

File Edit Search Help

Формулы сокращённого умножения: быстрый способ считать и преобразовывать выражения

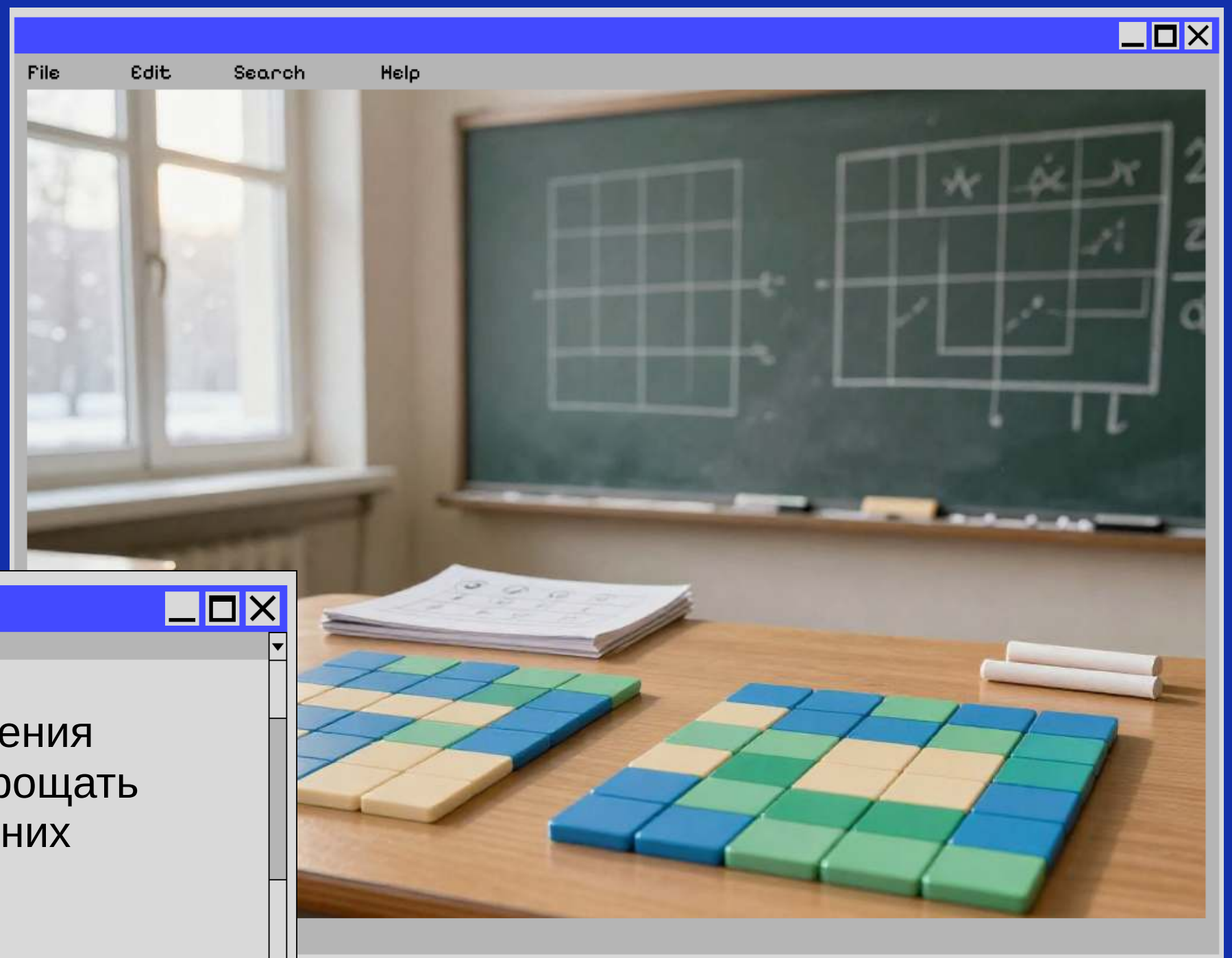
Готовые формулы помогают считать быстрее
и не терять точность при преобразованиях.

Ok

Зачем в алгебре нужны готовые формулы

Ok

Эти правила возникают из обычного умножения
и позволяют быстро раскрывать скобки, упрощать
выражения и проверять равенства без лишних
вычислений.



Квадрат суммы

1

Общий вид

Формула записывается так: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. В ней три слагаемых: два квадрата и удвоенное произведение чисел.

2

Откуда берётся середина

Средний член появляется дважды при перемножении скобок: ab и ba . Поэтому после сложения получается $2ab$, а не просто ab .

3

Пример с буквой

Если раскрыть $(x + 3)^2$, получится $x^2 + 6x + 9$. Здесь $2ab$ превращается в $2 \cdot x \cdot 3$, то есть в $6x$.

4

Как запомнить

Сначала пишут квадрат первого числа, затем удвоенное произведение, а в конце квадрат второго. Порядок всегда остаётся одинаковым.



Квадрат разности

Формула

Квадрат разности имеет вид $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Структура та же, что у квадрата суммы, но средний знак меняется.

Положительные квадраты

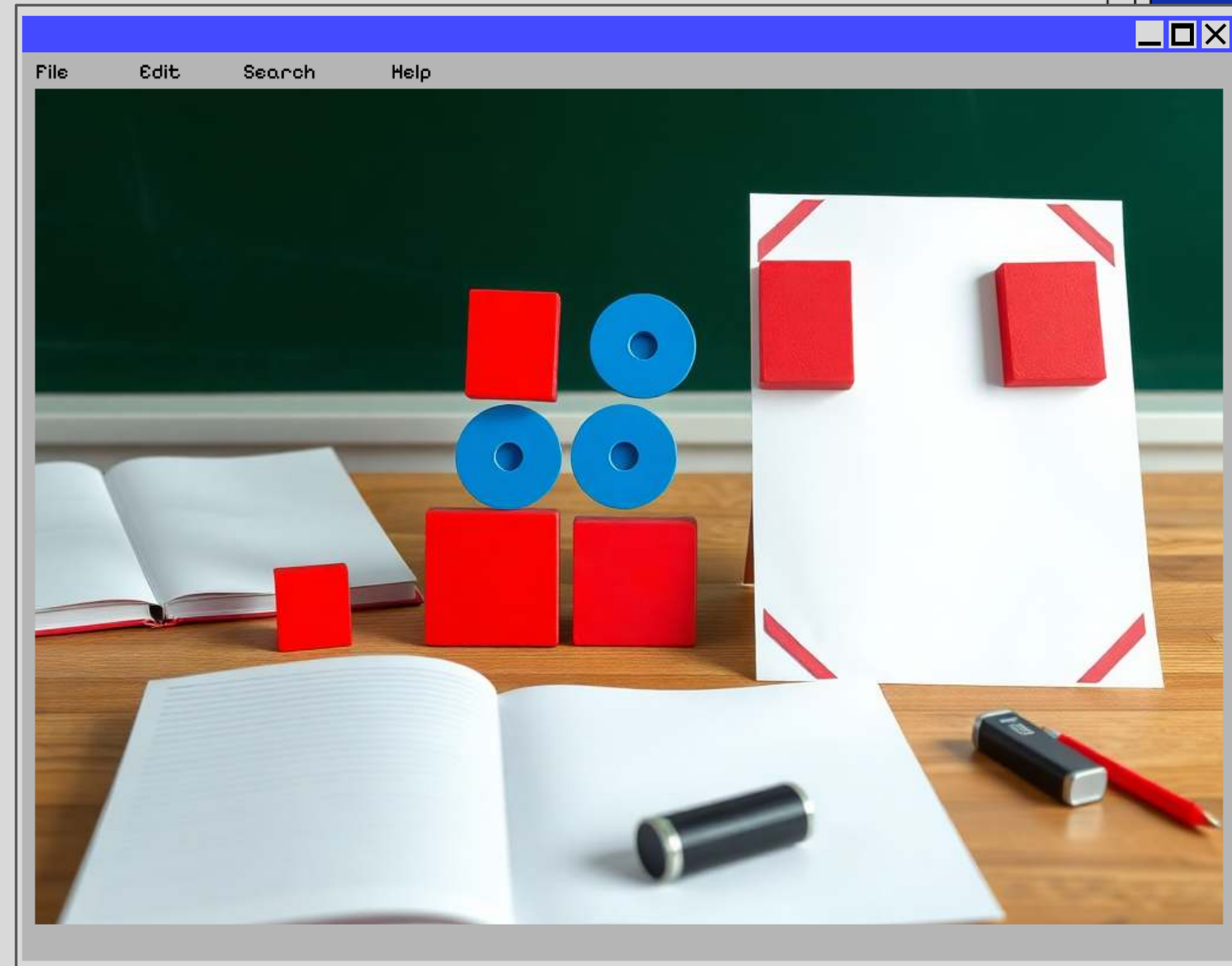
При записи нельзя забывать, что a^2 и b^2 остаются положительными. Меняется только знак у среднего члена, а не у всех частей.

Пример

Для выражения $(y - 5)^2$ получаем $y^2 - 10y + 25$. Здесь средний член равен $-2 \cdot y \cdot 5$, то есть $-10y$.

Типичная ошибка

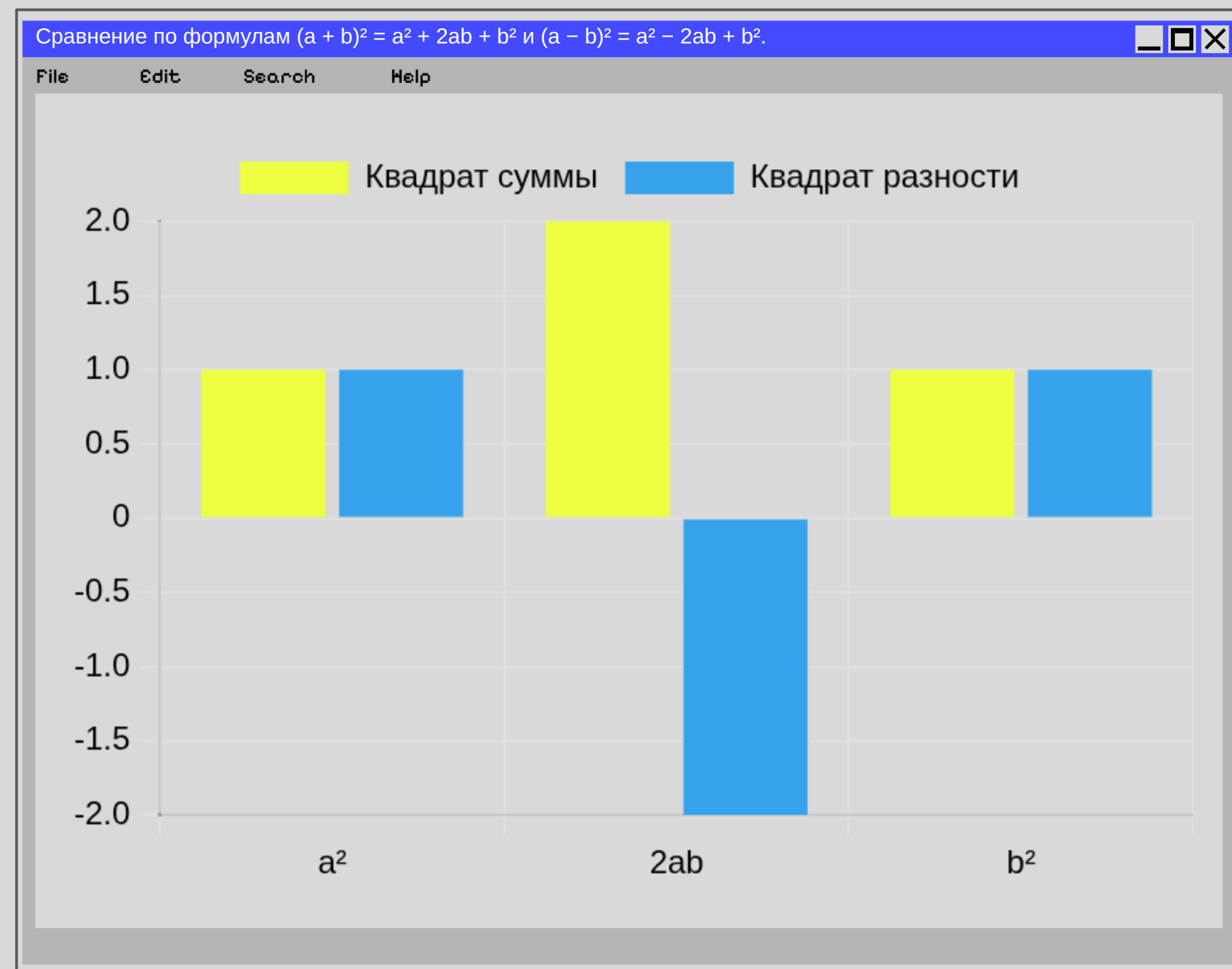
Часто забывают второй квадрат или ставят минус только перед ним. Проверка через раскрытие скобок помогает заметить такую неточность.



Сравнение квадрата суммы и квадрата разности

Обе формулы имеют одинаковую основу: два квадрата по краям и один средний член между ними.

Различие только в знаке среднего члена, поэтому шаблон легко узнаётся и быстро применяется.



Разность квадратов

1 Новый вид записи

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ не раскрывает скобки, а разлагает выражение на два множителя. Это важное отличие от квадратов суммы и разности.

2 Простой пример

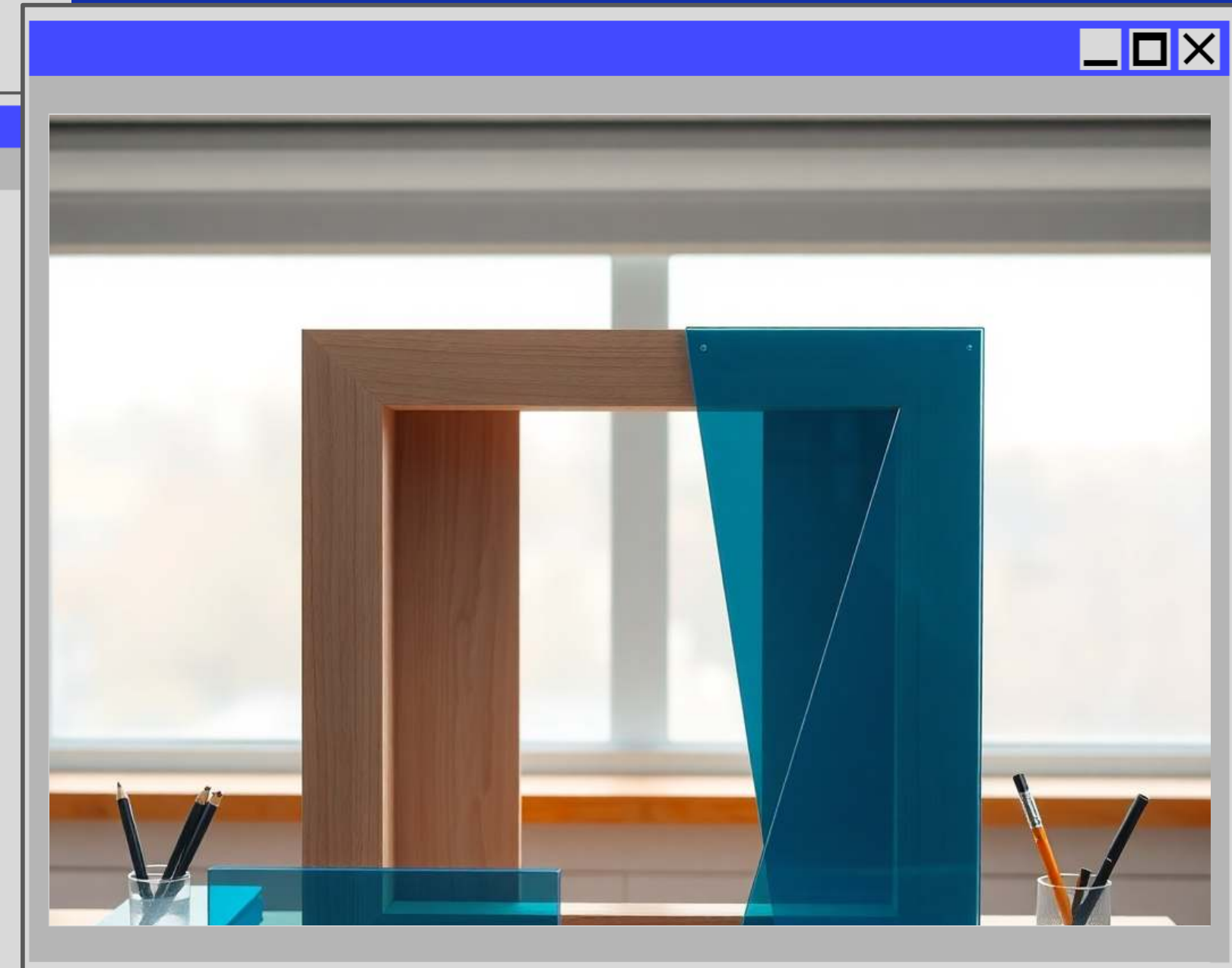
Если взять $x^2 - 16$, то 16 можно представить как 4^2 . Тогда выражение записывается как $(x - 4)(x + 4)$, без потери значения.

3 Для чего полезна

Формула помогает быстро упрощать выражения и находить корни простых уравнений, когда число или буква в одном из слагаемых является квадратом.

4 Как проверить

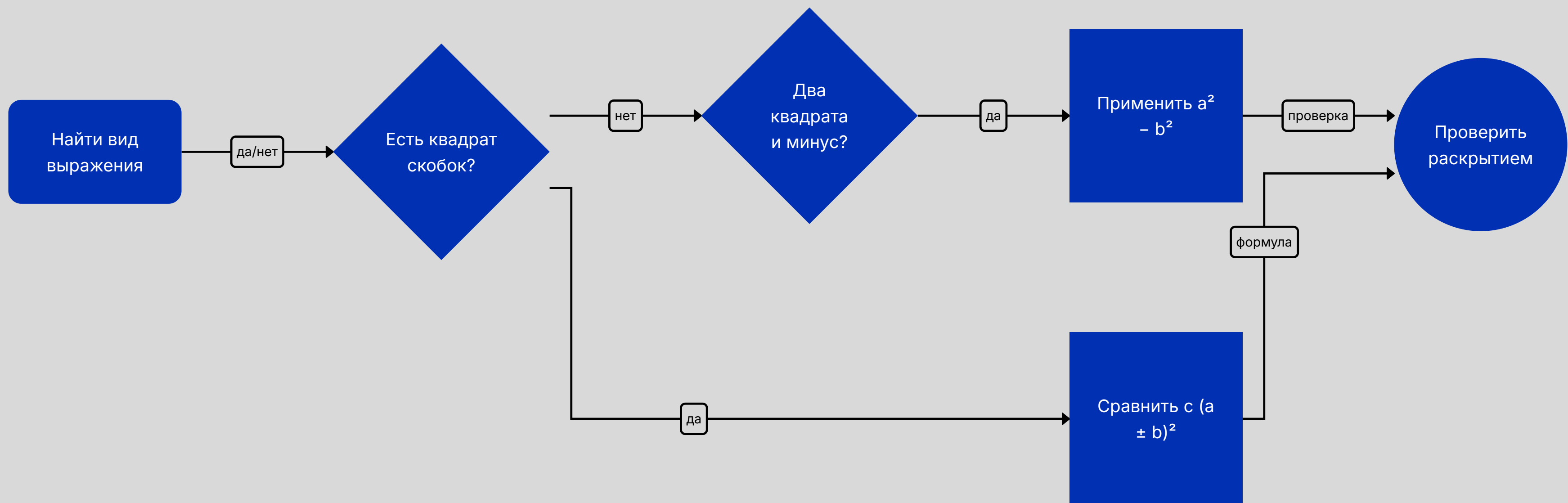
После разложения можно перемножить скобки обратно. Если снова получается $a^2 - b^2$, значит формула применена верно и без ошибок.



Шаги выбора нужной формулы

Схема показывает, как по виду выражения определить подходящее правило и проверить результат.

Ok



Геометрический смысл формул

Квадрат, разделённый на части

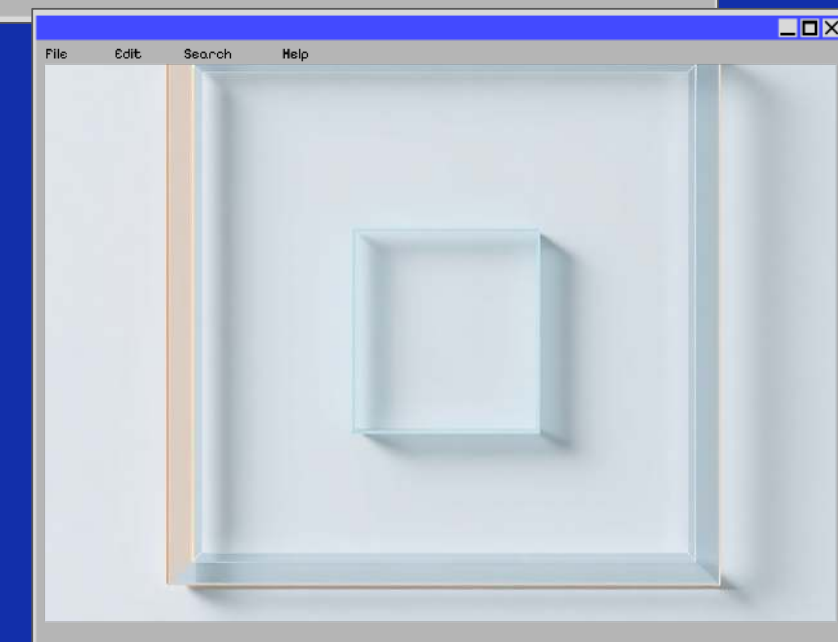
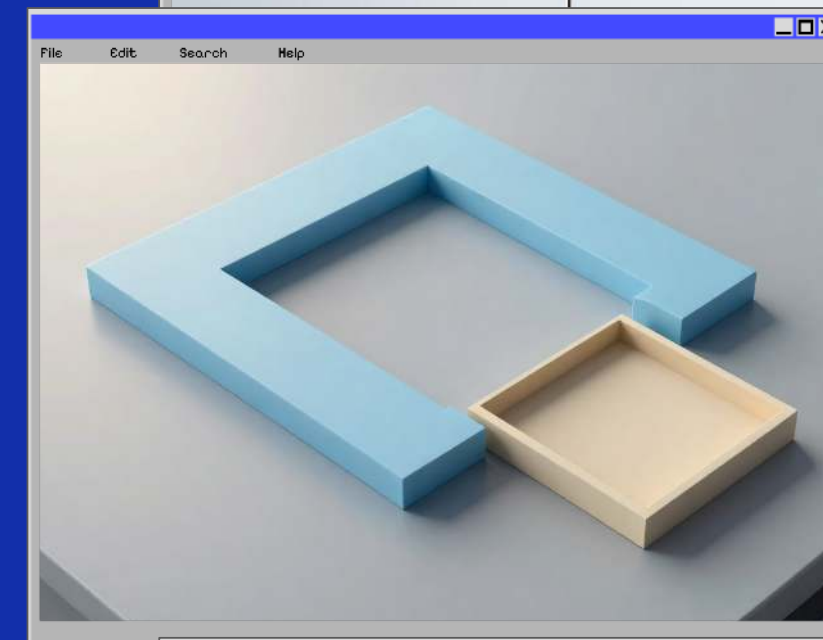
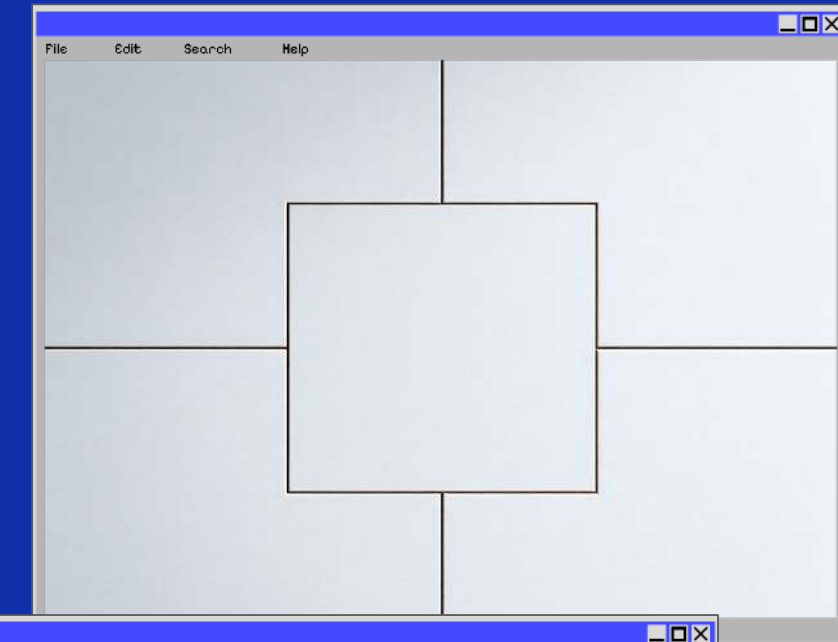
Представьте квадрат со стороной $a + b$. Если провести разрезы по длинам a и b , большая фигура распадается на два квадрата и два прямоугольника. Так наглядно появляется формула квадрата суммы. Каждая часть площади соответствует своему слагаемому.

Почему появляется разность квадратов

Разность квадратов удобно видеть как большую фигуру, из которой вырезали меньший квадрат. Остаётся участок, который можно представить в виде двух прямоугольников с общим размером. Такой рисунок помогает понять, почему результат записывается через две скобки.

Буквы вместо размеров

Геометрические модели особенно полезны, когда стороны обозначены буквами. Тогда формулы показывают не только ответ, но и логику разбиения фигуры на части. Это делает алгебру более понятной и связывает вычисления с площадью.



Как формулы помогают считать быстрее



Меньше длинных вычислений

Если число близко к круглому, удобнее заменить прямое умножение готовой формулой. Так можно быстро посчитать 49^2 как $(50 - 1)^2$ и получить ответ без столбика.

Ok



Сразу видна структура

Формула показывает, какие части нужно сложить или вычесть, поэтому не приходится каждый раз перемножать скобки вручную. Это особенно полезно на уроках и в проверочных работах.

Ok



Экономия времени

Например, 101^2 удобно считать как $(100 + 1)^2$. Такой приём сокращает количество действий и помогает сосредоточиться на ответе, а не на длинных промежуточных вычислениях.

Ok

Три основные формулы в одном сравнении

Таблица помогает увидеть, чем отличаются три важные формулы и как быстро их узнавать по записи.

Две формулы дают три слагаемых, а одна сразу раскладывается на множители; это главный признак для выбора правила.

Основные формулы сокращённого умножения из курса алгебры 7 класса.

Формула	Вид	Признак	Пример
$(a+b)^2$	квадрат суммы	$+2ab$	$(x+3)^2$
$(a-b)^2$	квадрат разности	$-2ab$	$(y-5)^2$
a^2-b^2	разность квадратов	2 множителя	x^2-16

Типичные ошибки при использовании формул

Пропуск среднего члена

При раскрытии квадрата суммы или разности иногда забывают член $2ab$. Из-за этого ответ получается слишком коротким и неверным, хотя первые и последние слагаемые записаны правильно.

Неверный знак

В формуле квадрата разности часто ошибаются со знаком перед средним членом. Нужно помнить: квадраты остаются положительными, а меняется только знак у произведения $2ab$.

Путаница формул

Особенно легко перепутать $(a - b)^2$ и $a^2 - b^2$. Это разные выражения: первое даёт трёхчлен, а второе раскладывается на два множителя.

Проверка раскрытием

Полезно после вычисления раскрыть скобки обратно и сравнить результат с исходным выражением. Такая проверка быстро показывает, где допущена ошибка, и помогает запомнить правильный шаблон.

Куб суммы

1

Запомнить шаблон

Формула куба суммы имеет вид $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Она показывает, как меняется запись при возведении суммы в третью степень.

3

Понять пример

Для выражения $(x + 2)^3$ получаем $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$. Здесь коэффициенты появляются потому, что b равно 2, и оно входит в средние члены.

2

Увидеть структуру

В результате всегда получается четыре слагаемых. Первое и последнее — кубы чисел a и b , а два средних члена содержат коэффициент 3 и смешанные произведения.

4

Сделать вывод

Куб суммы удобен тем, что позволяет сразу записать результат без длинного перемножения скобок. Достаточно узнать форму выражения и подставить значения в готовый шаблон.

Куб разности

Основная формула

Формула куба разности записывается так: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$. Она очень похожа на куб суммы, но знаки в ней чередуются.

Чередование знаков

При переходе от первого к последнему члену знаки меняются по правилу: минус, плюс, минус. Это помогает не перепутать формулу и быстрее записать правильный ответ.

Разбор примера

В выражении $(m - 1)^3$ получаем $m^3 - 3m^2 + 3m - 1$. Если b равно 1, числа в средних членах остаются, а запись становится короче.

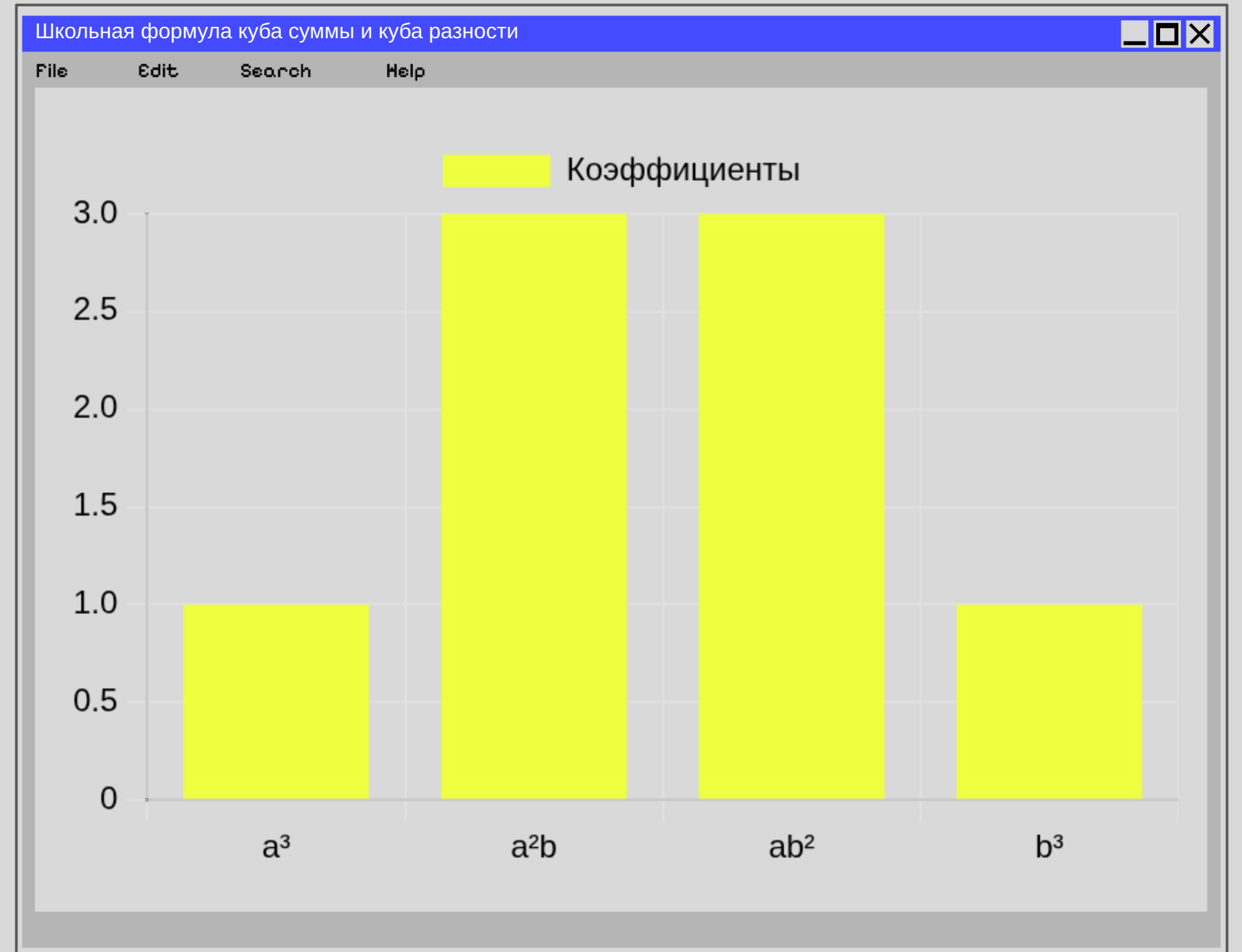
Чем полезна

Эта формула помогает отличать возведение в куб разности от куба суммы и аккуратно выполнять преобразования в алгебре, не теряя ни один член.

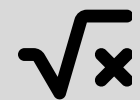
Структура кубов: коэффициенты 1, 3, 3, 1

Одинаковая схема коэффициентов помогает быстро вспоминать оба куба и не терять порядок членов. Удобно сначала назвать степени, а затем поставить знаки по нужной формуле.

Последовательность 1, 3, 3, 1 повторяется в обеих формулах; различие только в знаках. Это делает запоминание третьей степени заметно проще.



Связь с раскрытием скобок и умножением многочленов



Короткая запись вычислений

Формулы сокращённого умножения заменяют длинное перемножение скобок готовым шаблоном. Благодаря этому можно сразу записать правильный результат, не расписывая каждый промежуточный шаг.



Умножение двучленов

За формулой всегда стоит обычное умножение двух выражений. Если понимать, как раскрываются скобки, легче увидеть, откуда берутся средние члены и почему появляются именно такие коэффициенты.



Упрощение выражений

Эти формулы часто помогают сократить запись и сделать выражение более удобным для дальнейших действий. Особенно это полезно, когда нужно сравнить, преобразовать или проверить алгебраическое выражение.



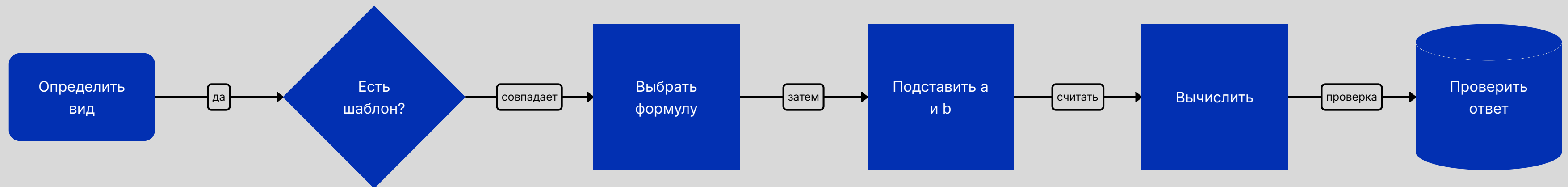
Основа для новых тем

В 7 классе формулы становятся одним из главных инструментов. Позже они пригодятся при работе с дробями, разложением на множители и решением уравнений.

Алгоритм применения формулы

Последовательность действий основана на распознавании шаблона и проверке результата

Ok



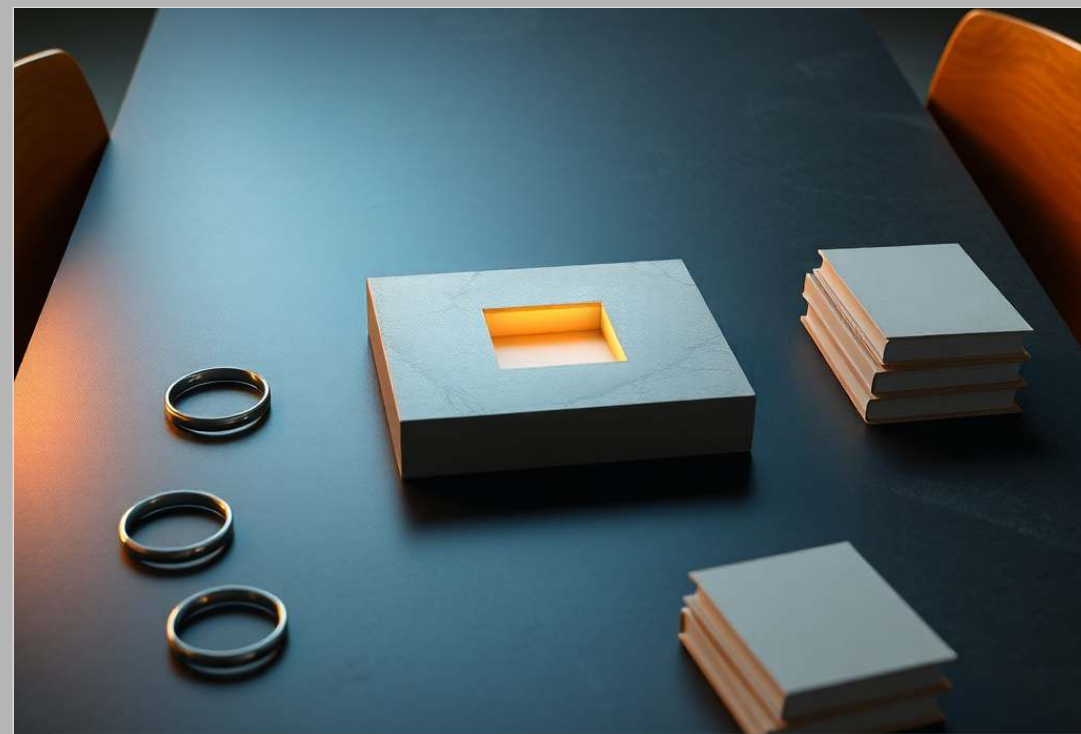
Формулы в задачах и примерах из школьной математики



Быстрый счёт без столбика

Когда нужно вычислить число, близкое к круглому, формула сокращённого умножения экономит время. Например, выражение вроде $(x + 4)^2$ легко превращается в удобную запись, если сразу увидеть его как квадрат суммы. Такой подход особенно полезен в устном счёте.

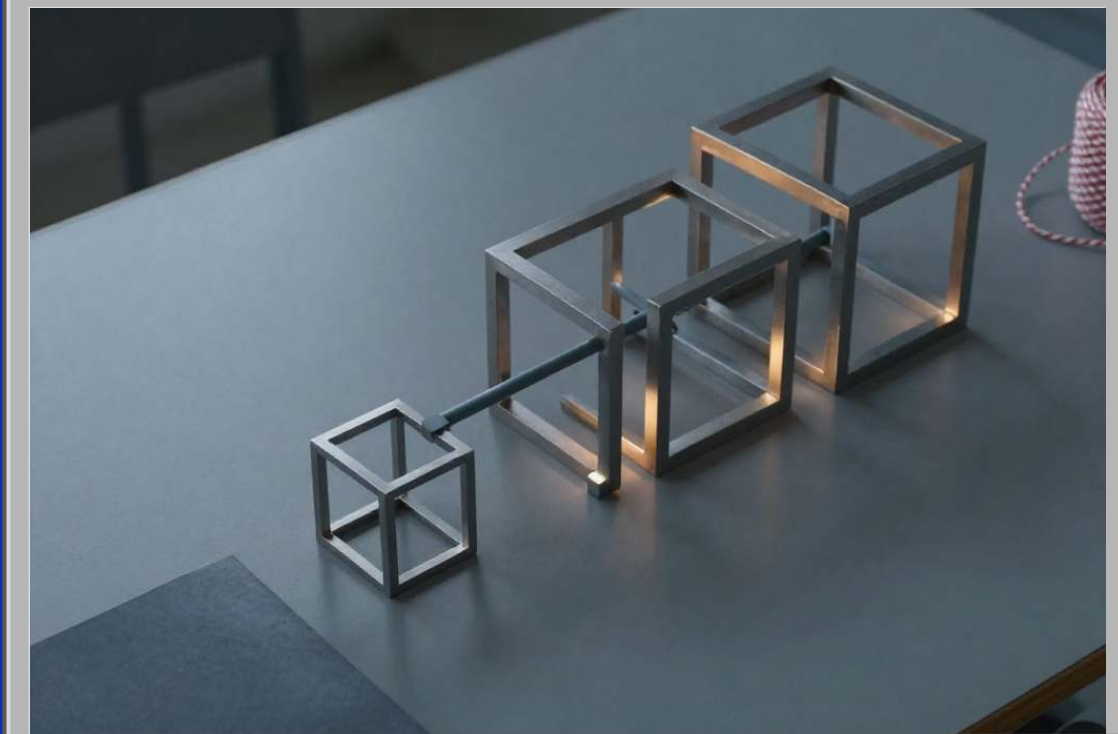
Ok



Скрытая структура выражения

Иногда выражение выглядит длинным и сложным, хотя внутри него спрятан знакомый шаблон. Так происходит с $81 - y^2$: здесь можно увидеть разность квадратов и быстро записать произведение двух скобок. Именно узнавание структуры делает решение короче.

Ok



Путь к ответу в уравнениях

В задачах на неизвестное число формулы помогают перейти от громоздкой записи к понятному виду. Например, $(p - 2)^3$ показывает, что нужно работать с кубом разности, а не перемножать всё вручную. Это уменьшает число ошибок и ускоряет поиск ответа.

Ok

Мини-практика по формулам сокращённого умножения

Выражение	Формула	Результат
$(a + 5)^2$	квадрат суммы	$a^2 + 10a + 25$
$(x - 7)^2$	квадрат разности	$x^2 - 14x + 49$
$36 - t^2$	разность квадратов	$(6 - t)(6 + t)$
$(m + 1)^3$	куб суммы	$m^3 + 3m^2 + 3m + 1$

Сравните выражение, выбранную формулу и результат раскрытия скобок. Так проще увидеть, как работает каждый шаблон.

Каждое выражение быстро распознаётся по шаблону. Если знать формулу, можно сразу получить правильный результат и избежать лишних вычислений.

Где формулы понадобятся дальше

Ok

7 класс

Формулы становятся основой для раскрытия скобок, сравнения выражений и первых преобразований в алгебре. Без них трудно уверенно проверять ответы и замечать знакомые шаблоны.



Преобразование выражений

Дальше они помогают упрощать многочлены, переносить члены и приводить выражения к удобному виду. Это экономит время и делает записи короче.



Разложение на множители

Затем формулы используются наоборот: по готовому выражению находят два множителя. Этот приём важен для сокращения выражений и подготовки к более сложным темам.



Квадратные уравнения

Позже формулы помогают узнавать специальные случаи и проверять вычисления при решении квадратных уравнений. Они остаются полезным инструментом и в 8, и в 9 классе.



Что важно запомнить о формулах сокращённого умножения

Ok

Главное в этой теме — узнавать знакомый шаблон и точно подставлять значения. Тогда формулы помогают считать быстрее, упрощать выражения и уверенно переходить к новым темам алгебры.