

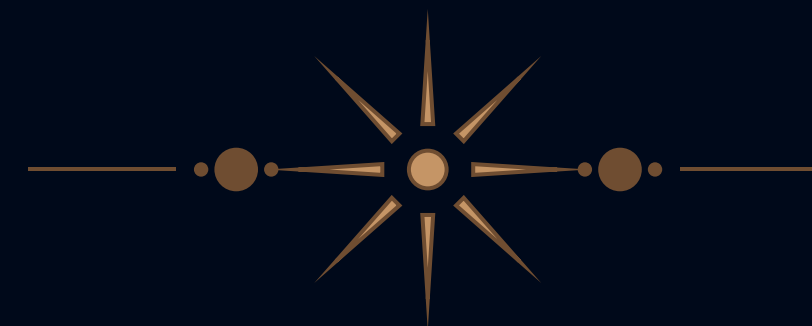
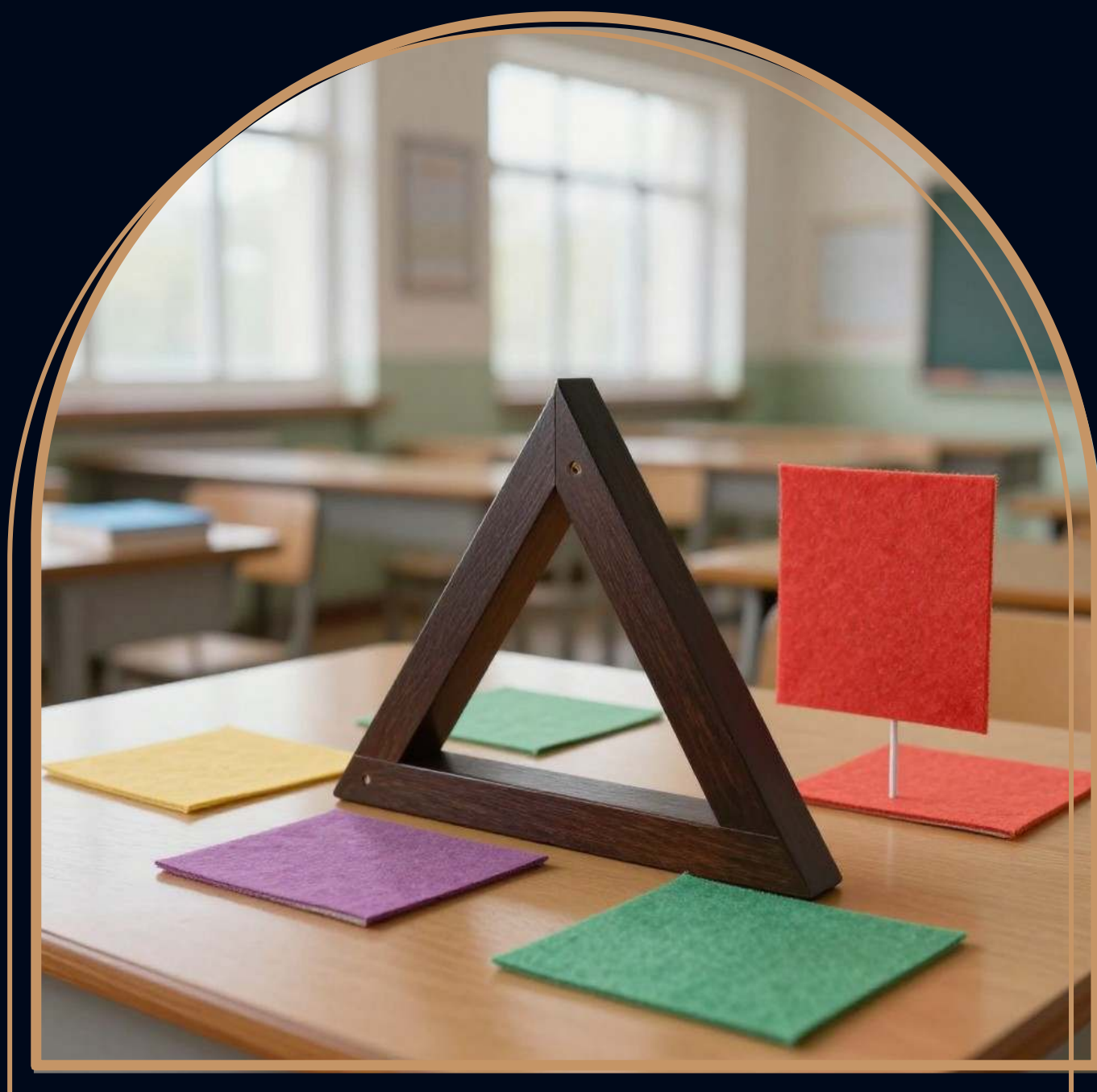


Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора

Как найти неизвестную сторону и высоту в одном
треугольнике?



Почему эту тему изучают в 9 классе



Прямоугольный треугольник постоянно встречается в задачах, чертежах и измерениях. Теорема Пифагора и метрические соотношения помогают не только считать, но и доказывать, проверять размеры и находить недоступные расстояния.



Элементы прямоугольного треугольника

Прямой угол

Это угол, равный 90° . Именно он задаёт особую форму треугольника и позволяет применять теорему Пифагора и метрические формулы.

Гипотенуза

Это сторона, лежащая напротив прямого угла. Она всегда самая длинная в прямоугольном треугольнике и обычно обозначается буквой c .

Катеты

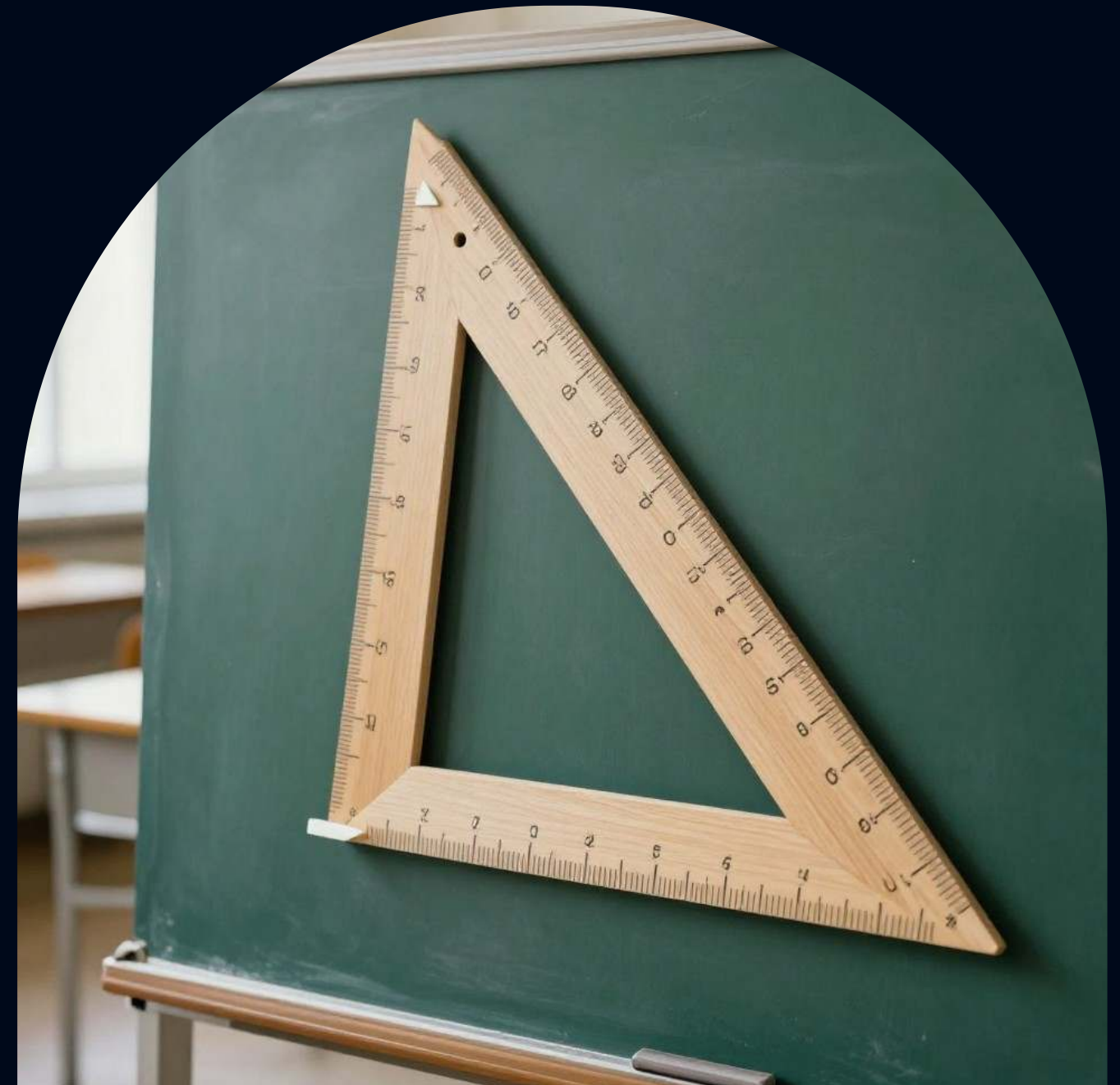
Две стороны, образующие прямой угол, называются катетами. Для них часто используют обозначения a и b , чтобы удобно записывать формулы.

Расположение сторон

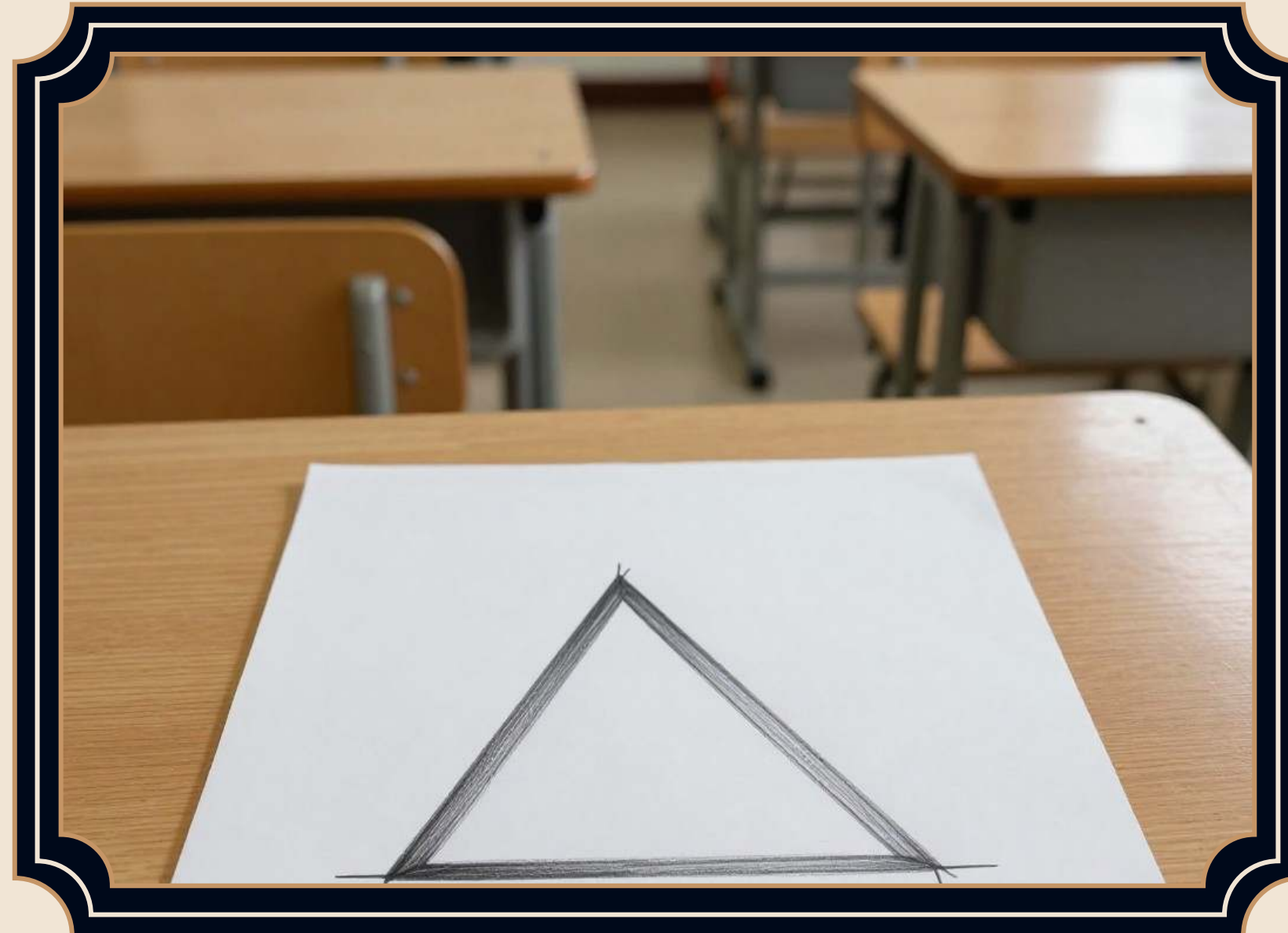
Чтобы не ошибиться в вычислениях, важно смотреть не только на длину, но и на положение стороны относительно прямого угла.

Обозначения на чертеже

Буквы рядом с сторонами помогают быстро понять, что известно в задаче и какую формулу нужно использовать для решения.



Как обозначается прямоугольный треугольник на рисунке



Признак прямого угла

Прямой угол на схеме обычно отмечают маленьким квадратом. Это сразу показывает, что перед нами прямоугольный треугольник и можно искать гипотенузу.

Подписи сторон

Катеты часто помечают буквами a и b , а гипотенузу — буквой c . Такие обозначения делают запись формул короткой и удобной.

Чтение чертежа

По рисунку легко увидеть, какая сторона лежит напротив прямого угла и какие отрезки участвуют в вычислениях по теореме Пифагора.

Формулировка теоремы Пифагора

1. Основное равенство

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов: $c^2 = a^2 + b^2$. Эта формула работает только при наличии прямого угла.

2. Когда известны два катета

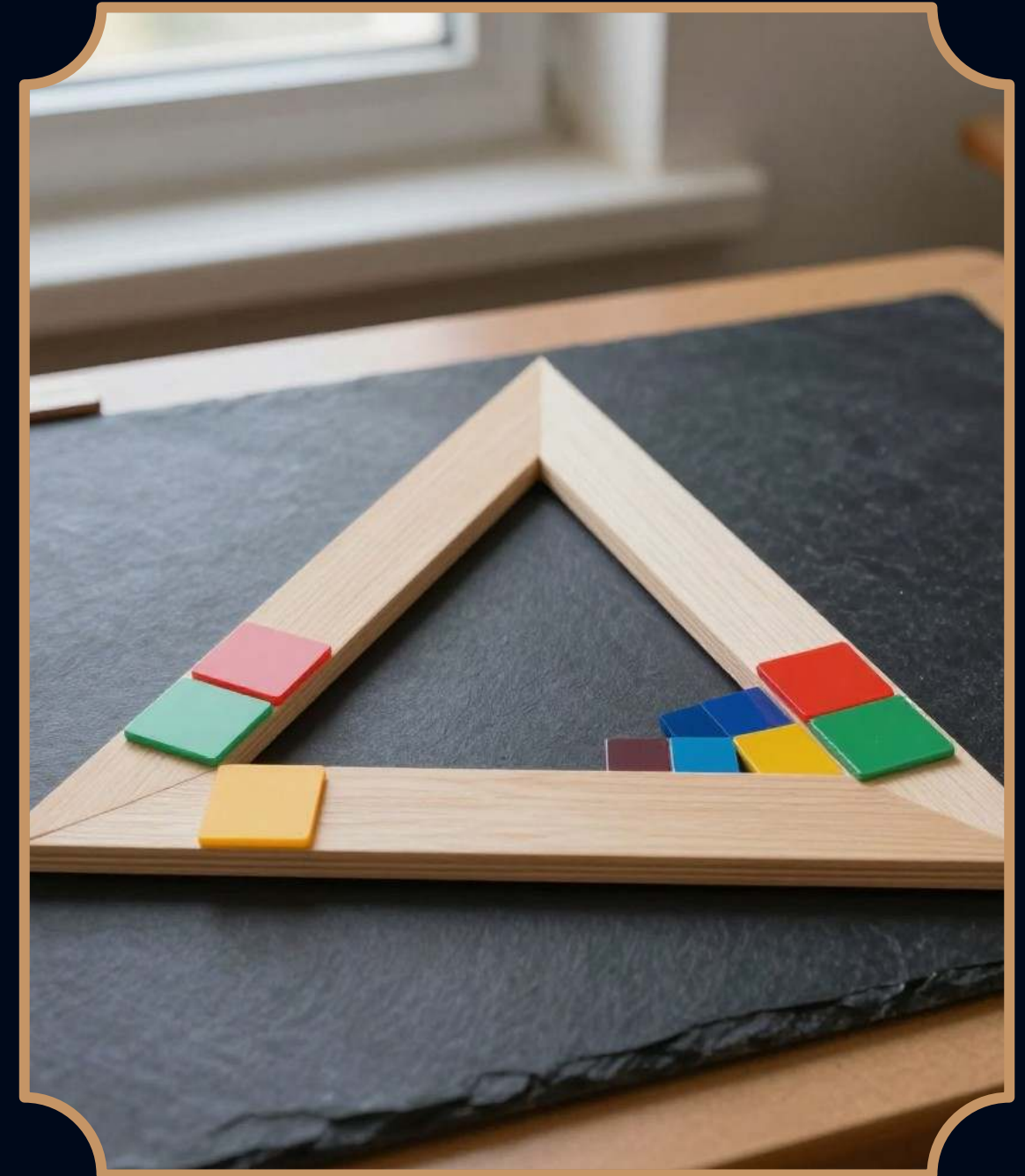
Если заданы оба катета, гипотенузу находят по той же формуле. Сначала складывают квадраты длин, затем извлекают квадратный корень.

3. Когда известны гипотенуза и катет

Если одна сторона неизвестна, формулу записывают через вычитание: $a^2 = c^2 - b^2$ или $b^2 = c^2 - a^2$. Так находят нужный катет.

4. Проверка результата

Полученное число должно быть меньше гипотенузы и согласовываться с рисунком. Такая проверка помогает заметить ошибку ещё до ответа в тетради.



Проверка теоремы на примере треугольника 3–4–5



Этот пример показывает, что не сами стороны, а их квадраты образуют равенство. Именно поэтому треугольник 3–4–5 так удобно использовать для проверки вычислений.

9 + 16 действительно даёт 25, значит треугольник прямоугольный и формула работает точно.

Классический пример из школьной геометрии

Известные пифагоровы тройки



Такие тройки помогают быстро узнавать
прямоугольные треугольники
и проверять вычисления без дробей
и корней.



Во всех строках выполняется $c^2 = a^2 + b^2$, поэтому эти наборы чисел удобно
запоминать для проверки задач.

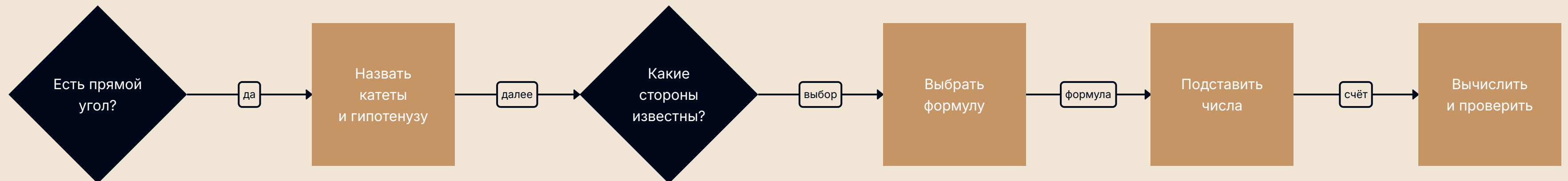


Катеты	Гипотенуза
3 и 4	5
5 и 12	13
8 и 15	17
7 и 24	25

Классические примеры из школьной геометрии

Алгоритм решения задачи по теореме Пифагора

Последовательность действий для задач на прямоугольный треугольник



После сложения квадратов 36 и 64 получается 100, а из него легко извлекается корень. Это удобный пример для отработки вычислений.

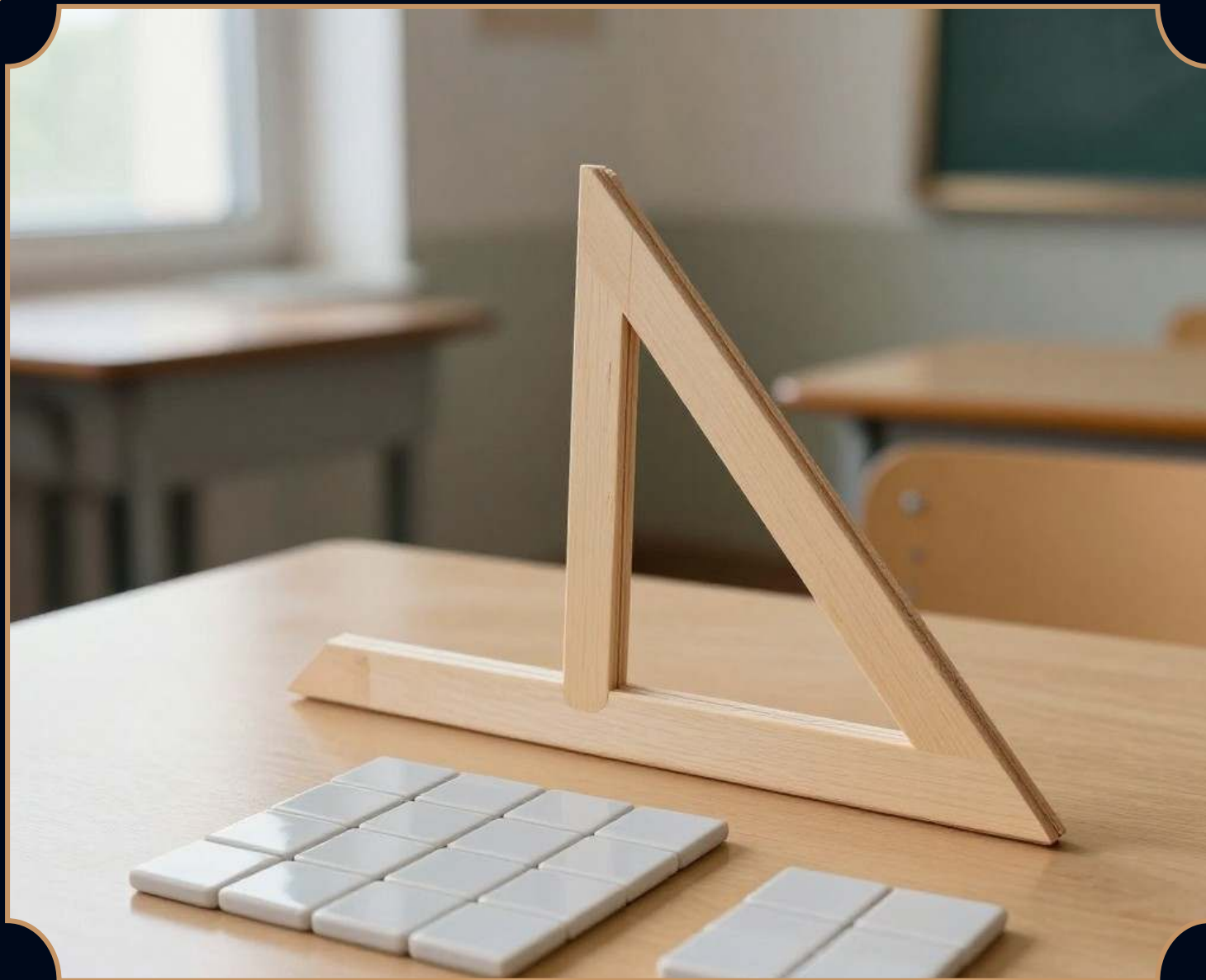


10 см

— такова гипотенуза треугольника с катетами 6 см и 8 см.

Пример из школьной геометрии

Нахождение катета по гипотенузе и катету



Записать данные



01



Если гипотенуза равна 13 см, а один катет — 5 см, сначала важно определить, какая сторона неизвестна и какую формулу нужно применить.

Вычесть квадраты



02



Для поиска второго катета используют формулу $b^2 = c^2 - a^2$.
В примере получается $13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$.

Найти длину

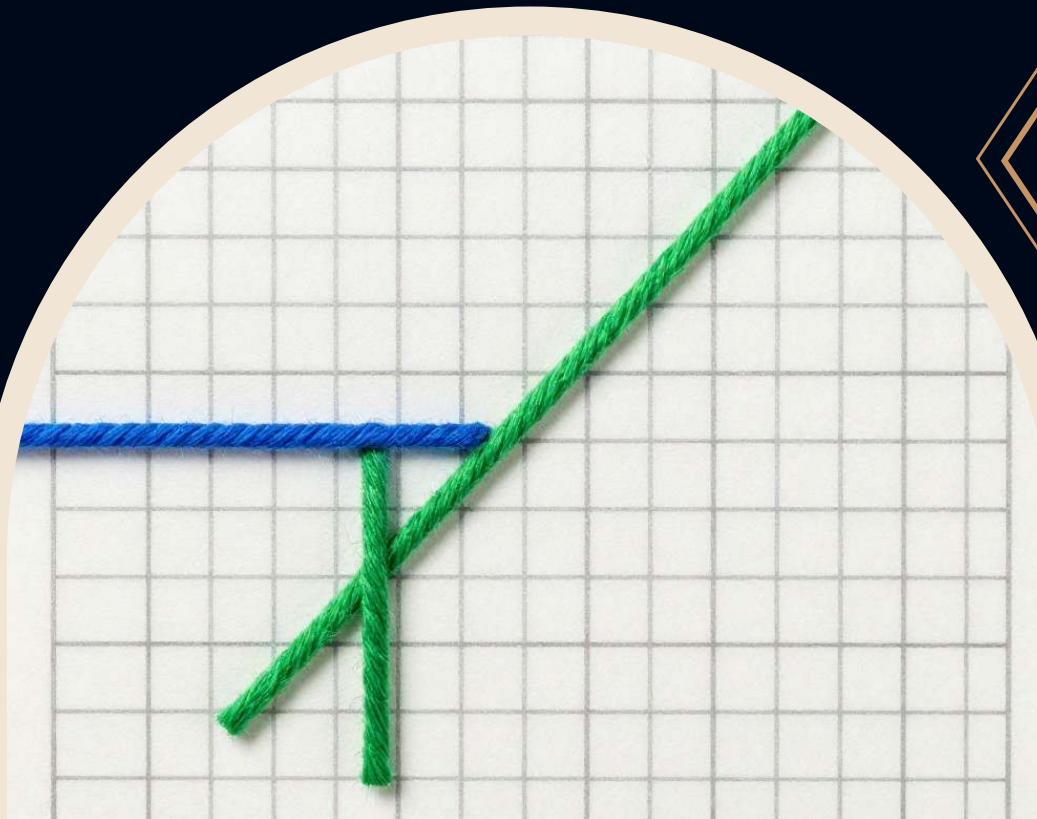


03



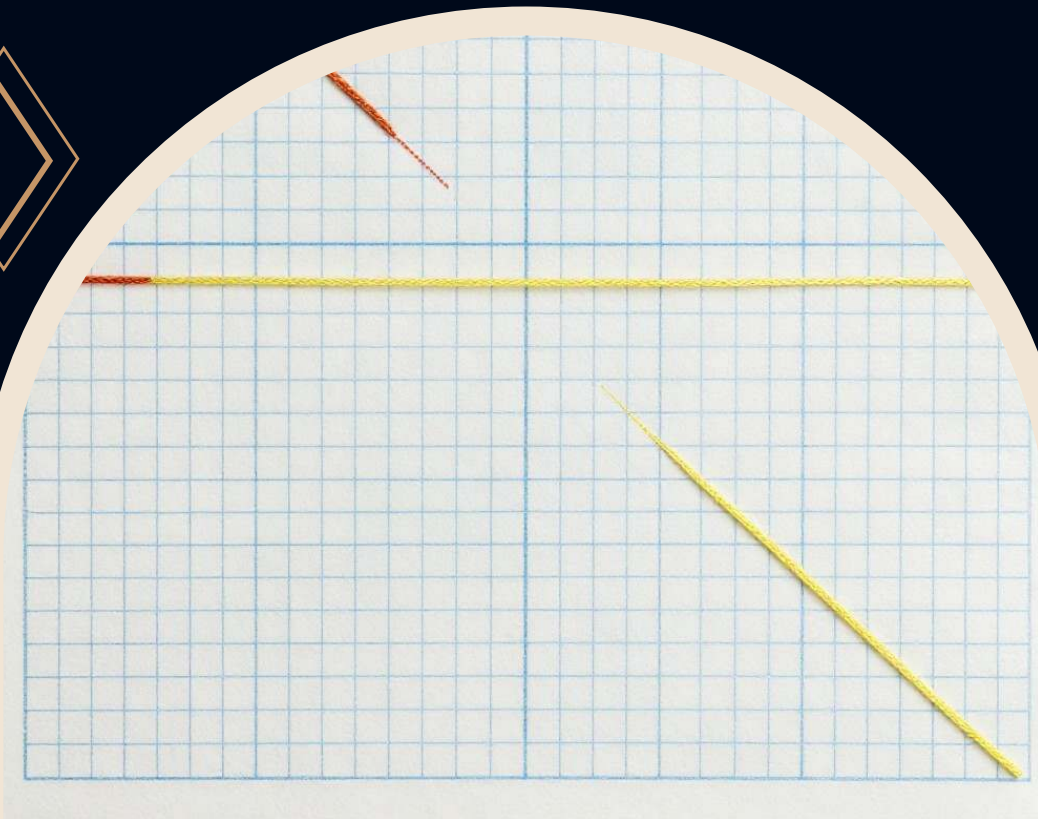
После извлечения квадратного корня получаем $b = 12$ см. Такая запись показывает, что в задачах важно работать именно с квадратами сторон, а не с самими длинами.

Прямоугольный треугольник на клетчатой бумаге



Диагональ в 5 клеток

На клетчатой бумаге легко увидеть два перпендикулярных отрезка: 3 клетки по горизонтали и 4 по вертикали. Если соединить их концы, получается диагональ длиной 5 клеток, и рисунок сразу подтверждает теорему Пифагора.



Когда сетка заменяет линейку

Клетки помогают сравнивать длины без дополнительного измерения. По числу клеток можно быстро понять, какой отрезок длиннее, и проверить, образуют ли стороны прямой угол. Такой способ особенно удобен на чертеже и в учебной задаче.

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике

2. Запомнить обозначения

Катеты обычно обозначают a и b , гипотенузу — c , высоту — h . Отрезки на гипотенузе обозначают p и q , поэтому важно не путать сами стороны с их частями.

4. Найти высоту

Если известны p и q , высоту удобно находить по формуле $h^2 = p \cdot q$. Это помогает решать задачи, где сам треугольник измерить нельзя, а части гипотенузы уже известны.

1. Опустить высоту

Из вершины прямого угла проводят высоту к гипотенузе. Она делит треугольник на два меньших прямоугольных треугольника и создаёт отрезки p и q на гипотенузе.

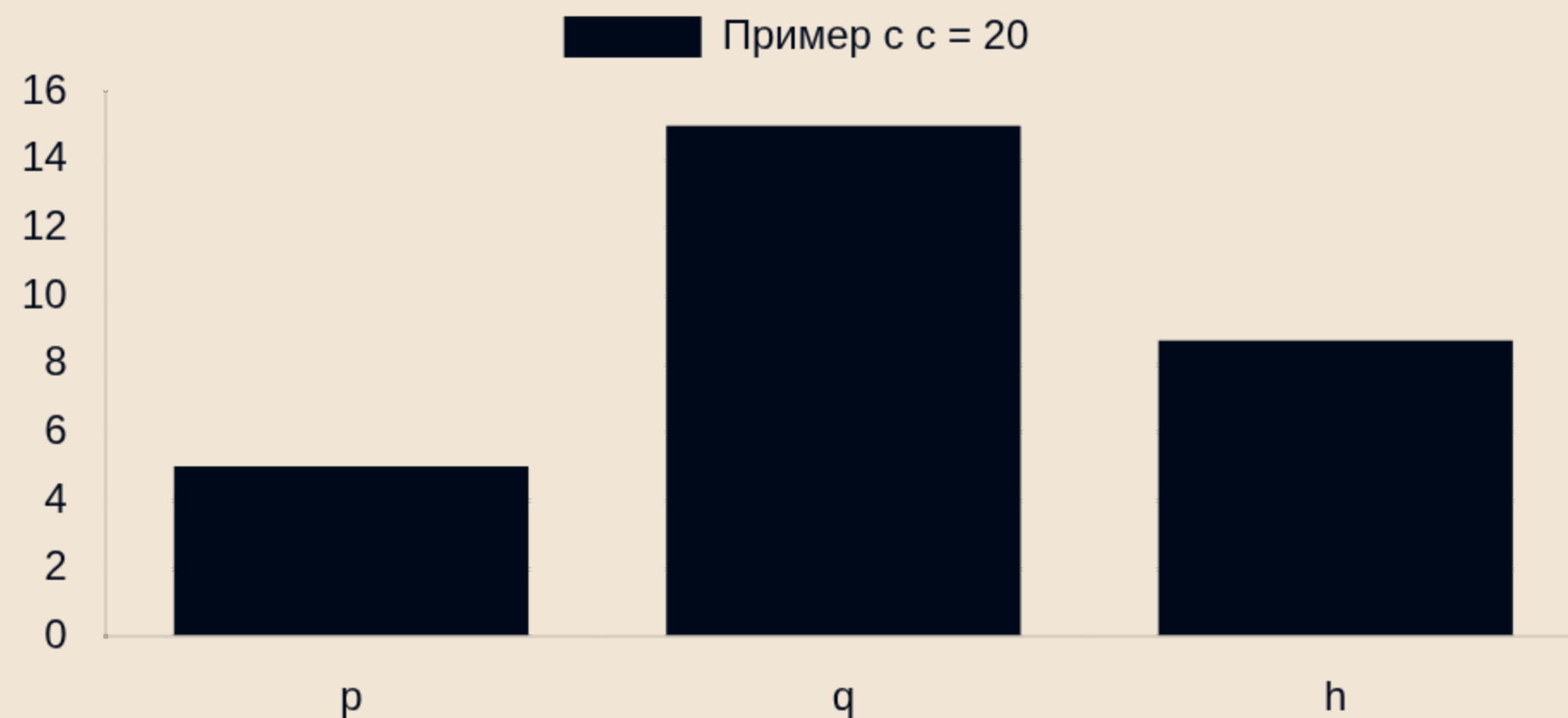
3. Использовать связи

Для вычислений применяют формулы $a^2 = c \cdot p$ и $b^2 = c \cdot q$. Они показывают, как длина катета связана с гипотенузой и прилежащей к нему проекцией.

5. Проверить сумму

Всегда сохраняется равенство $c = p + q$. Оно служит быстрой проверкой: если отрезки на гипотенузе не складываются в её длину, в записи есть ошибка.

Связь высоты, катетов и проекций



На схеме выделен один пример, где известны части гипотенузы. По нему удобно увидеть, как формулы связывают данные между собой.

Если известны p и q , можно сразу найти h , а затем проверить, что $p + q$ действительно равно c .



Учебный пример по формулам метрических соотношений; расчет: $h = \sqrt{5 \cdot 15} \approx 8,7$.

Основные метрические формулы и их обозначения

Обозначение	Что значит	Формула
a, b	катеты	$a^2 = c \cdot p; b^2 = c \cdot q$
c	гипотенуза	$c = p + q$
h	высота	$h^2 = p \cdot q$
p, q	отрезки c	—

Таблица показывает, какие величины участвуют в формулах и что означает каждая буква. Это помогает не перепутать сторону, высоту и отрезки гипотенузы.

Все формулы связаны через гипотенузу: она объединяет катеты, высоту и её проекции в одной схеме вычислений.

Школьные формулы по теме «Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике».

Зная только отрезки на гипотенузе, можно вычислить высоту без прямого измерения треугольника. Это делает метрические формулы особенно удобными в задачах на чертежах.



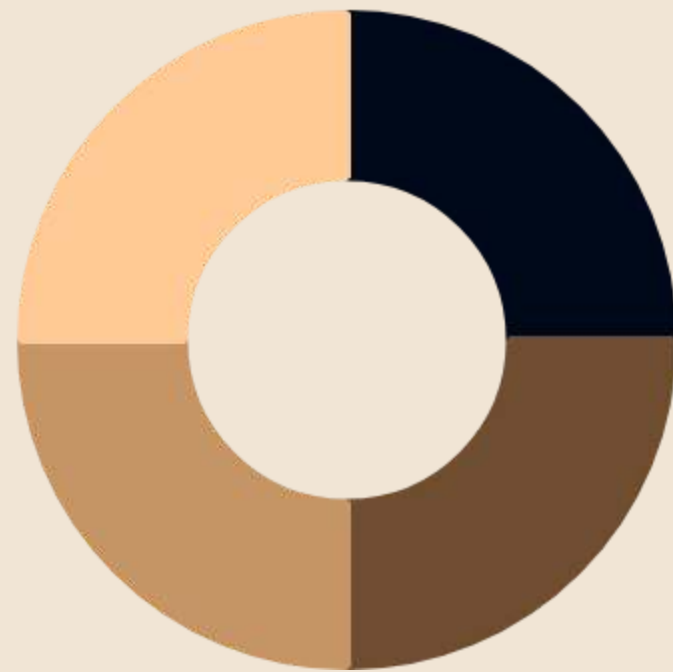
8,7 см

— примерно равна высота в приведённом примере.

Расчёт по формуле $h^2 = p \cdot q$ при $p = 5$ см и $q = 15$ см.

Где применяются теорема Пифагора и метрические соотношения

■ Строительство и архитектура ■ Геодезия и карты
■ Техника и черчение ■ Физика и измерения



Схематическое распределение по основным учебным и практическим областям применения; точные доли не приводятся.

Эти формулы нужны не только на уроках: они помогают работать с чертежами, схемами и измерениями на местности, когда прямой замер неудобен.

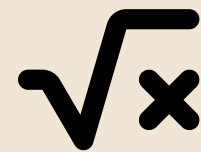
Тема полезна в разных областях, потому что позволяет находить размеры косвенно и быстро проверять правильность расчётов.

Типичные ошибки при решении задач



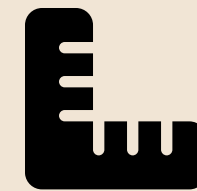
Путают стороны

Самая частая ошибка — назвать гипотенузой катет. Чтобы не ошибиться, нужно помнить: гипотенуза лежит напротив прямого угла и всегда самая длинная.



Складывают не то

Иногда складывают длины сторон, а не их квадраты. В теореме Пифагора именно квадраты катетов дают длину квадрата гипотенузы, поэтому запись нужно проверять очень внимательно.



Забывают единицы

Если в одной задаче смешать сантиметры и метры, ответ получится неверным. Перед вычислением все данные нужно привести к одной единице измерения.

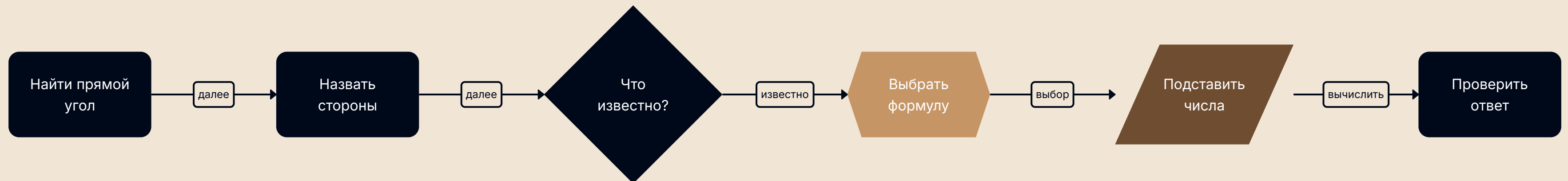


Не проверяют ответ

После вычислений полезно сравнить результат с рисунком. Гипотенуза должна быть длиннее катетов, а найденная величина — подходить по смыслу задачи.

Порядок проверки решения по теме

Последовательность помогает не перепутать теорему Пифагора и метрические соотношения и выбрать правильную формулу.



Связь темы с реальными измерениями

Диагонали и расстояния

Теорема Пифагора помогает находить диагонали прямоугольников и расстояния между точками на плоскости. Это особенно удобно, когда прямое измерение неудобно или невозможно.



Высота и проекции

Метрические соотношения применяют, когда нужно узнать высоту к гипотенузе или длины её частей. В таких задачах достаточно знать две связанные величины, чтобы получить третью.



Проверка чертежей

В геометрии формулы помогают не только вычислять, но и проверять рисунки. Если данные согласуются между собой, чертёж можно считать выполненным правильно.





Что важно запомнить о прямоугольном треугольнике

Теорема Пифагора и метрические соотношения делают прямоугольный треугольник удобной моделью для вычислений. Они помогают находить неизвестные длины, проверять чертежи и решать задачи точно и логично.