

УМНОЖЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА НА МНОГОЧЛЕН

Раскрой скобки без ошибок: одночлен умножается на каждый член многочлена.



ГДЕ ПРИМЕНЯЕТСЯ ЭТО ПРАВИЛО

Это правило помогает упрощать выражения, решать уравнения и преобразовывать формулы. Оно встречается в заданиях на площади, стоимость наборов и длину отрезков, когда нужно раскрыть скобки и упростить результат.



ЧТО ТАКОЕ ОДНОЧЛЕН И МНОГОЧЛЕН

ОДНОЧЛЕН

Одночлен – это произведение чисел и букв без сложения и вычитания. В записи может быть коэффициент, одна или несколько букв, а также степени, например $7a$ или $-3xy$.

01

ГЛАВНЫЙ ПРИЗНАК

В одночлене части перемножаются, а не складываются. Поэтому выражения вроде $5m^2$ или $-2p$ остаются одним слагаемым и не делятся на отдельные части с помощью знаков плюс или минус.

02

МНОГОЧЛЕН

Многочлен состоит из двух или нескольких одночленов, соединённых знаками сложения или вычитания. Примеры: $2x+5$, $4m-3n+1$, $6a^2-2a+7$.

03

ЗАЧЕМ РАЗЛИЧАТЬ

Чтобы правильно раскрывать скобки, нужно понимать, что именно стоит перед ними и что находится внутри. Тогда можно верно выполнить умножение каждого члена и не потерять слагаемые.

04



ГЛАВНОЕ ПРАВИЛО УМНОЖЕНИЯ

Умножаем по частям

Один и тот же одночлен должен быть умножен на каждый член многочлена отдельно. Нельзя ограничиваться только первым слагаемым: каждое выражение в скобках обязательно участвует в умножении.

Перемножаем коэффициенты

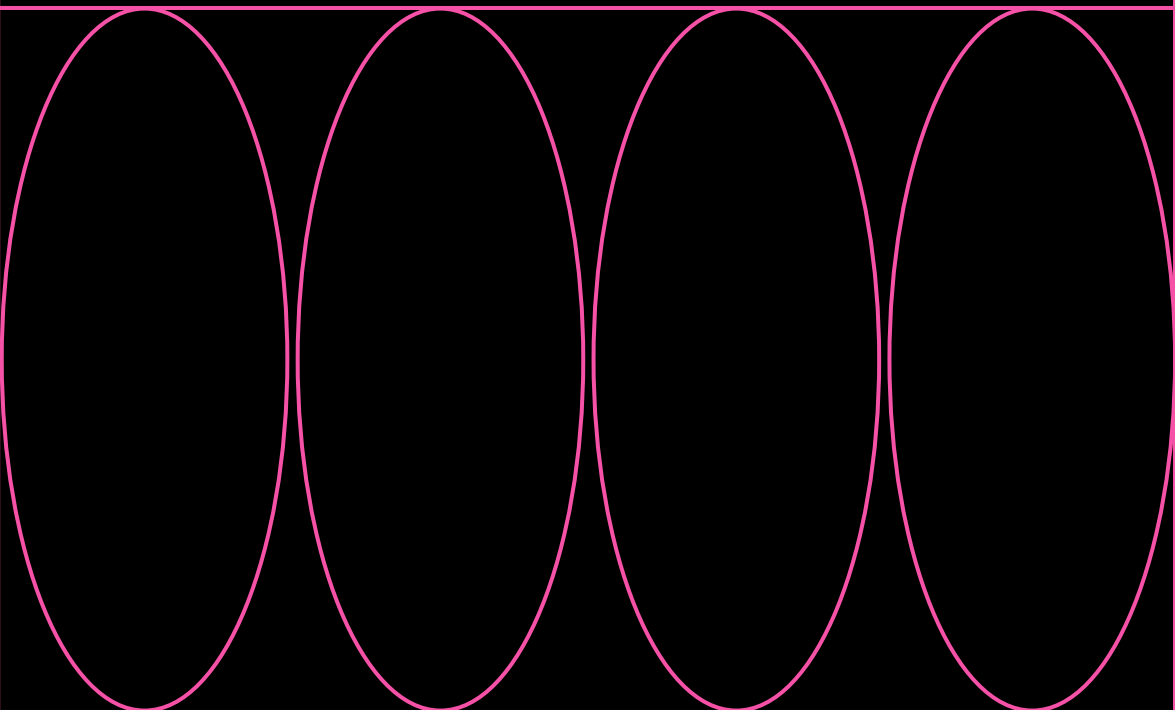
Сначала перемножают числовые множители. Если перед скобками стоит 3, а в скобках начинается с $2x$, то получают $6x$, потому что $3 \cdot 2 = 6$.

Объединяем буквы

Буквенные множители записывают рядом, а одинаковые основания объединяют. При этом показатели степеней складываются: $x \cdot x^2 = x^3$, $a \cdot a = a^2$.

Следим за знаком

Знак результата зависит от знаков множителей. Плюс на минус даёт минус, а минус на минус – плюс, поэтому каждое произведение нужно проверять отдельно.



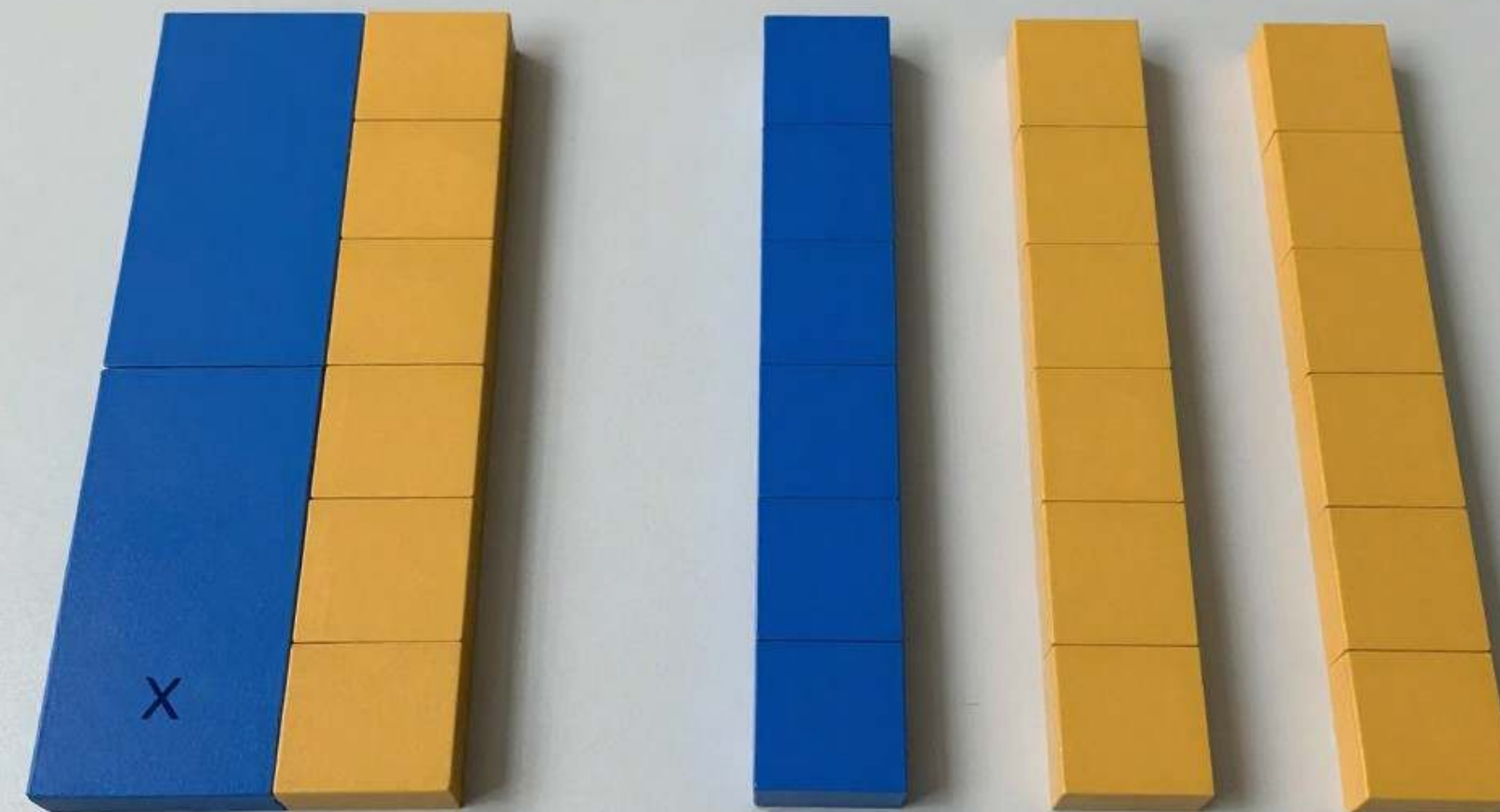
КАК МЕНЯЕТСЯ РЕЗУЛЬТАТ ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА

При одинаковой скобке
меняется только множитель
перед ней, поэтому меняются
оба получающихся слагаемых.

Чем больше коэффициент
одночлена, тем сильнее
увеличиваются все члены
результата при раскрытии
скобок.

Учебные примеры: $2(x+3)$, $4(x+3)$, $6(x+3)$

МОДЕЛЬ УМНОЖЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ПЛОЩАДИ



ОДНА ПОЛОСА

Выражение $x+4$ можно представить как длину одной полосы. Если таких одинаковых полос три, то умножение $3(x+4)$ показывает общую длину всех трёх частей вместе.

ДВЕ ЧАСТИ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Прямоугольник удобно разбить на участки с размерами x и 4 . Тогда видно, что общая площадь складывается из двух отдельных произведений, а не вычисляется одним действием.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УМНОЖЕНИЯ

Тройка умножается и на x , и на 4 . Получаются $3x$ и 12 , после чего эти части соединяются в один результат. Так работает распределительный закон умножения.

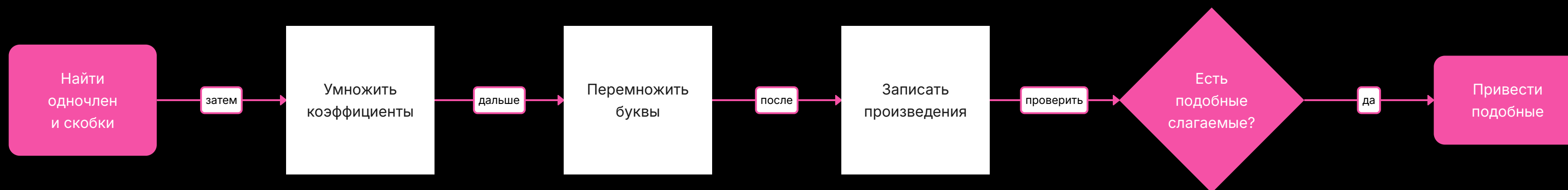
ПОНЯТНЫЙ ИТОГ

Геометрическая модель помогает увидеть смысл раскрытия скобок. Вместо абстрактной записи ученик видит, что одно и то же число действует на каждую часть суммы отдельно.



АЛГОРИТМ РАСКРЫТИЯ СКОБОК

Последовательность действий при умножении одночлена на многочлен





ПРИМЕРЫ РАСКРЫТИЯ СКОБОК

В каждом примере отдельно проверяются знак, коэффициент и буквенная часть.

Ответ получается верным, если каждый член скобок умножен отдельно и правильно учтён знак.

Выражение	Результат	Особенность
$2(3x+5)$	$6x+10$	ПЛЮС
$-4(a-2)$	$-4a+8$	МИНУС
$3y(2y+1)$	$6y^2+3y$	степени
$-x(5x-7)$	$-5x^2+7x$	два минуса



РАБОТА СО ЗНАКОМ МИНУС



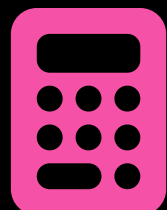
МИНУС ПЕРЕД СКОБКАМИ

Если перед одночленом стоит минус, то он влияет на каждый член в скобках. Поэтому при раскрытии выражения все знаки внутри результата нужно пересмотреть отдельно.



УМНОЖЕНИЕ ЗНАКОВ

Минус на плюс даёт минус, а минус на минус – плюс. Именно поэтому в выражении $-2(x-3)$ получается $-2x+6$, а не $-2x-6$.



ПРОВЕРКА КАЖДОГО ЧЛЕНА

В выражении $-5(a+1)$ оба слагаемых после раскрытия получают отрицательный знак. Нельзя оставлять один член без изменения, даже если он записан вторым.



ПЕРЕХОД К ОТВЕТУ

Когда в скобках есть минус, важно не терять его при умножении. Правильный ответ получается только после внимательной работы со знаком у каждого произведения.



УМНОЖЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА С БУКВАМИ

ПРИМЕР ЗАПИСИ

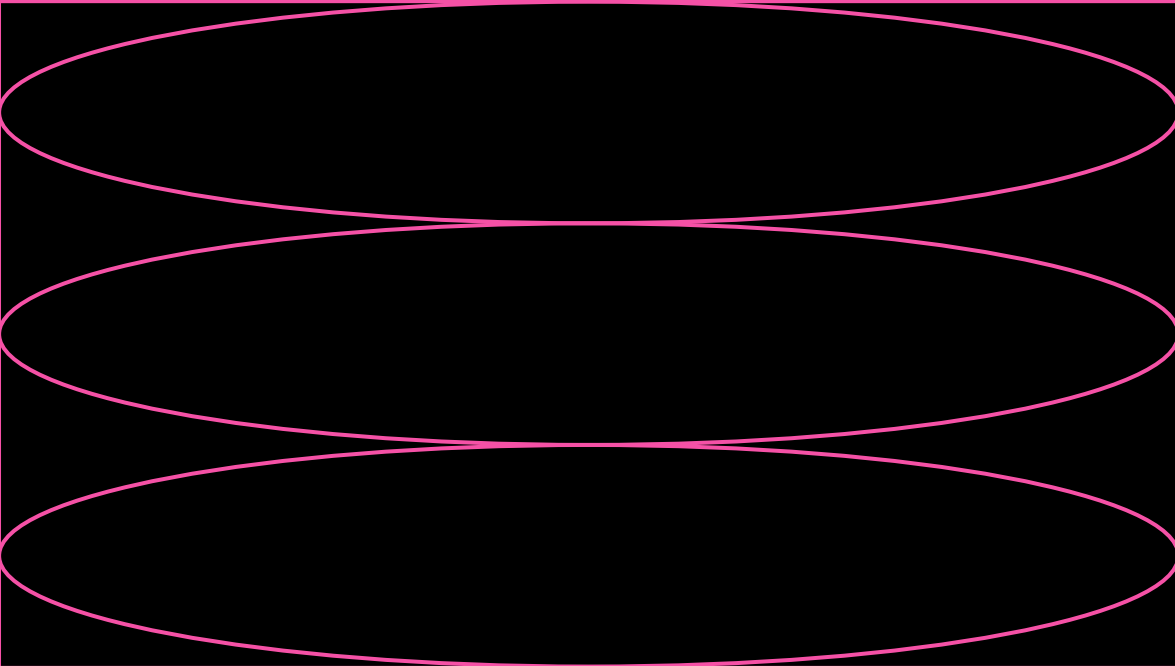
В выражении $3a(2a+5)$ одночлен $3a$ умножается на каждый член скобок. В итоге получают $6a^2+15a$, потому что каждая часть многочлена участвует в умножении отдельно.

01

ОДИНАКОВЫЕ БУКВЫ

Если буквы совпадают, их не пишут дважды как отдельные множители. Вместо $a \cdot a$ записывают a^2 , а затем используют это в сокращённой записи ответа без повторов.

02



СТЕПЕНИ СКЛАДЫВАЮТСЯ

При умножении одинаковых оснований показатели степеней складываются. Поэтому $x \cdot x^2 = x^3$, а $b^2 \cdot b^3 = b^5$. Это позволяет быстро упрощать буквенную часть выражения.

03

ЗАПИСЬ БЕЗ ЛИШНЕГО

После вычислений ответ должен быть кратким и понятным. Сначала считают коэффициенты, затем объединяют одинаковые буквы и только после этого записывают окончательный результат.

04

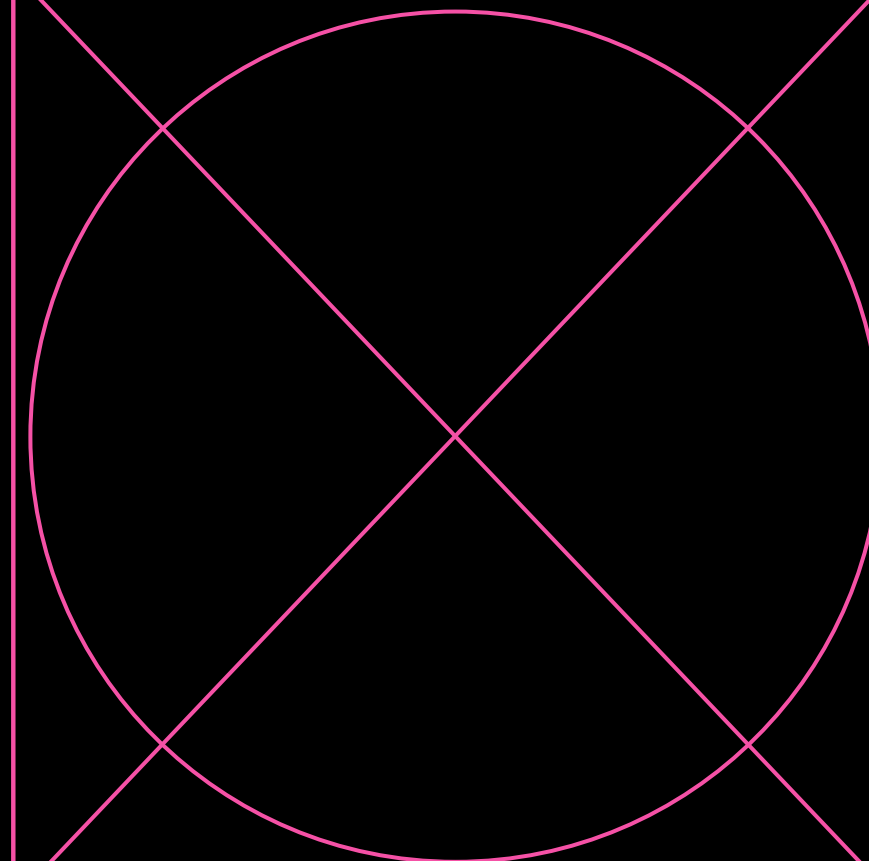
ЧАСТЫЕ ОШИБКИ ПРИ РАСКРЫТИИ СКОБОК

Особенно часто ошибка возникает, когда умножение выполняют только на первое слагаемое, а второе оставляют без изменения.

Главный риск – не применить распределительный закон ко всем членам многочлена.



ПРОВЕРКА РЕЗУЛЬТАТА



1. Сверить исходное выражение

Сначала сравнивают полученный ответ с тем, что было записано до раскрытия скобок, чтобы не потерять ни один член многочлена.

2. Выполнить обратный переход

Затем мысленно или письменно сворачивают выражение обратно в скобки и убеждаются, что форма записи совпадает с исходной.

3. Проверить знаки и коэффициенты

Особое внимание уделяют знакам, числовым множителям и степеням букв: именно здесь чаще всего появляются ошибки в ответе.

4. Убедиться в равенстве значений

Если после упрощения получается то же значение, что и у исходного выражения, преобразование выполнено верно.

01

02

03

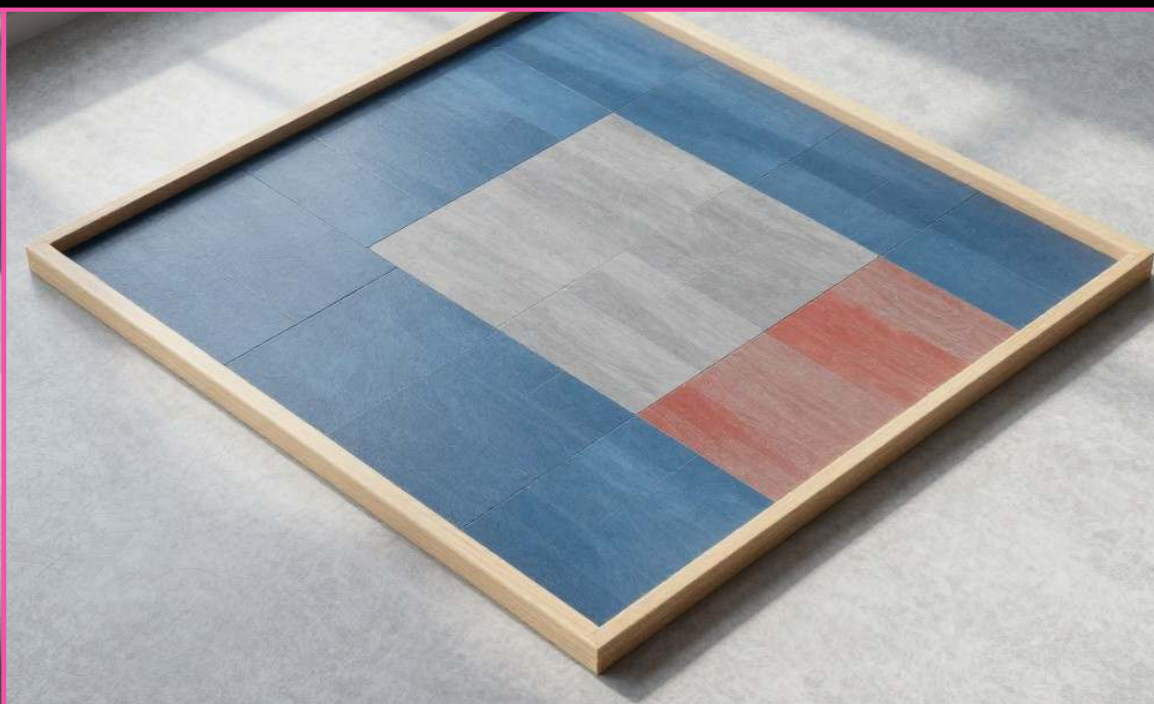
04

ЖИЗНЕННЫЕ СИТУАЦИИ, ГДЕ РАБОТАЕТ ПРАВИЛО



Покупка нескольких наборов

Если один набор стоит $2x+3$, то четыре таких набора записывают как $4(2x+3)$. После раскрытия скобок легко увидеть общую стоимость без повторяющейся записи. Такой приём удобен, когда нужно быстро считать одинаковые покупки.



Площадь составной фигуры

Когда прямоугольник разбит на части, его площадь можно выразить через сумму двух участков. Умножение одночлена на многочлен помогает получить итоговую формулу для всей фигуры. Это удобно в задачах на длину, ширину и периметр.



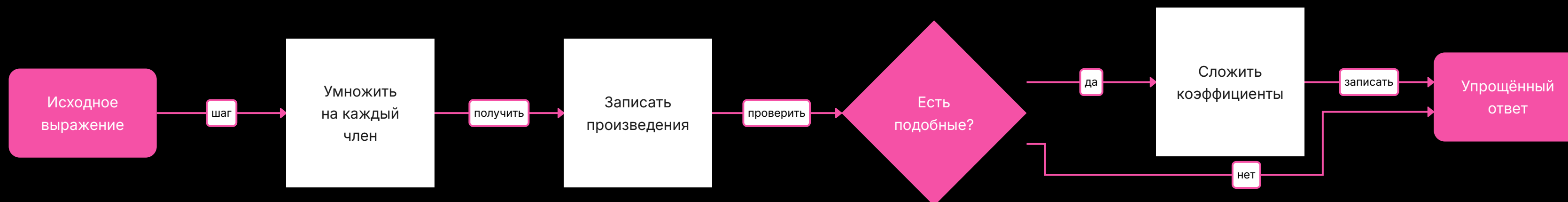
Маршрут и расстояние

Если путь состоит из нескольких одинаковых отрезков, выражение с скобками позволяет сразу записать общую длину. Сначала находят длину одного участка, а затем умножают её на число повторений. Так задача становится короче и понятнее.



КАК РАСКРЫТЬ СКОБКИ И УПРОСТИТЬ ВЫРАЖЕНИЕ

Последовательность действий при умножении одночлена на многочлен и последующем приведении подобных слагаемых.





СРАВНЕНИЕ ИСХОДНОЙ И РАСКРЫТОЙ ФОРМЫ

Пары выражений показывают, что разные записи могут задавать одно и то же значение после преобразования.

Раскрытие скобок не меняет значение выражения, если каждый член умножен правильно.

Исходное	После раскрытия
$5(x+2)$	$5x+10$
$2(3a-1)$	$6a-2$
$-3(y+4)$	$-3y-12$

ПОСЛЕ РАСКРЫТИЯ СКОБОК ПОЛЕЗНО ПРОЙТИСЬ ПО ЧЕТЫРЁМ ШАГАМ ПРОВЕРКИ: СРАВНИТЬ ЧЛЕНЫ, ЗНАКИ, СТЕПЕНИ И ЗАПИСАТЬ РЕЗУЛЬТАТ В КРАТКОМ ВИДЕ.

4

проверки помогают не забыть коэффициенты, знаки, степени и окончательное упрощение ответа.

Методическая схема проверки алгебраических преобразований

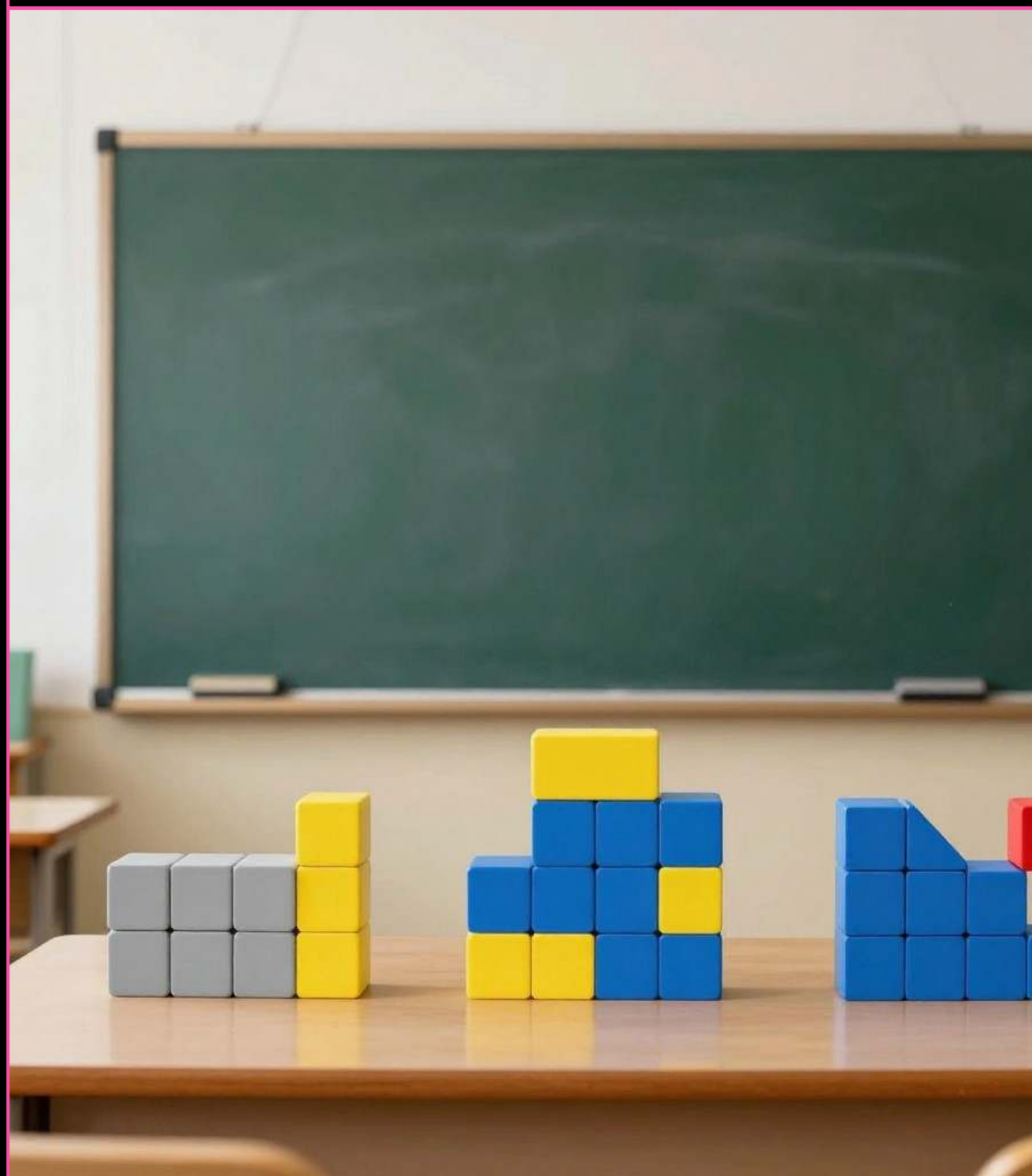
ОТ ЧЕГО ЗАВИСИТ ОТВЕТ

Каждый фактор влияет по-своему: один меняет масштаб, другой – число произведений, третий – знаки в результате.

Чем больше слагаемых в скобках, тем больше отдельных умножений; минус перед скобками меняет знаки всех членов.

Схематическое сравнение факторов в раскрытии скобок

РАЗБОР ПРИМЕРА ПО ШАГАМ



БЕРЁМ ПЕРВЫЙ ЧЛЕН

Сначала умножаем $2x$ на $3x$. Получаем $6x^2$, потому что коэффициенты перемножаются, а одинаковые буквы записываются вместе и дают степень выше.

01

ОБРАБАТЫВАЕМ ВТОРОЕ СЛАГАЕМОЕ

Затем $2x$ умножаем на -4 . Выходит $-8x$, так как число сохраняет знак минуса, а буквенная часть остаётся без изменений.

02

ПЕРЕХОДИМ К ПОСЛЕДНЕМУ ЧЛЕНУ

Теперь $2x$ умножаем на 1 . Получается $2x$, и этот член обязательно нужно записать отдельно, не пропуская его.

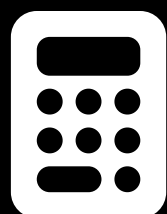
03

УПРОЩАЕМ ОТВЕТ

После сложения $-8x$ и $2x$ получаем $-6x$. Итоговый результат: $6x^2 - 6x$, что показывает важность проверки всех подобных слагаемых.

04

ЧТО НУЖНО ЗАПОМНИТЬ



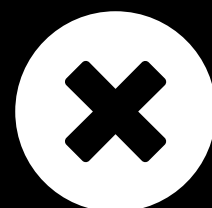
УМНОЖАЕМ КАЖДЫЙ ЧЛЕН

Одночлен должен быть распределён на все слагаемые в скобках. Если пропустить хотя бы одно, выражение будет записано неверно.



СКЛАДЫВАЕМ СТЕПЕНИ

Одинаковые буквенные множители не повторяют, а объединяют. Их показатели степеней складываются, чтобы запись была краткой и правильной.



СЛЕДИМ ЗА ЗНАКАМИ

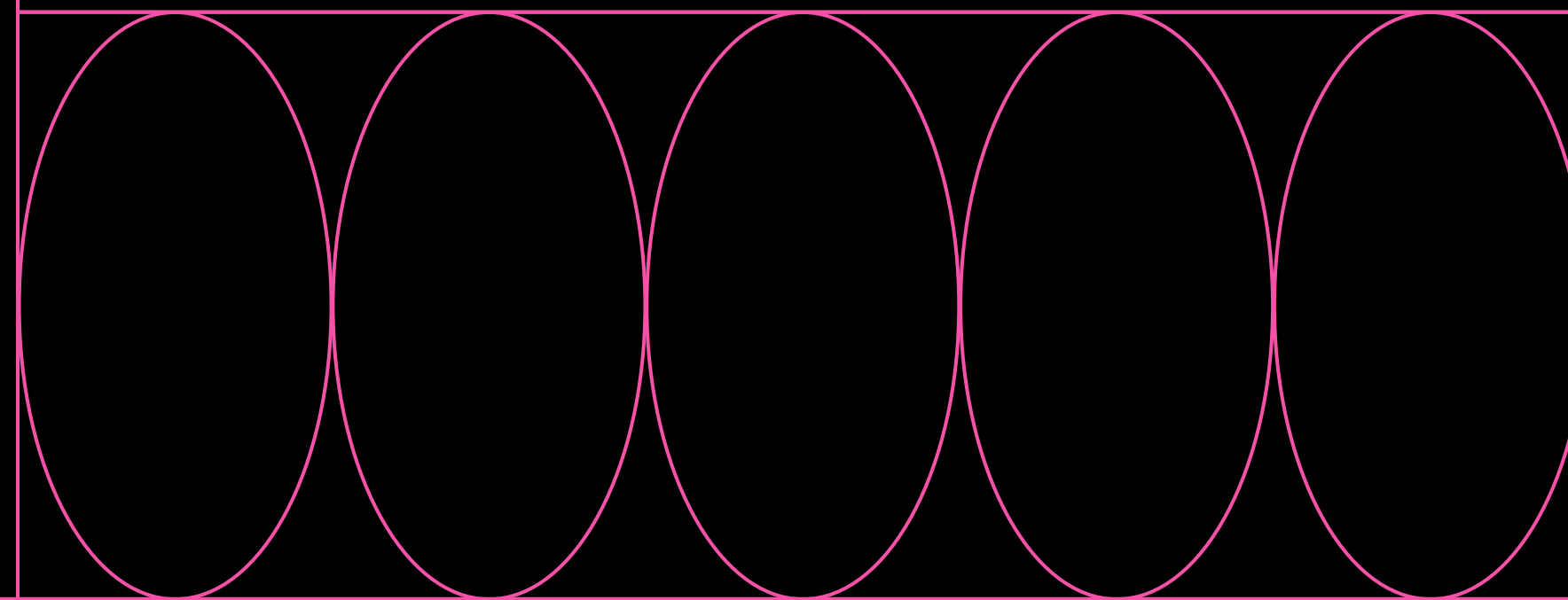
Знак результата зависит от знаков множителей. Особенно внимательно проверяют случаи с минусом перед скобками и отрицательными числами внутри.



УПРОЩАЕМ ОТВЕТ

Если после раскрытия появились одинаковые слагаемые, их объединяют. Так выражение становится короче и удобнее для дальнейших вычислений.

***ГЛАВНОЕ
В ТЕМЕ —
ТОЧНОСТЬ
КАЖДОГО ШАГА***



Умножение одночлена на многочлен помогает уверенно раскрывать скобки, упрощать выражения и решать алгебраические задачи. Главное – внимательно работать с каждым членом, знаками и степенями.