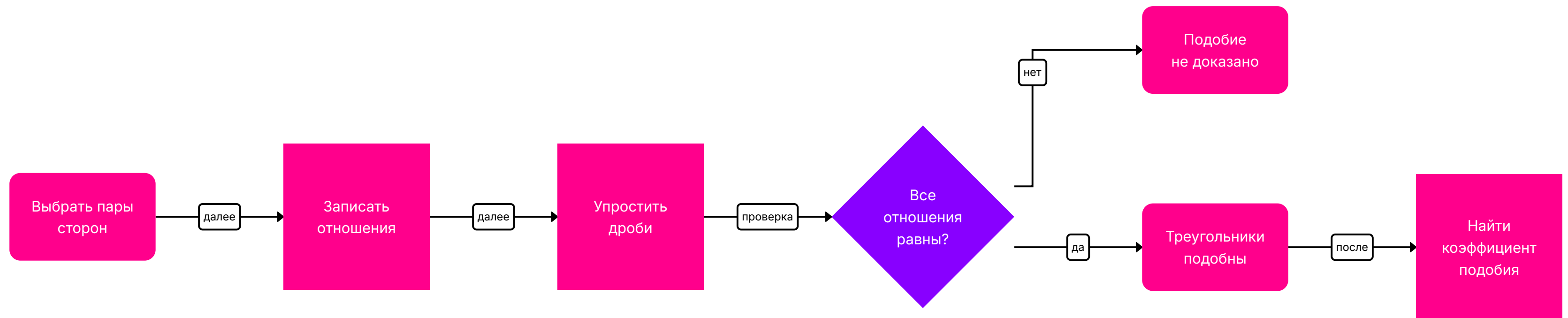
Все три отношения равны, значит треугольники подобны по третьему признаку.

Определение третьего признака подобия треугольников

Треугольник 1	Треугольник 2	Отношение
3	6	$\frac{1}{2}$
4	8	$\frac{1}{2}$
5	10	$\frac{1}{2}$

Алгоритм проверки по трём сторонам

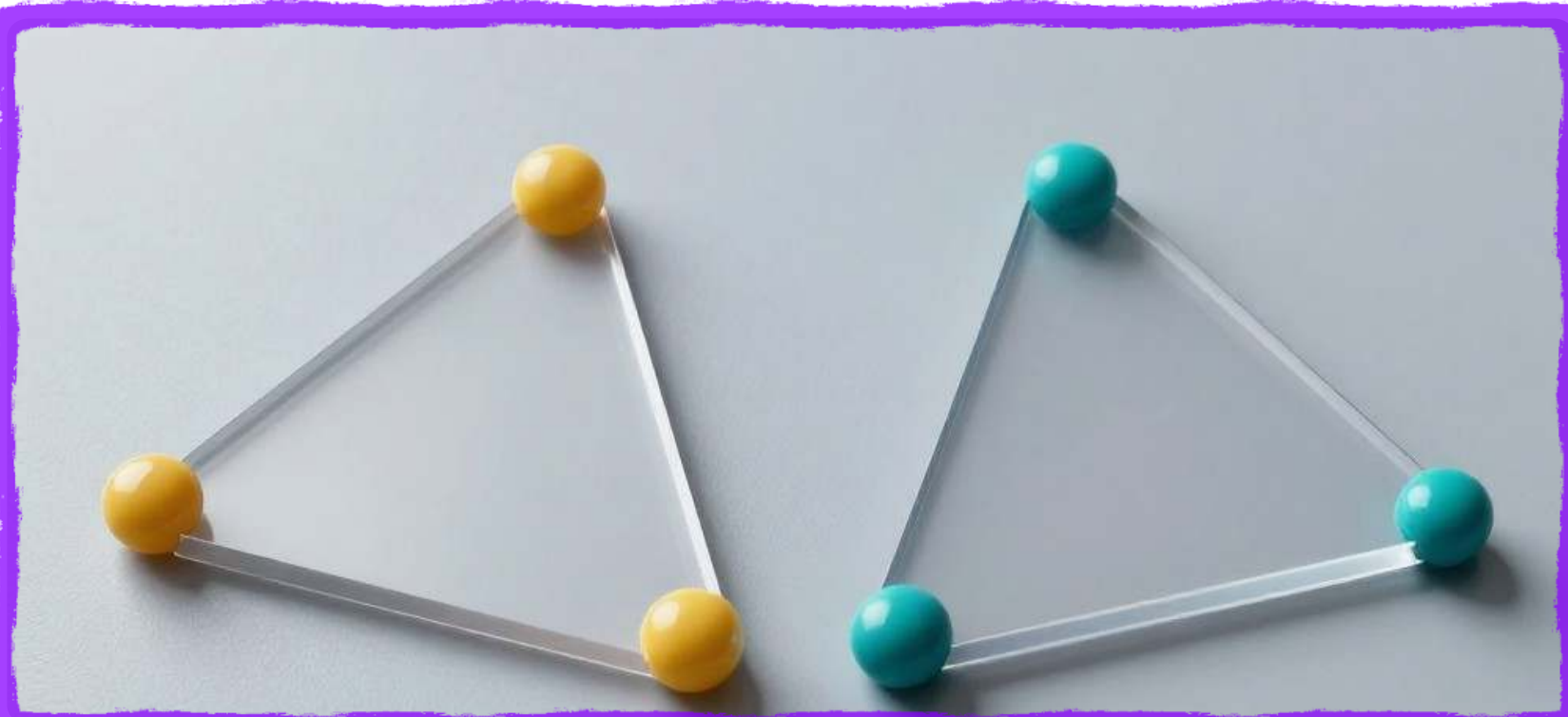
Последовательность действий при применении третьего признака подобия



Как находят соответствующие стороны

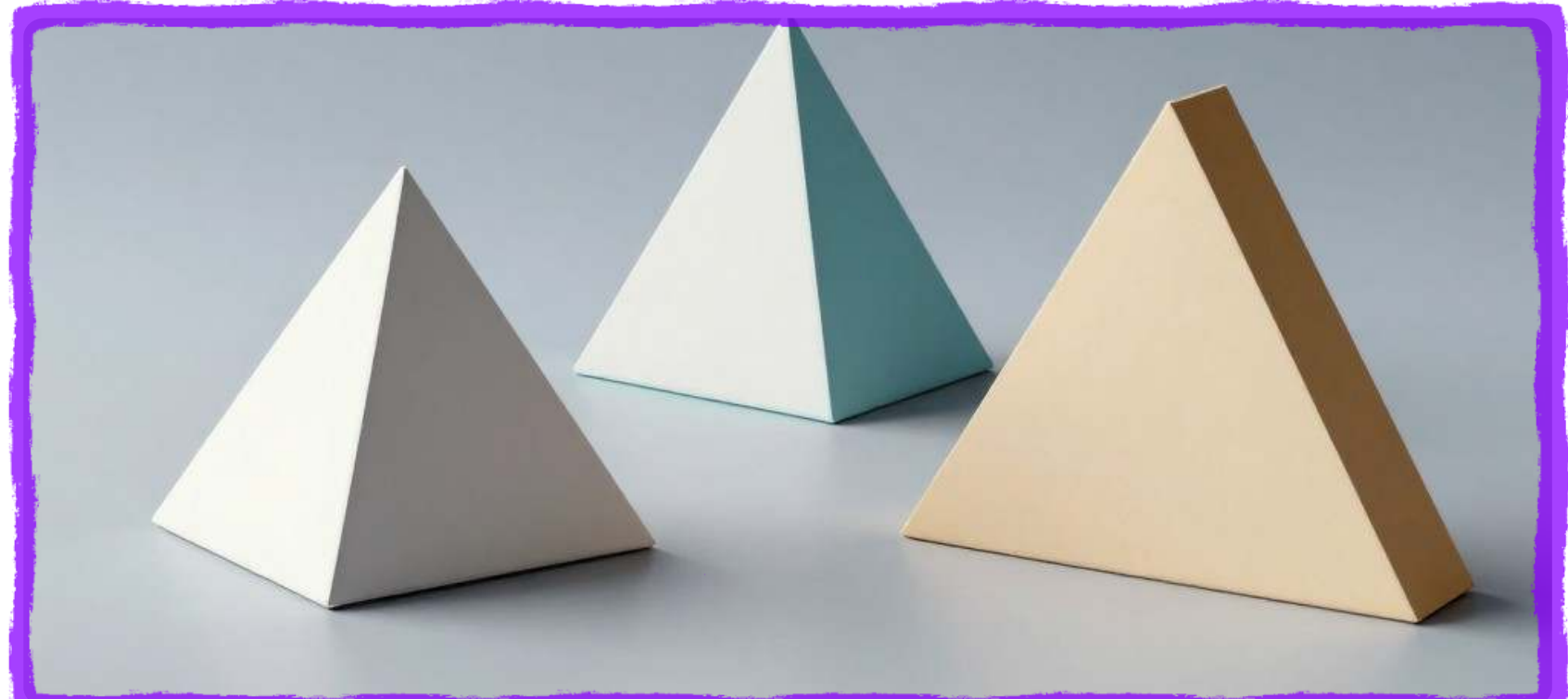
Сначала — одинаковый порядок вершин

На рисунке вершины двух треугольников обозначают в одном и том же порядке, чтобы не спутать соответствие. Тогда можно сразу увидеть пары сторон: AB и A_1B_1 , BC и B_1C_1 , AC и A_1C_1 . Это особенно удобно, когда фигуры повернуты по-разному.



Потом — проверка отношений

После сопоставления сторон сравнивают их длины и выписывают одинаковые отношения. Если все пары дают один и тот же результат, можно уверенно применять третий признак. Такой рисунок помогает не ошибиться в самом важном шаге.



Сравнение трёх признаков подобия

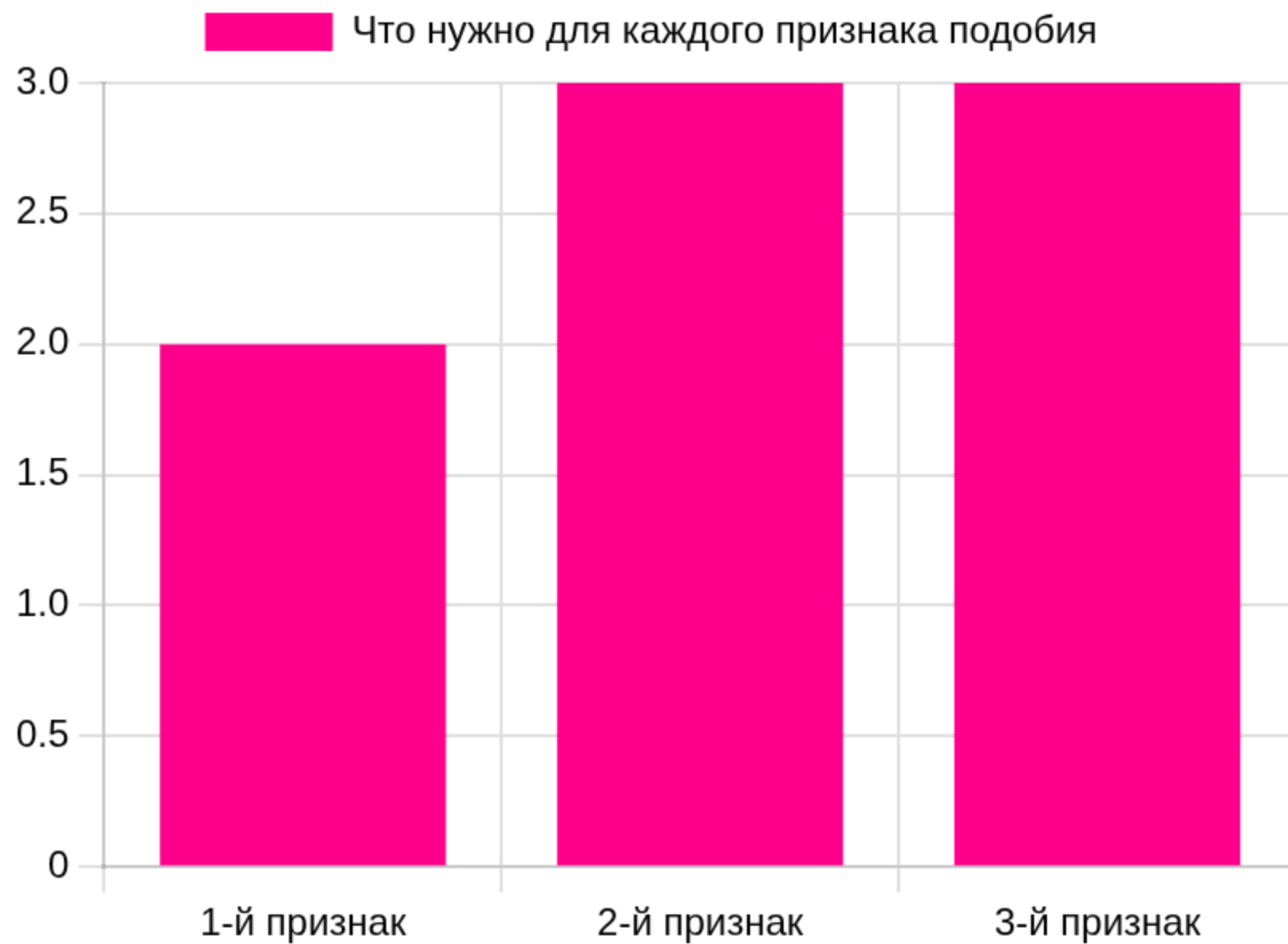


Диаграмма показывает не сложность, а вид исходных данных: углы, стороны или их сочетание. Третий признак удобен, когда известны только длины сторон.

У первого признака нужны 2 угла, у второго — 2 стороны и угол, у третьего — 3 стороны. Для задач по длинам сторон третий признак особенно практичен.

Учебная схема по признакам подобия треугольников

Почему хватает трёх отношений сторон

Треугольник задают стороны

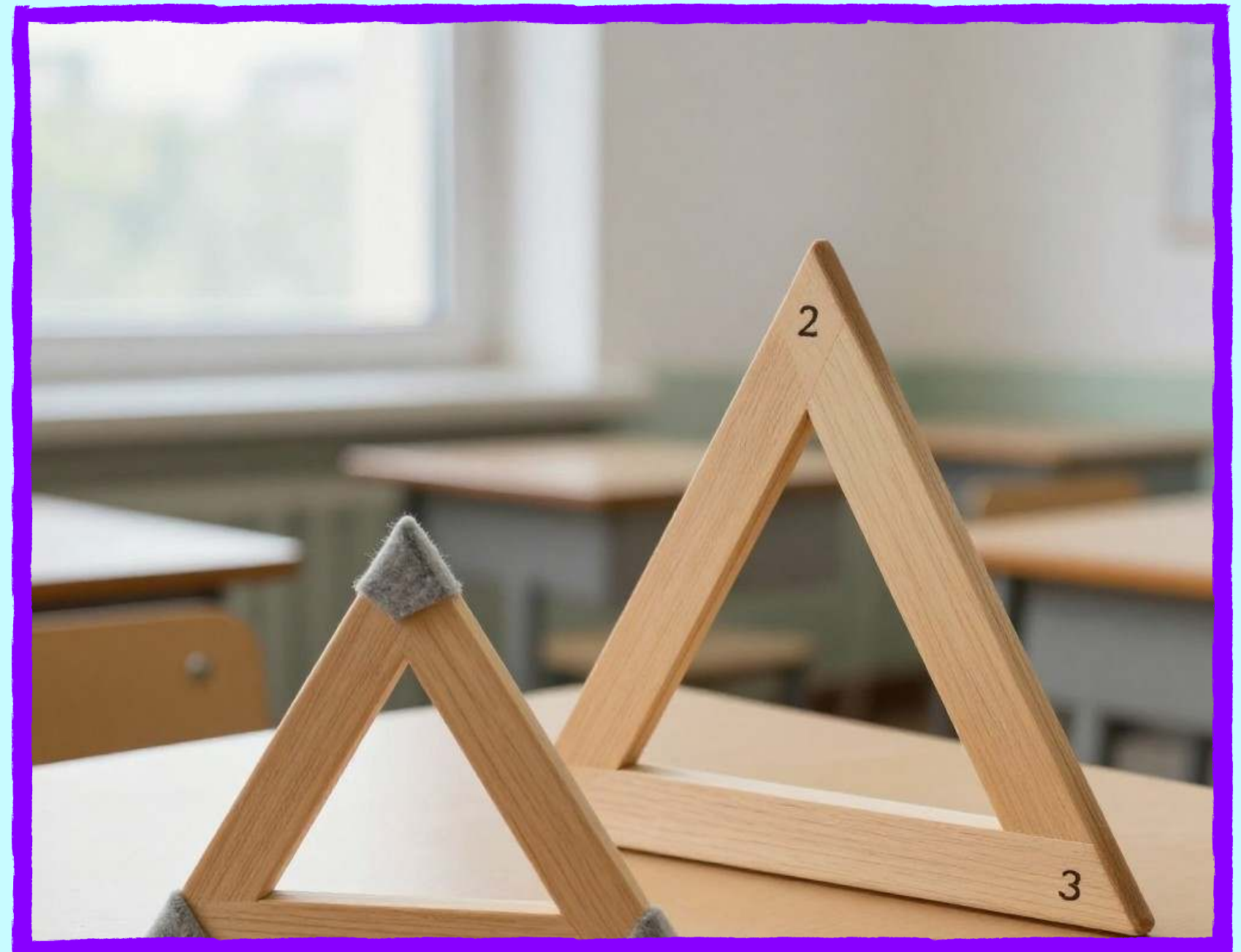
Если все три стороны изменяются в одном отношении, треугольник сохраняет свою форму. Меняется только размер, а не общий вид фигуры, поэтому пропорции остаются прежними.

Углы сохраняются

Когда стороны растут или уменьшаются одинаково, соответствующие углы не меняются. Это значит, что одинаковое отношение трёх пар сторон автоматически приводит к подобию треугольников.

Проверка без углов

Такой подход особенно полезен в задачах, где углы не измеряют или их невозможно точно определить. Тогда длины сторон становятся главным и достаточным признаком сравнения.



1

означает, что соответствующие стороны равны по длине, а фигуры совпадают по размеру.

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз изменяются стороны подобных треугольников. Он помогает быстро сравнивать размеры и находить неизвестные отрезки.

Определение коэффициента подобия из школьного курса геометрии

Типичные ошибки при применении признака

1

Неверные пары сторон

Самая частая ошибка — сравнить стороны, которые не соответствуют друг другу по положению вершин. В этом случае отношения теряют смысл, даже если числа выглядят подходящими.

2

Разный порядок дробей

Иногда одну пару записывают как a/A , а другую — как B/b . Тогда дроби получаются разными, хотя стороны могут быть пропорциональны. Порядок сравнения должен быть одинаковым.

3

Округление без проверки

Если сразу округлить длины, можно получить неточные отношения и ошибочный вывод. Лучше сначала работать с точными числами или сокращать дроби, а затем сравнивать результаты.

4

Пропуск итогового вывода

Даже после верных вычислений нужно отдельно указать, что треугольники подобны или не подобны. Полный ответ включает не только отношения сторон, но и сделанный на их основе вывод.

Пример вычисления коэффициента подобия

Сравним стороны двух треугольников и проверим, одинаковы ли все три отношения. Если да, то можно сделать вывод о подобии и найти коэффициент подобия.

Все три отношения равны, значит треугольники подобны. Коэффициент подобия при сравнении первого треугольника со вторым равен 0,4.

Учебный пример проверки третьего признака подобия треугольников

Стороны 1	Стороны 2	Отношение
4	10	0,4
6	15	0,4
8	20	0,4

Связь с площадями подобных треугольников

1

Площади растут иначе

У подобных треугольников площади не равны коэффициенту подобия, а изменяются по квадрату этого коэффициента. Поэтому при увеличении сторон площадь возрастает заметно быстрее.

2

Пример удвоения

Если все стороны увеличились в 2 раза, то каждая линейная величина стала вдвое больше, а площадь — в 4 раза больше. Это следует из правила квадрата коэффициента.

3

Практический смысл

Такую зависимость удобно использовать в задачах, где нужно связать длины сторон с площадью фигуры. Сначала находят коэффициент подобия, а затем вычисляют изменение площади.

Где используется подобие треугольников

Карты и планы

На картах и планах реальные расстояния уменьшают в одном масштабе, поэтому сохраняются пропорции. Подобие треугольников помогает понимать, как связаны размеры на рисунке и в действительности.

Чертежи и модели

В архитектурных чертежах и макетах зданий одна и та же форма изображается в разном размере. Благодаря подобию можно точно переносить размеры и проверять правильность построения.

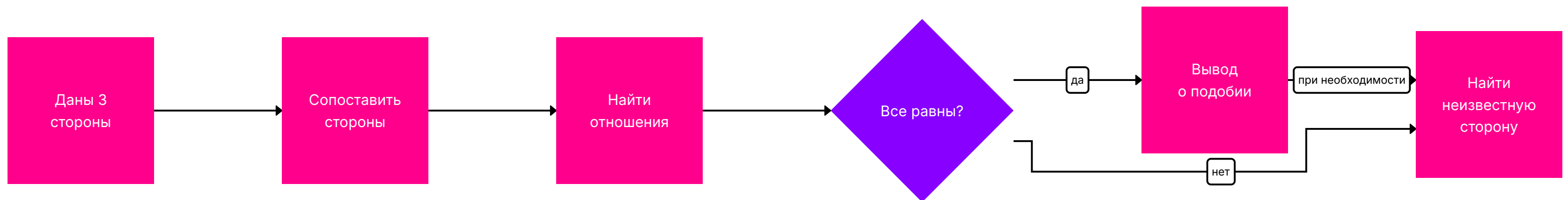
Измерение расстояний

Подобие используют, когда нужно найти недоступную высоту, ширину реки или расстояние до объекта. Если на чертеже есть подобные треугольники, неизвестную длину можно вычислить по пропорции.



Как решают задачи по третьему признаку

Последовательность проверки подобия по трём сторонам и нахождения неизвестных длин.



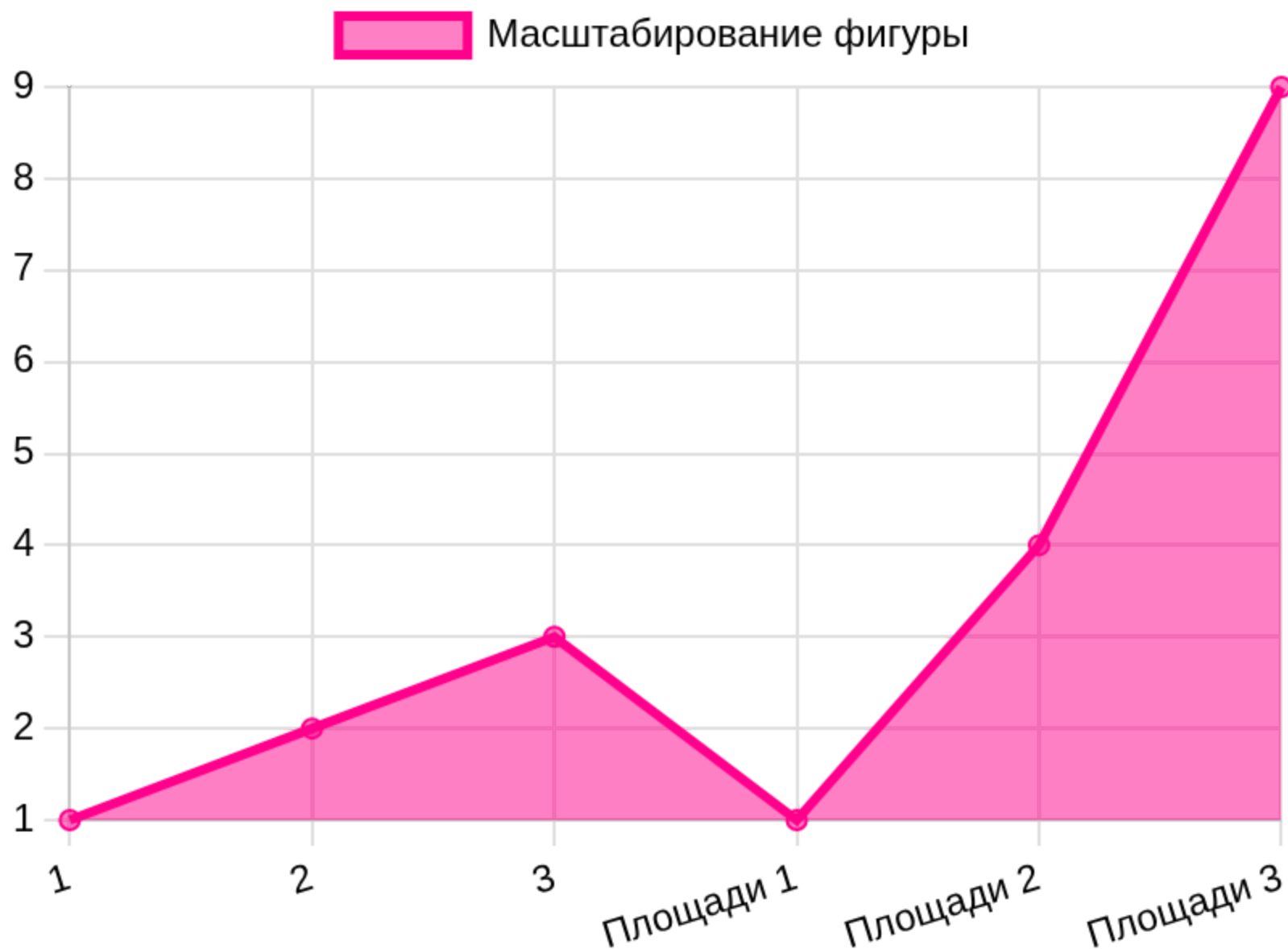
0,5

— коэффициент подобия меньшего
треугольника к большему в этом
примере.

Одинаковые отношения всех трёх пар сторон
показывают, что треугольники подобны. Такое
число удобно сразу использовать для поиска
неизвестных длин.

Учебный пример проверки третьего признака подобия
треугольников

Как меняются стороны и площади при масштабировании



Линейная зависимость на графике касается длин сторон, а отдельный ряд показывает рост площадей. Это помогает увидеть разницу между масштабом и площадью.

При увеличении масштаба стороны растут прямо пропорционально, а площади — по квадрату коэффициента. Поэтому площадь увеличивается быстрее линейных размеров.

Учебная схема зависимости размеров и площадей при подобии треугольников

Зачем нужен третий признак в задачах

■ Когда углы не даны

В некоторых задачах известны только длины сторон, а измерить углы сложно или невозможно. Тогда третий признак позволяет доказать подобие без дополнительных построений и измерений.

■ Для поиска неизвестных

Если три стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого, можно использовать коэффициент подобия. Это помогает находить неизвестный отрезок через известные длины и пропорции.

■ Для проверки построений

Третий признак полезен при чертежах и моделях, потому что показывает, правильно ли сохранены размеры в нужном масштабе. Он помогает быстро заметить ошибку в построении.

Главные выводы по теме

1

Основа признака

Третий признак подобия опирается на пропорциональность трёх соответствующих сторон. Если все отношения одинаковы, треугольники имеют одну и ту же форму при разном размере.

2

Как проверять

Для проверки нужно аккуратно выбрать соответствующие стороны, вычислить три отношения и сравнить их. Совпадение всех трёх значений означает, что треугольники подобны.

3

Где он полезен

Этот признак особенно удобен в задачах 8 класса, потому что использует только длины сторон. Он помогает решать как учебные, так и практические геометрические задачи.

Подобие: форма сохраняется, размер меняется

Третий признак подобия треугольников показывает: одинаковые отношения трёх соответствующих сторон ведут к подобию фигур. Он связывает стороны, коэффициент подобия, углы и площади и помогает решать важные геометрические задачи.