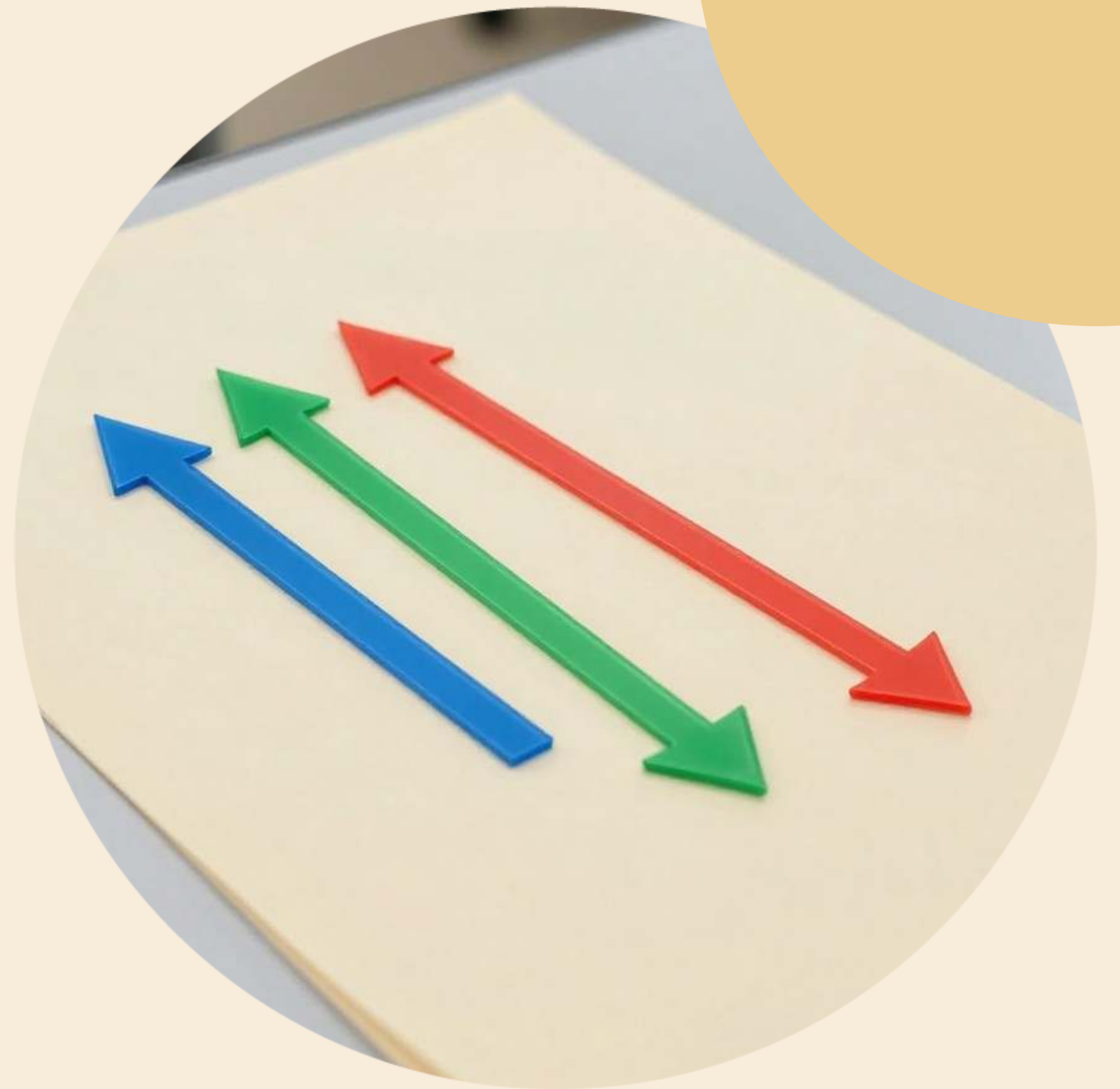


Сложение векторов в геометрии: основные способы и примеры

Изучаем, как находить
резльтирующий вектор по шагам
и координатам.



Что нужно помнить о векторах

Вектор задаёт направление и длину, а равные векторы можно переносить без изменения смысла. Эти свойства помогают складывать векторы на чертеже, в координатах и в задачах на движение.



Сумма двух векторов

Общий результат

01

Сумма двух векторов показывает, какое действие получится, если объединить оба перемещения или воздействия. Она сохраняет направление и длину результирующего вектора.

Одна прямая

02

Когда векторы направлены одинаково, их длины складываются. Если направления противоположны, из большей длины вычитают меньшую, а результат направлен в сторону большего вектора.

Разные направления

03

Если векторы не лежат на одной прямой, ответ находят геометрически или по координатам. Тогда особенно важно правильно учесть не только числа, но и направление каждого вектора.

Школьные задачи

04

Такой приём нужен в геометрии, физике и задачах на движение. Он помогает описывать несколько последовательных шагов, силы и смещения на плоскости без потери смысла.

Правило треугольника

Первый вектор

Сначала один вектор откладывают от выбранной точки. Его длина и направление остаются прежними, поэтому он служит началом всего построения.

Второй вектор

Затем второй вектор переносят так, чтобы его начало совпало с концом первого. Это не меняет сам вектор и позволяет сложить действия последовательно.



Результат построения

Суммой считается вектор, который соединяет начало первого вектора с концом второго. Такой способ удобно применять, когда движение происходит по этапам.

Правило параллелограмма

1

Два начала

Оба вектора откладывают из одной точки, как две соседние стороны фигуры. Так сразу видно их взаимное расположение и направление действия.

2

Строим параллелограмм

Через концы векторов проводят прямые, параллельные противоположным сторонам. В результате получается параллелограмм, где исходные векторы образуют соседние стороны.

3

Диагональ-результат

Диагональ, выходящая из общего начала, и есть сумма векторов. Этот способ особенно нагляден, когда два воздействия происходят одновременно и образуют общий итог.



Как построить сумму векторов на чертеже

Последовательность действий для правил треугольника и параллелограмма

$$3 + 5 = 8$$

Если векторы направлены одинаково, их длины просто складываются.

Школьное правило сложения сонаправленных векторов

Для векторов на одной прямой направление не меняется, поэтому результат определяется только суммой длин. Это самый простой случай сложения.

Сложение противоположно направленных векторов

Сравниваем длины

01 Когда векторы направлены в разные стороны по одной прямой, сначала определяют, какой из них длиннее. Именно его направление станет направлением результата.

Находим разность

02 Из большей длины вычитают меньшую, потому что части векторов частично компенсируют друг друга. Поэтому численный ответ всегда меньше большей из исходных длин.

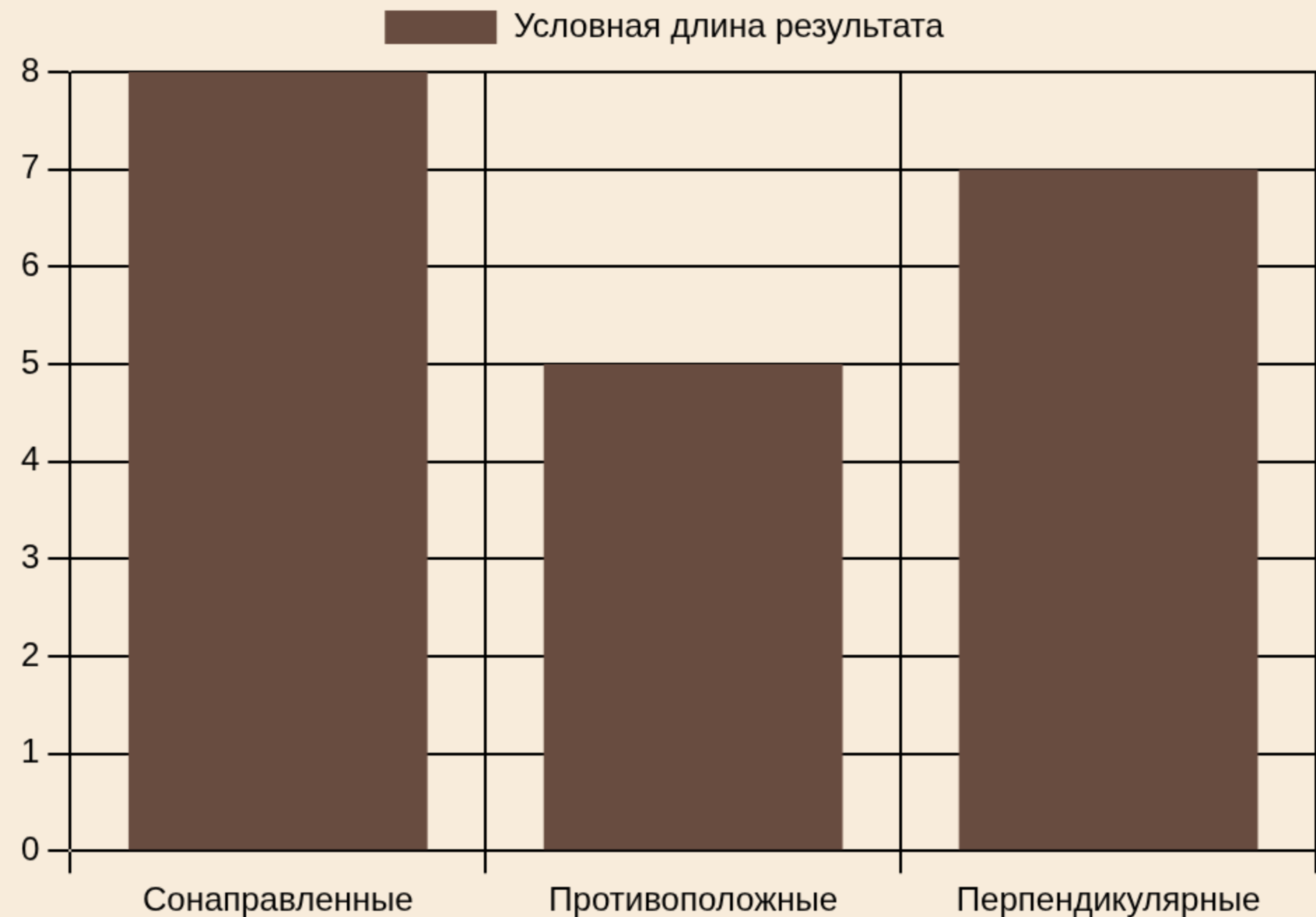
Не забываем направление

03 Даже если числа известны, без указания направления ответ нельзя считать полным. В задачах на движение и перемещение это особенно важно для правильного вывода.

Три типичных случая сложения векторов

Диаграмма показывает, что одинаковый набор исходных чисел может давать разные результаты из-за направления и способа построения.

Само число ещё не определяет ответ: важно, как направлены векторы и взаимно ли они перпендикулярны.



Сложение векторов по координатам

1

Складываем по осям

Если векторы заданы координатами, отдельно складывают x -координаты и отдельно y -координаты. Так результат получается точным и легко проверяется без чертежа.

2

Пример вычисления

Для векторов $(2; 3)$ и $(4; -1)$ получаем сумму $(6; 2)$. Здесь важно сохранять знаки, особенно если одна из координат отрицательная.

3

Где удобно применять

Координатный способ особенно полезен на плоскости и в контрольных работах. Он помогает быстро находить ответ, когда рисунок не очень удобен для построения.

Примеры сложения векторов по координатам

В таблице показано, как складываются координаты двух векторов. В каждом примере отдельно суммируются значения по оси x и по оси y .

Координаты складываются по отдельности, а знаки чисел сохраняются. Поэтому важно внимательно работать с положительными и отрицательными значениями.

Первый вектор	Второй вектор	Сумма
$(1; 2)$	$(3; 4)$	$(4; 6)$
$(5; -2)$	$(-1; 7)$	$(4; 5)$
$(-3; 1)$	$(2; -6)$	$(-1; -5)$

Сложение на клетчатой бумаге



Шаги по клеткам

На клетчатой бумаге вектор удобно читать как движение по клеткам: вправо-влево и вверх-вниз. Например, запись $(4; -2)$ означает четыре клетки вправо и две вниз. Такой способ помогает быстро увидеть, куда смещается точка и как получается новый вектор.



Проверка по рисунку

Когда два вектора сложены на сетке, результат можно проверить прямо на чертеже. Если сначала пройти один участок, а потом второй, конечная точка покажет сумму. Это делает построение наглядным и помогает не перепутать направление движения.

Пример маршрута: путь и перемещение

Линия показывает, как меняются путь и перемещение после каждого шага: восток, север, снова восток.

Путь всегда накапливается как длина маршрута, а перемещение зависит от направления и может быть меньше пути.

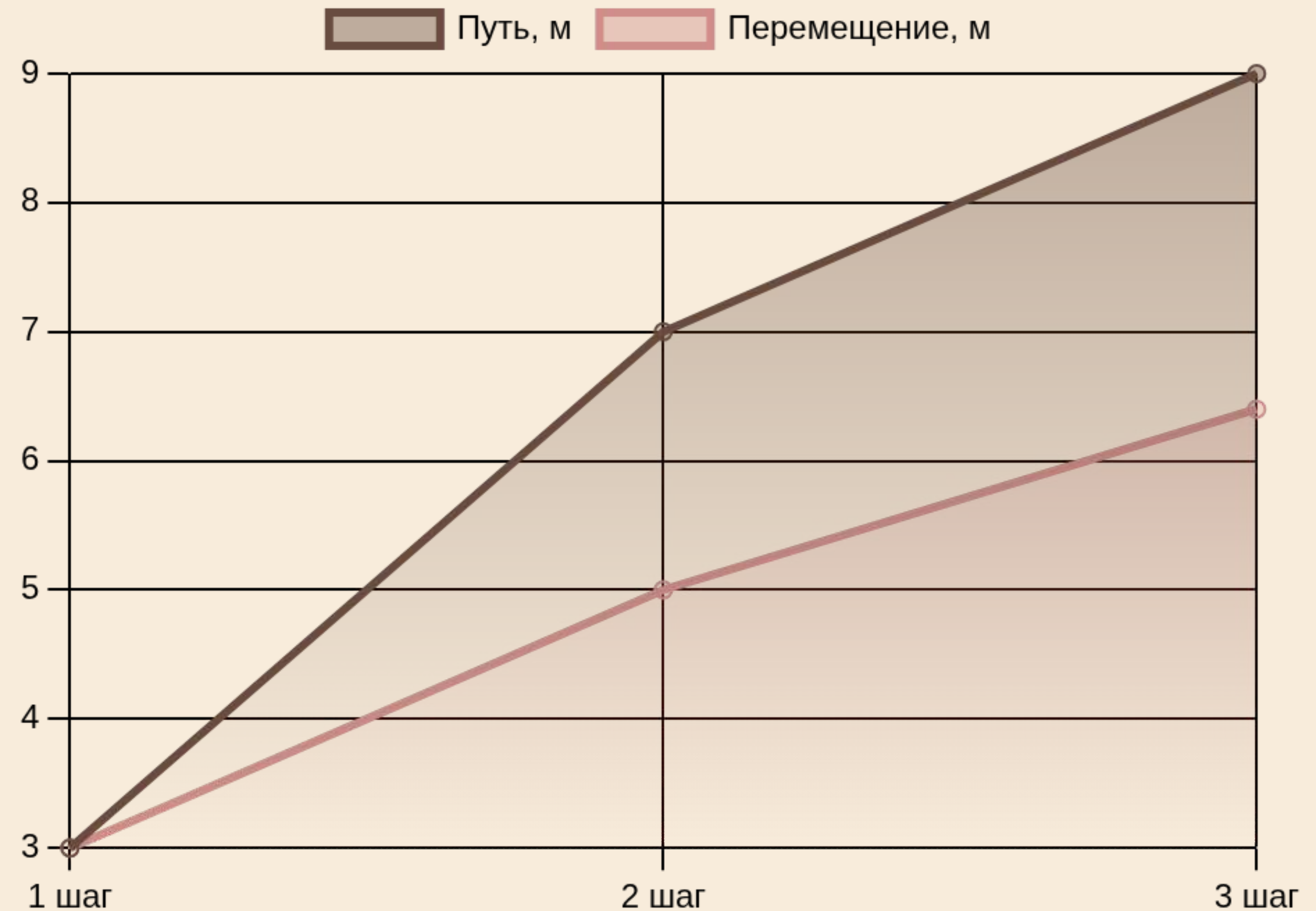


Схема движения: 3 м на восток, 4 м на север, 2 м на восток.

Где используется сложение векторов



Навигация

При движении по маршруту векторы помогают складывать отдельные участки пути и находить итоговое смещение. Это удобно на карте, где важно учитывать направление каждого шага.



Физика

В физике векторная сумма нужна для нахождения равнодействующей сил и итогового направления движения. Так можно понять, как несколько воздействий вместе меняют состояние тела.



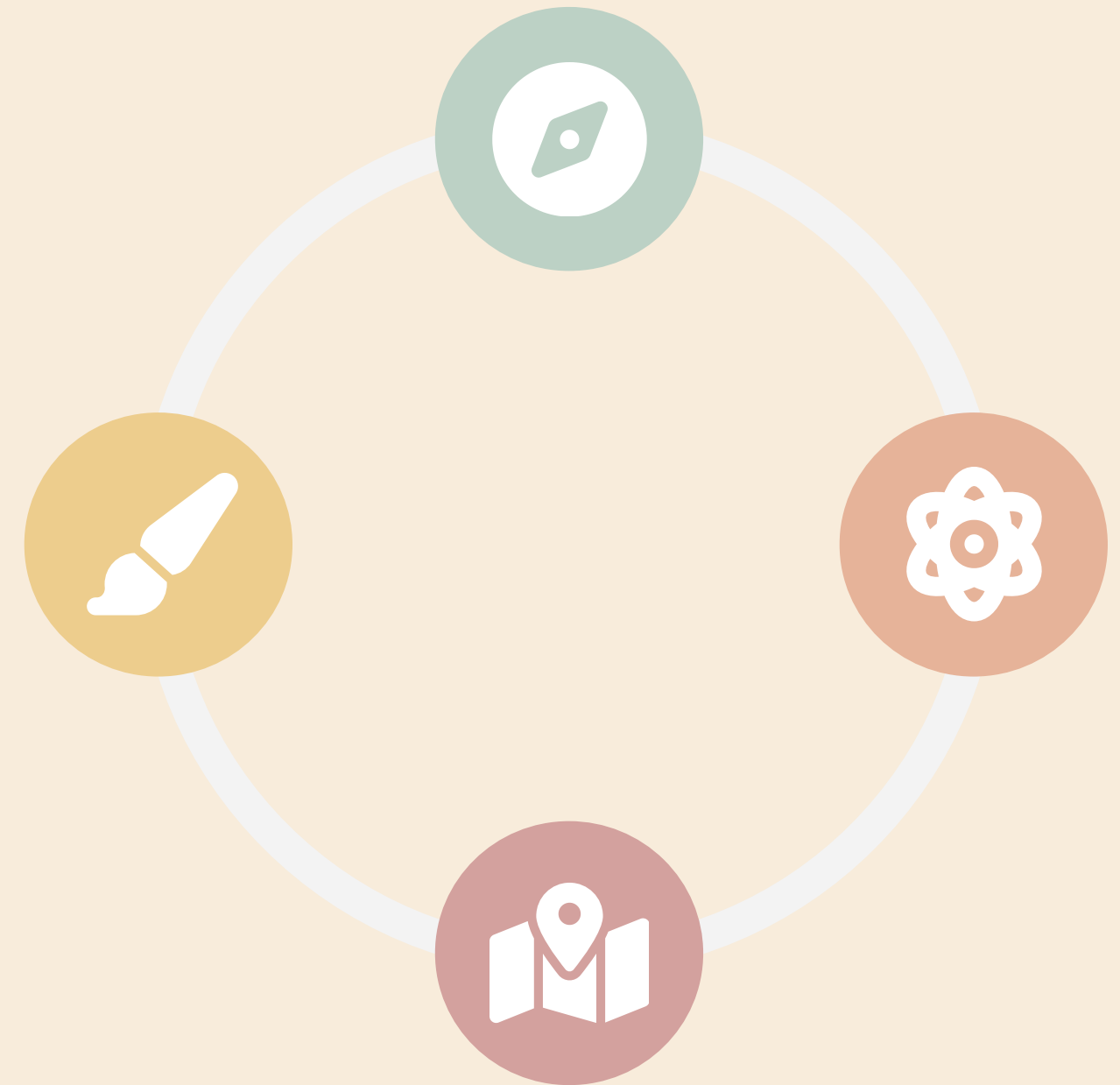
Местность

В задачах на перемещение векторы показывают, куда и насколько сместился человек или объект. Это помогает отличать реальный путь от конечного результата движения.



Графика

В компьютерной графике векторы задают сдвиг объектов на экране и направление движения. Благодаря этому можно точно перемещать изображения и строить анимацию.



Проверка правильности ответа

Пошаговая схема проверки результата сложения векторов на чертеже и по координатам

Типичные ошибки при сложении векторов

Не учитывают направление

Иногда складывают только длины, будто векторы всегда смотрят в одну сторону. Но направление меняет результат, поэтому стрелки нужно сравнивать не только по размеру, но и по ориентации.

Путают путь и перемещение

В задачах на движение легко принять весь пройденный маршрут за результат сложения. На самом деле путь — это длина маршрута, а перемещение показывает, где оказалась точка в итоге.

Теряют знак числа

На координатной плоскости часто забывают про минус при сложении. Из-за этого ответ получается неверным, хотя сами действия выполнены правильно. Знаки нужно проверять особенно внимательно.

Неверно переносят вектор

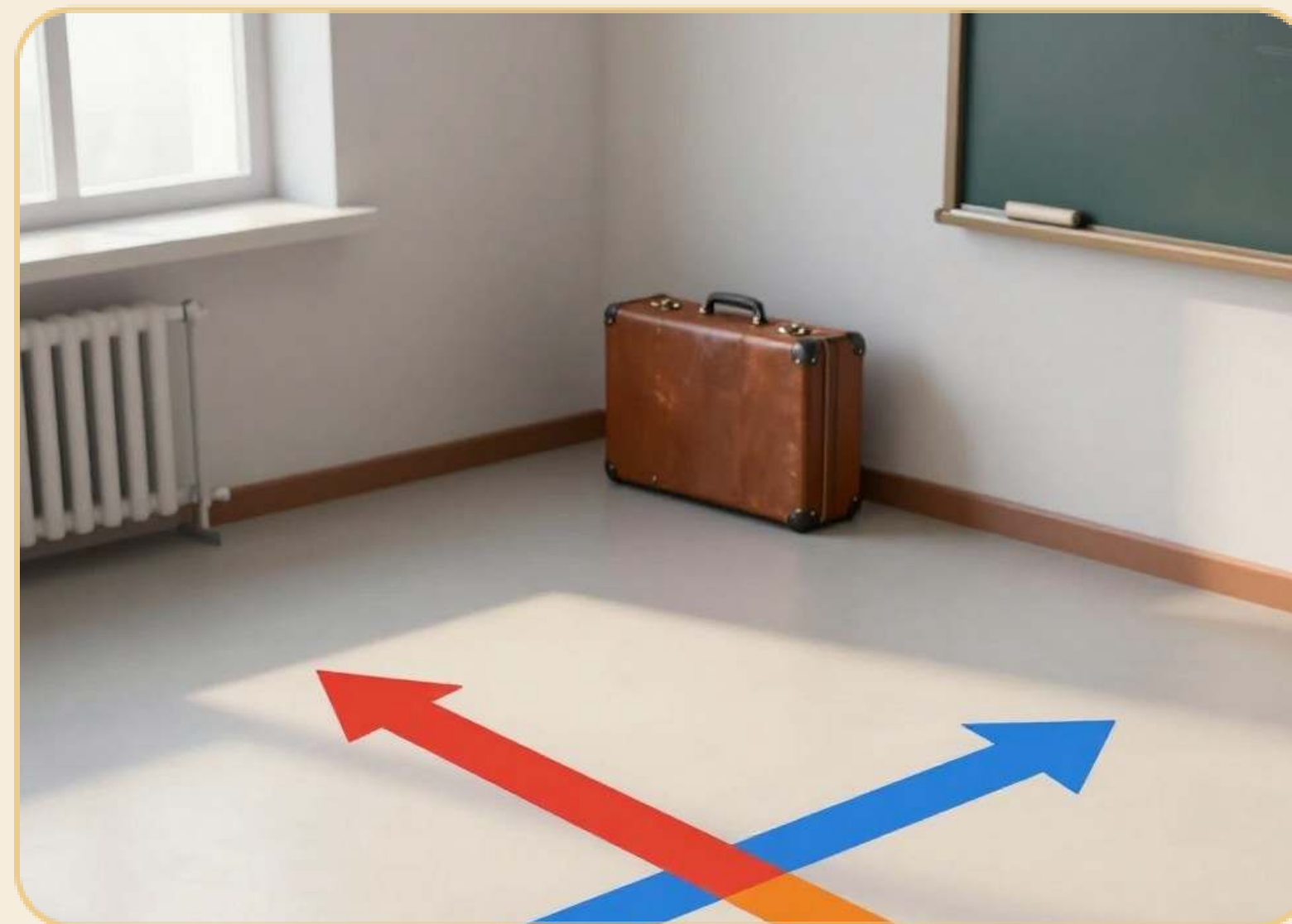
При переносе вектор нельзя изменять: у него должны сохраниться и длина, и направление. Если стрелка стала другой, это уже не тот же вектор, а ошибка построения.

Сложение сил как пример векторной суммы



Две силы в одном действии

Если одна сила тянет предмет вправо, а другая — вверх, обе действуют одновременно. Их векторная сумма показывает, куда объект будет двигаться под общим влиянием. На рисунке это удобно видеть как одну диагональную стрелку.



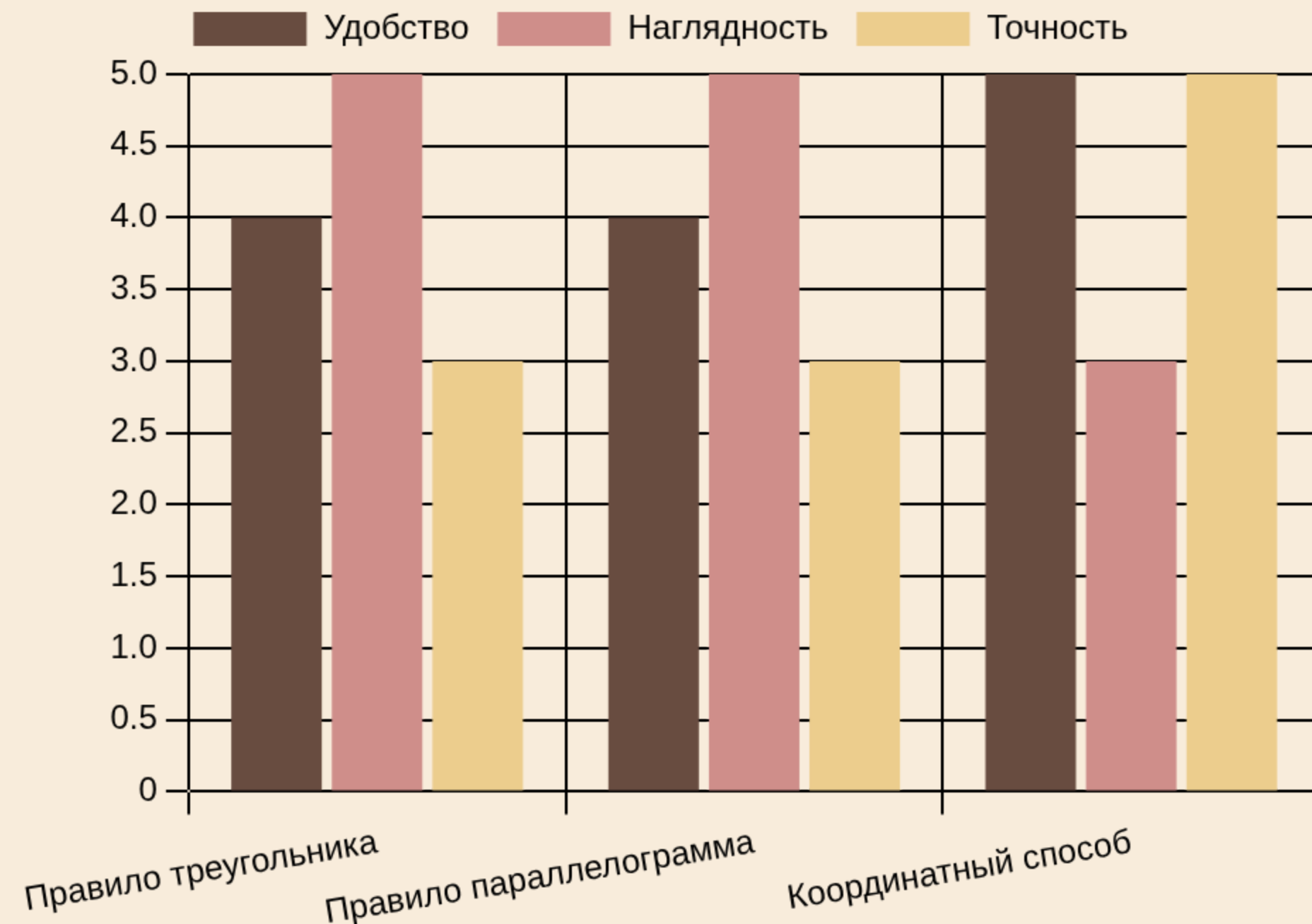
Почему диагональ важна

Диагональ помогает понять не только направление, но и общий результат двух воздействий. Когда силы изображены стрелками разного цвета, их сумма соединяет начало одной стрелки с концом другой и показывает итоговое действие без лишних вычислений.

Сравнение способов сложения векторов

Диаграмма показывает, что каждый способ полезен по-своему: одни удобнее для чертежа, другие — для вычислений.

Чертежные способы лучше подходят для понимания направления, а координатный способ — для точного ответа и быстрой проверки.



Памятка по сложению векторов

Случай	Как действовать	Результат
Сонаправленные	Сложить длины	Та же прямая
Противоположные	Вычесть длины	В сторону большего
По координатам	Сложить x и y	Пара чисел
На чертеже	Построить стрелку	Вектор-сумма

Таблица помогает выбрать способ действия в зависимости от ситуации. Она показывает, как направление влияет на результат и на выбор вычислений или построения.

Один и тот же пример может решаться по-разному, но во всех случаях нужно внимательно следить за направлением и знаками координат.

Главные выводы о сложении векторов

Сложение векторов помогает объединять несколько движений или сил в один результат. Важно помнить о направлении, уметь строить векторы на чертеже и аккуратно складывать координаты.