

Частота и вероятность случайного события

Как оценить шанс случайного события и проверить его на опыте?



Частота и вероятность в 9 классе

01

Эта тема связывает дроби, проценты и данные наблюдений. Она помогает понять, как из результатов опытов получают числовую оценку шанса и почему случайность подчиняется закономерностям при большом числе испытаний.

Случайный опыт, событие и исход

Испытание

Испытание — это один случайный опыт, например бросок монеты или кубика. Его результат заранее неизвестен, но после проведения можно точно назвать получившийся исход.

Событие

Событие — это один результат или несколько подходящих результатов опыта. Например, выпадение орла, чётного числа или шестёрки рассматривают как отдельные события.

Разные типы событий

Случайное событие может произойти или не произойти. Достоверное событие обязательно случается, а невозможное не может случиться ни при каких условиях.

Исход опыта

Исход — это конкретный результат испытания. Для кубика исходами будут числа от 1 до 6, а для монеты — орёл или решка.

Основные понятия и обозначения

В таблице показаны три вида событий, их примеры и условные обозначения.

У разных событий разные условия наступления: одни возможны, другие происходят всегда или не происходят никогда.

Вид	Пример	Обозначение
Случайное	6 на кубике	A
Достоверное	1–6 на кубике	Ω
Невозможное	7 на кубике	$\emptyset$

Учебный пример по теме случайных событий

Равновозможные исходы в простых моделях

Монета

У монеты два равновозможных исхода: орёл и решка. Поэтому каждая сторона имеет одинаковый шанс появиться в одном броске.

Игральный кубик

У обычного кубика шесть равновозможных граней. Числа от 1 до 6 считаются одинаково вероятными в каждом отдельном броске.

Одинаковые сектора

Если круг разделён на 10 равных частей, то каждый сектор имеет равный шанс быть выбранным. Такая модель удобна для сравнения вероятностей.

Частота выпадения орла при увеличении числа бросков

На графике видно, как меняется результат серии опытов. Даже при одинаковых условиях частота может немного колебаться от серии к серии.

Чем больше бросков, тем ближе относительная частота к 0,5 и тем устойчивее результат.

Учебные данные для демонстрации связи частоты и вероятности

Как находят относительную частоту

01

Подсчитать успехи

Сначала определяют, сколько раз событие произошло в серии опытов. Это число называют количеством появлений события или числом успехов.

02

Разделить на общее число

Затем число успехов делят на общее количество испытаний. Так получают относительную частоту события в данной серии наблюдений.

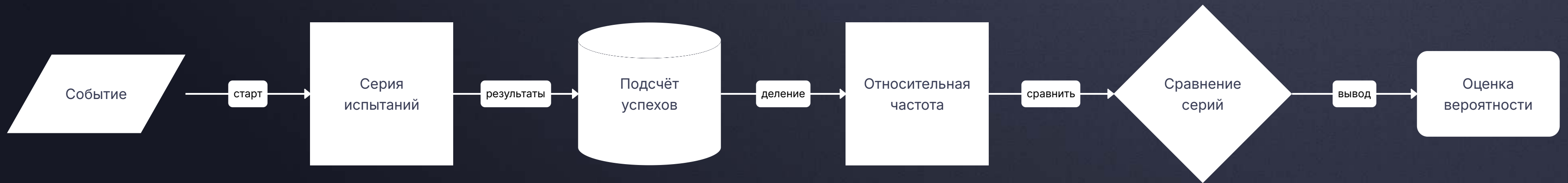
03

Записать удобной формой

Полученное значение можно представить дробью, десятичным числом или процентом. Например, 18 из 40 дают 0,45, то есть 45%.

От опыта к оценке вероятности

Последовательность действий в исследовании случайного события





$1/2$

**вероятность получить
чётное число на обычном
кубике**

Учебный пример по классической вероятности

Если все исходы равновозможны, вероятность равна отношению благоприятных исходов к общему числу исходов. Для чётных чисел на кубике это три из шести.

Вероятности простых событий

Событие	Благ. исходы	Вероятность
Орёл	1 из 2	$\frac{1}{2}$
Шестёрка	1 из 6	$\frac{1}{6}$
Чётное число	3 из 6	$\frac{1}{2}$

Учебные примеры для монеты и кубика

Таблица показывает, как для разных событий меняются число благоприятных исходов и вероятность.

Одинаковая вероятность возможна у разных событий, а число благоприятных исходов напрямую влияет на итоговую дробь.

Монета и кубик как модели случайности

Монета: два исхода, один вопрос

Монета удобна для первых опытов со случайностью: у неё всего два равновозможных исхода — орёл и решка. Если бросать её много раз, можно наблюдать, как меняется частота одного из исходов и сравнивать её с ожиданием.



Кубик: шесть одинаковых шансов

Игральный кубик наглядно показывает, как устроены равновозможные исходы. На его гранях числа от 1 до 6, и каждое из них может выпасть в одном броске. Это помогает считать вероятность простых событий без лишних сложностей.



Серия опытов как рисунок закономерности

На изображении серия бросков монеты и схема граней кубика дополняют друг друга. Вместе они показывают, что случайность можно изучать не только на словах, но и через повторяющиеся опыты, подсчёт результатов и сравнение шансов.



Сравнение частоты и теоретической вероятности

На графике видно, как результаты серии бросков постепенно выравниваются. Даже при заметных отклонениях в начале общая тенденция остаётся одной и той же.

Чем больше испытаний, тем ближе частота к вероятности 0,5 и тем надёжнее вывод о событии.

Учебная модель: монета, серия бросков 10, 20, 100 и 1000 испытаний

Почему частота меняется от серии к серии

Небольшая серия

В первых опытах случайные колебания заметны сильнее: одна серия может дать больше орлов, другая — меньше. Поэтому относительная частота нередко сильно отличается от ожидаемого значения.

Повторение опыта

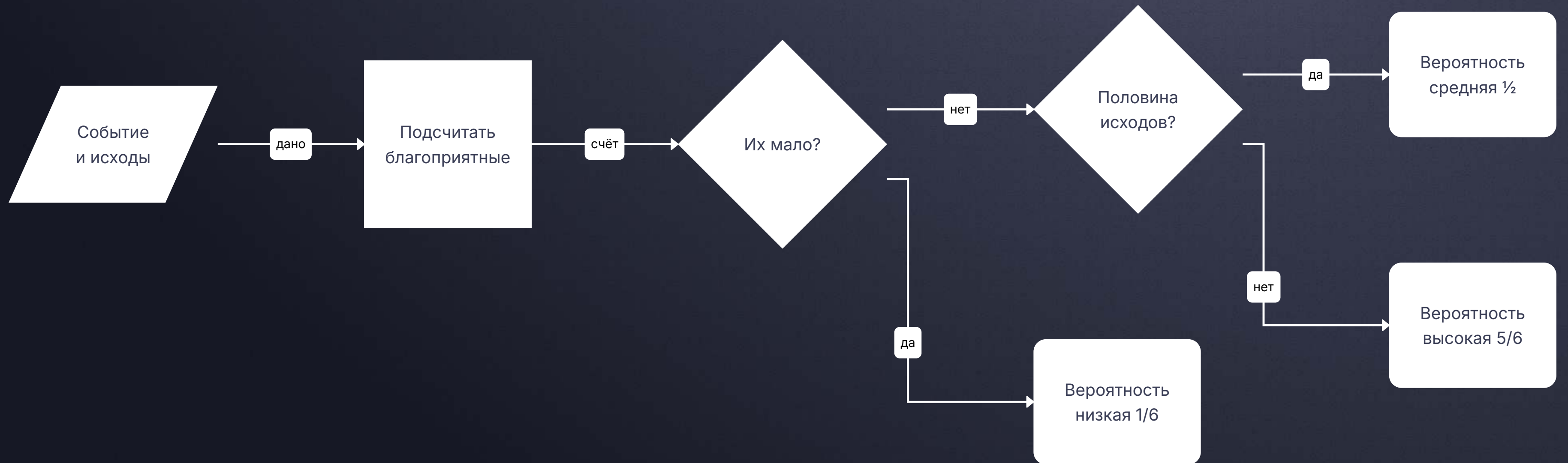
Когда испытания продолжаются, отдельные удачные и неудачные результаты начинают уравнивать друг друга. Частота уже меньше зависит от случайного стечения первых бросков.

Большое число испытаний

При длинной серии наблюдений частота становится устойчивее и обычно приближается к вероятности. Именно это свойство позволяет использовать результаты опытов для оценки шансов события.

Как сравнивают вероятности событий

Схема показывает, как по числу благоприятных исходов делают вывод о низкой, средней или высокой вероятности.



Частота, вероятность и процент

Таблица показывает, как одну и ту же долю можно записать разными способами: дробью, десятичным числом и процентом.

Дробь, десятичная запись и процент удобны для разных задач, но описывают один и тот же результат.

Показатель	Запись	Значение
Частота	18/40	0,45
Вероятность	3/6	0,5
Процент	0,45	45%

Учебные примеры по теме случайных событий

Типичные ошибки при вычислениях



Путают числитель и знаменатель

Иногда за благоприятные исходы принимают все испытания, а это неверно. Сначала нужно точно выделить, какие результаты подходят событию, и только потом делить их число на общее количество исходов.



Смешивают разные понятия

Относительная частота и теоретическая вероятность похожи, но не совпадают всегда. Частота получается из опыта, а вероятность — из модели, поэтому нельзя автоматически переносить результат одной серии на все случаи.



Не проверяют равновозможность

Формулу вероятности для равновозможных исходов применяют только тогда, когда все исходы одинаково вероятны. Если это условие не выполнено, расчёт через простое отношение может дать ошибочный ответ.

Вероятности событий на кубике

Все грани обычного кубика равновозможны, поэтому каждая отдельная грань имеет одинаковый шанс выпадения.

Составные события, такие как чётное число, складывают несколько благоприятных исходов и потому имеют другую вероятность.

Классическая модель игрального кубика с шестью равновозможными гранями

Вероятность в жизни, играх и науке

Погода и планы

Прогноз погоды помогает заранее оценить, стоит ли брать зонт или переносить прогулку. Здесь вероятность не даёт точного ответа, но помогает выбрать более разумное решение.

Спортивная статистика

В спорте вероятность используют для сравнения команд, оценки результативности и анализа повторяющихся ситуаций. Часто смотрят не один матч, а целую серию наблюдений.

Игры и правила

В настольных и компьютерных играх вероятность помогает понять, насколько часто может выпасть нужный ход или редкий предмет. Это делает игру понятнее и честнее.

Проверка качества

На производстве вероятность и частота помогают замечать брак и оценивать устойчивость результатов. Если дефект появляется слишком часто, это сигнал проверить процесс изготовления.



Мини-памятка по теме

01

1. Определи событие

Сначала нужно точно сформулировать, что именно считается успехом в опыте. Затем перечисляют все возможные исходы, чтобы не пропустить ни один вариант.

02

2. Проверь исходы

Далее важно понять, равновозможны ли исходы. Если да, можно применять классическую формулу вероятности; если нет, нужен другой способ рассуждения.

03

3. Посчитай шансы

После этого находят благоприятные исходы и делят их число на общее число исходов. Так получают вероятность события в виде дроби или десятичного числа.

04

4. Используй частоту

Если есть серия опытов, считают относительную частоту: число появлений события делят на число всех испытаний. Это удобно для сравнения реальных наблюдений.

Частота показывает опыт, вероятность — ожидание

Частота и вероятность описывают одно событие с разных сторон: первая показывает результат наблюдений, вторая — теоретический шанс. Чем больше испытаний, тем надёжнее становится связь между ними.

