

Делимость чисел и её свойства

Как делимость помогает быстрее считать,
проверять ответы и находить
закономерности?





Делимость — удобный инструмент для счёта

Эта тема учит быстро определять числа без остатка, упрощает вычисления и помогает в работе с дробями, НОД и НОК. Она нужна и для устного счёта, и для решения задач.

Что значит, что число делится нацело

01 Равное деление

Число делится на другое нацело, если при делении получается целое число и остаток равен нулю. Тогда первое число называют кратным второму.

02 Кто кому принадлежит

Число, на которое делят, называют делителем. А число, которое делится, — кратным. Например, 24 кратно 6, потому что $24 = 6 \cdot 4$.

03 Пример без остатка

Число 25 не делится на 6 нацело: при делении остаётся остаток 1. Поэтому 25 не является кратным 6, хотя деление выполнить можно.

Делители и кратные числа

Сколько бывает делителей

У одного числа может быть несколько делителей. Например, у 12 это 1, 2, 3, 4, 6 и 12. Каждый из них делит 12 без остатка.

Кратных бесконечно много

Для любого ненулевого числа кратных бесконечно много: 12, 24, 36, 48 и так далее. Их можно продолжать сколько угодно, прибавляя одно и то же число.

Сравнение по величине

Делители не превосходят само число, а кратные обычно больше него. Это помогает быстро отличать их друг от друга и не путать при решении заданий.

Простые и составные числа

Простое число

Простое число имеет ровно два делителя: 1 и само число. Например, 7, 11 и 13 относятся к простым, потому что у них нет других делителей.

Составное число

Составное число имеет больше двух делителей. Например, 12 делится на 1, 2, 3, 4, 6 и 12, значит оно составное.

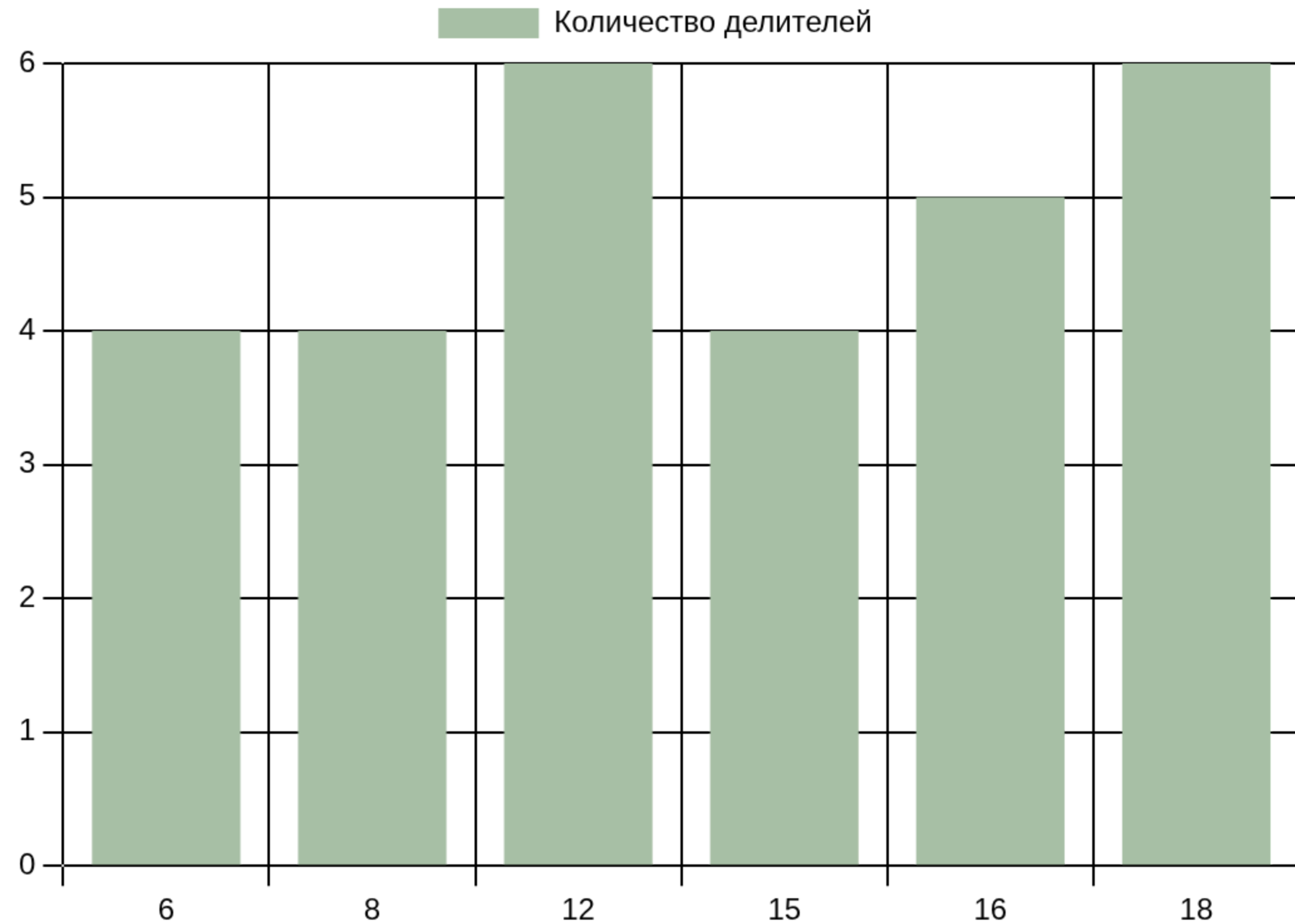
Особый случай двойки

Число 2 — единственное чётное простое число. Все остальные чётные числа больше 2 составные, потому что делятся на 2 без остатка.

Сколько делителей имеют разные числа

Числа с одинаковым количеством делителей могут быть совсем разными по величине. Это видно на примере 6, 8, 12, 15, 16 и 18.

Количество делителей зависит от состава числа, а не только от его размера. Поэтому большие числа не всегда имеют больше делителей.



По данным условий задания: числа 6, 8, 12, 15, 16 и 18; 2025

Свойство делимости при сложении и вычитании

01 Сумма сохраняет делимость

Если два числа делятся на одно и то же число, то их сумма тоже делится на него. Это удобно, когда нужно быстро проверить вычисление без полного деления.

02 Разность работает так же

Если оба числа делятся на одно и то же число, то и их разность делится на него. Например, 24 и 18 делятся на 6, значит и $24 - 18$ делится на 6.

03 Полезно для проверки

Такое свойство помогает находить ошибки в устных и письменных вычислениях. Если результат не делится на нужное число, значит где-то допущена неточность.

Свойство делимости при умножении

01 Один множитель подходит

Если один из множителей делится на число s , то и произведение делится на s . Например, $14 \cdot 3$ делится на 7, потому что 14 делится на 7.

02 Оба множителя подходят

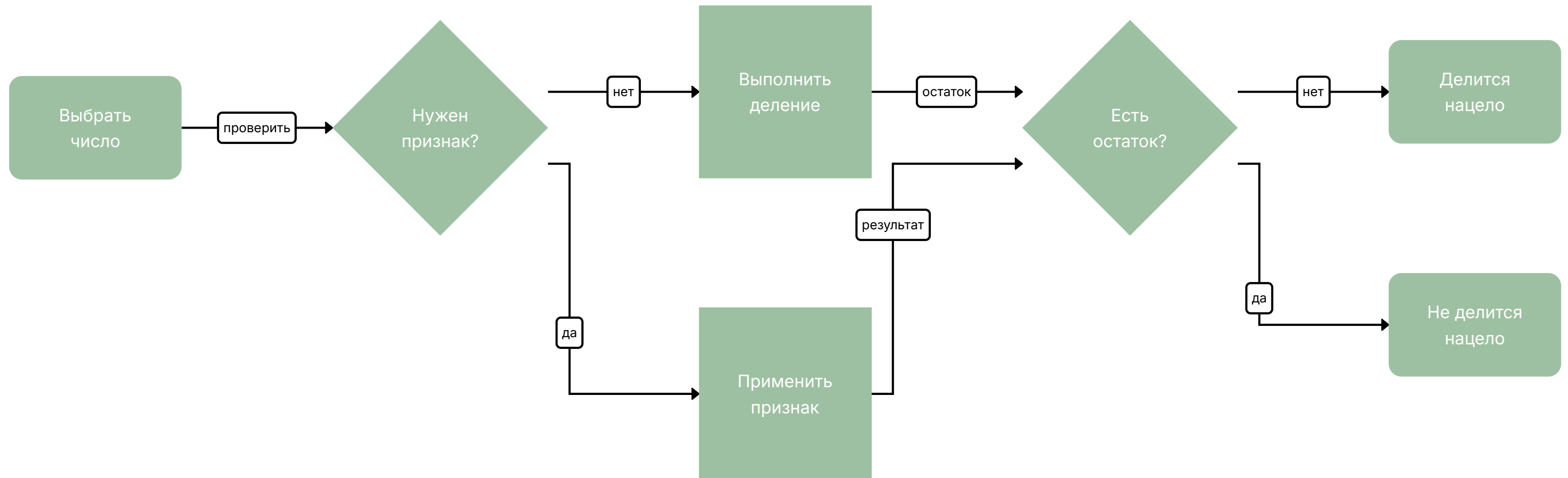
Если оба множителя делятся на одно и то же число, произведение тоже делится на него. Так, 8 и 6 делятся на 2, значит $8 \cdot 6$ делится на 2.

03 Удобство в задачах

Это свойство часто помогает заранее понять, делится ли ответ без остатка, ещё до полного вычисления. Оно экономит время и упрощает проверку решений.

Проверка делимости числа

Последовательность действий при проверке делимости и остатка



Признаки делимости на 2 и 5

■ Признак для 2

На 2 делятся числа, которые оканчиваются на 0, 2, 4, 6 или 8. Это значит, что последняя цифра сразу показывает, есть ли деление без остатка.

■ Признак для 5

На 5 делятся числа, у которых последняя цифра 0 или 5. Такой признак особенно удобен, когда нужно быстро проверить большое число без полного деления.

Признак делимости на 10



Последняя цифра

Число делится на 10, если его запись заканчивается цифрой 0. Это значит, что число можно разбить на полные десятки без остатка, не прибегая к длинному делению.

Связь с десятком

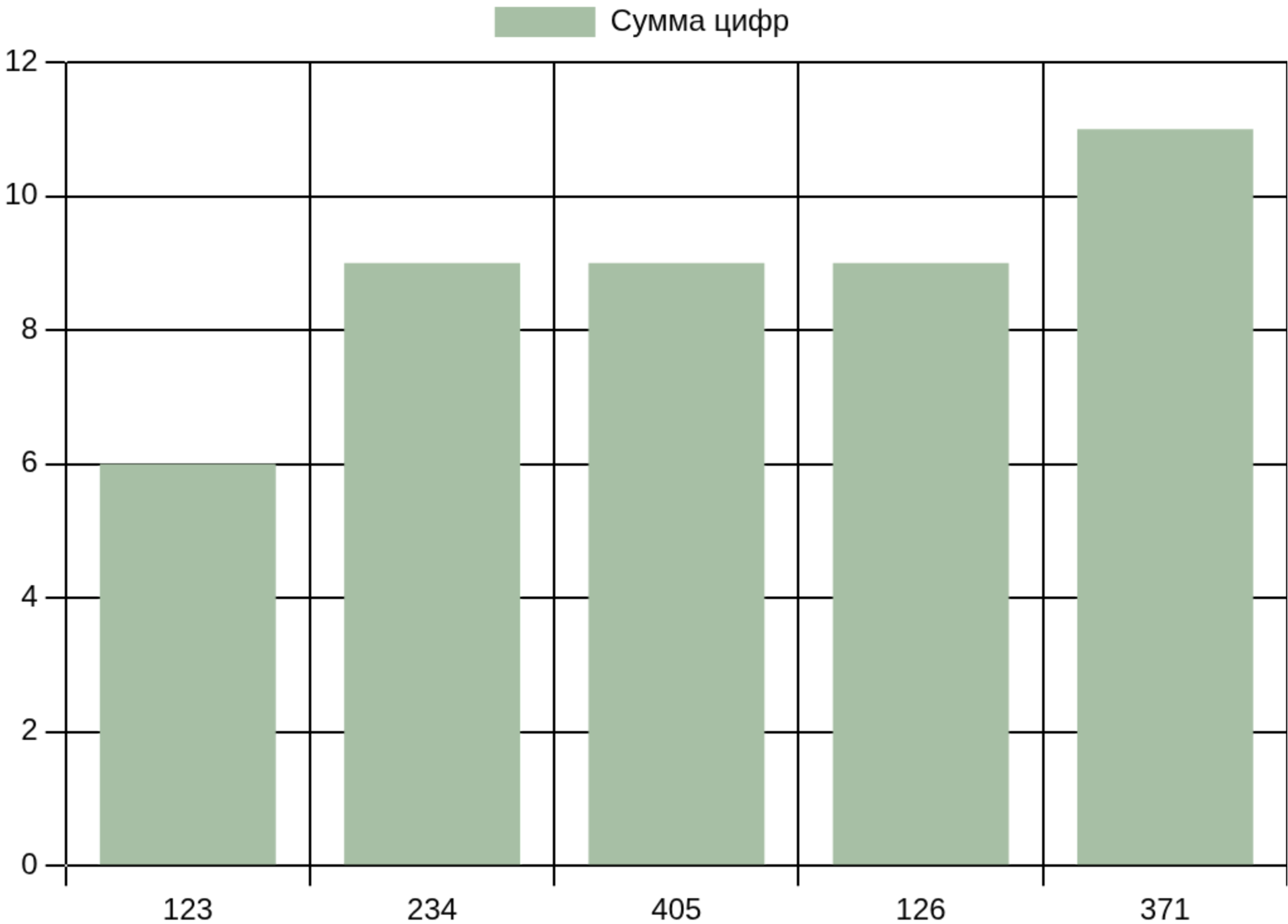
В десятичной системе каждые 10 единиц образуют одну десятку. Поэтому числа с нулём в конце удобно проверять устно: они сразу показывают, сколько полных десятков содержится в записи.



Признаки делимости на 3 и 9

Для проверки достаточно сложить цифры числа. Если сумма кратна 3, то число делится на 3; если сумма кратна 9, то число делится на 9.

Чем удобнее сумма цифр, тем быстрее проверка: 123 делится на 3, а 234 и 405 — и на 3, и на 9.



Примеры из учебного материала по теме делимости; без внешних данных.

Признаки делимости на 4 и 8

01 Проверка на 4

Чтобы узнать делимость на 4, достаточно посмотреть на две последние цифры числа. Если образованное ими число делится на 4, то всё число делится на 4 без остатка.

02 Проверка на 8

Для делимости на 8 используют три последние цифры. Если это число кратно 8, то и исходное число делится на 8. Такой приём особенно полезен для больших записей.

03 Примеры в записи

У числа 316 важны последние две цифры 16: они делятся на 4, значит, всё число делится на 4. У числа 2176 последние три цифры 176 делятся на 8.



Таблица основных признаков делимости

Краткая таблица помогает быстро сопоставить делитель, признак и пример проверки без полного деления.

Все признаки основаны на записи числа в десятичной системе и позволяют проверять делимость быстро, не выполняя длинное деление.

Делитель	Признак	Пример
2	Последняя цифра чётная	246
3	Сумма цифр кратна 3	123
4	Последние две цифры кратны 4	316
5	Последняя цифра 0 или 5	75
8	Последние три цифры кратны 8	2176
9	Сумма цифр кратна 9	405
10	Последняя цифра 0	120

Школьные признаки делимости для натуральных чисел.

2

— именно столько
остаётся при делении 17
на 5.

Остаток показывает, сколько единиц не вошло в полные группы. Он всегда меньше делителя и помогает быстро понять, делится ли число нацело.

Наибольший общий делитель

01 Что это такое

НОД — это самое большое число, на которое каждое из данных чисел делится без остатка. Он показывает общий «размер» их делимости.

02 Как находят

Сначала выписывают делители каждого числа, а затем выбирают наибольший общий. Для 12 и 18 это 6, потому что именно 6 делит оба числа.

03 Где применяют

НОД нужен при сокращении дробей, разбиении предметов на равные группы и сравнении величин. Он помогает выбрать наибольшую возможную одинаковую часть без остатка.

Наименьшее общее кратное

01 Что означает

НОК — это самое маленькое число, которое делится на данные числа без остатка. Оно показывает ближайшее общее кратное для нескольких чисел.

02 Как используют

Если нужно привести дроби к общему знаменателю, обычно ищут НОК знаменателей. Это упрощает сравнение и сложение дробей с разными записями.

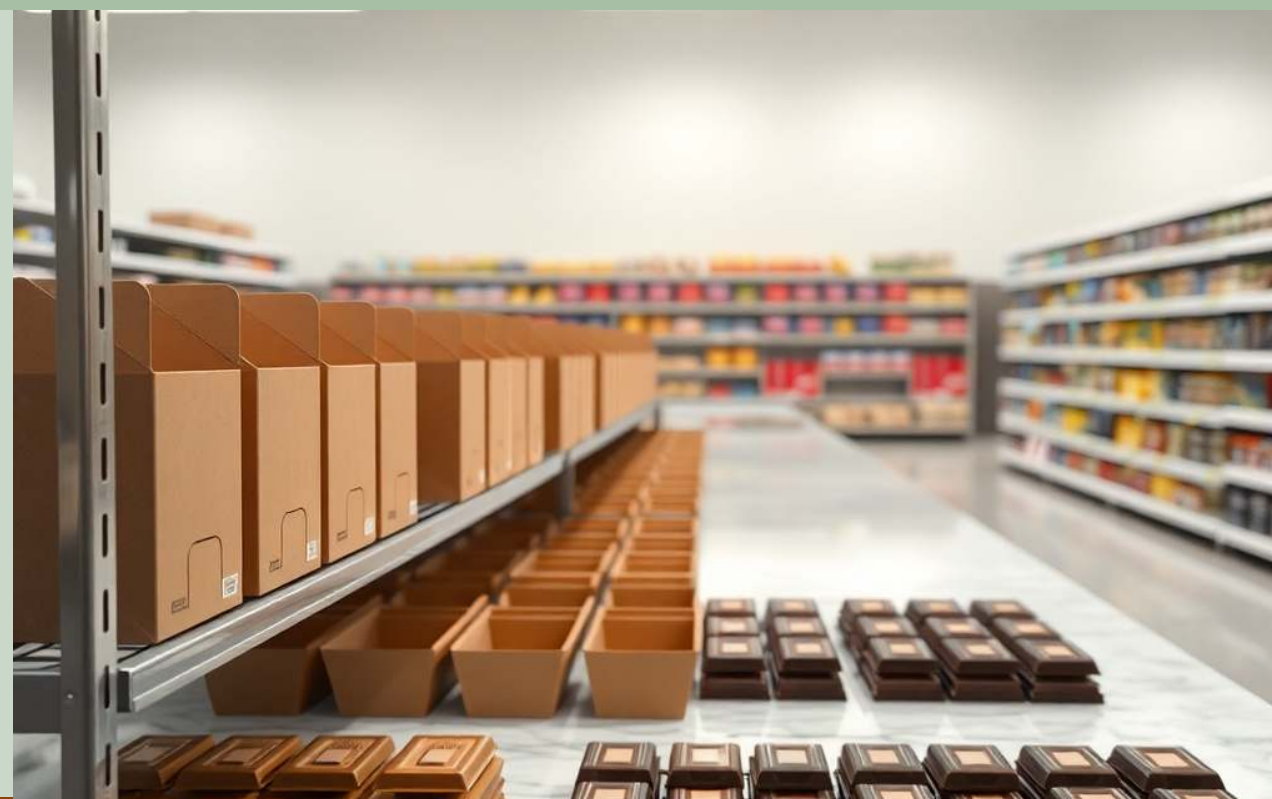
03 Практический смысл

НОК встречается в задачах на расписания, повторяющиеся события и циклы. Например, если два события повторяются через 4 и 6 единиц времени, НОК показывает момент их совпадения.

Делимость в повседневных ситуациях

Когда нужно разложить поровну

В классе 24 тетради нужно раздать 6 ученикам без остатка. Делимость сразу подсказывает, что каждому достанется по 4 тетради, и проверка занимает всего несколько секунд. Так математика помогает организовать обычное распределение вещей.



Календарь и время

Расписание уроков, смены транспорта и повторяющиеся события удобно описывать через кратные числа. Когда нужно понять, через сколько минут или дней события совпадут, используют делимость и находят общее кратное.



Упаковка и подсчёт

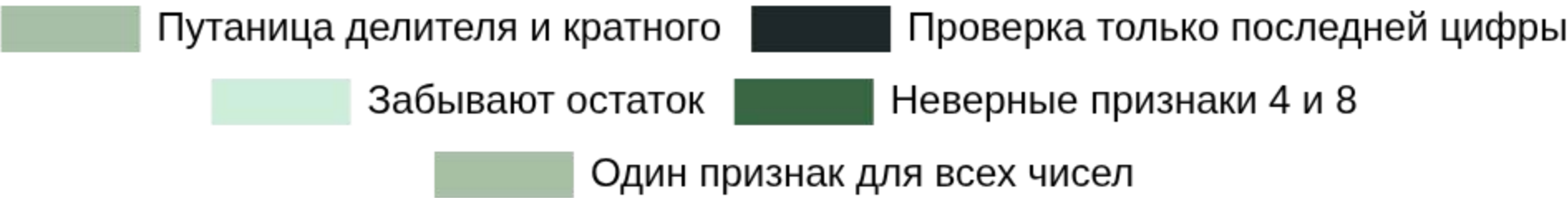
В магазине шоколадки раскладывают по 5 или 10 штук в коробку, чтобы упаковка была одинаковой. Если количество товара кратно числу упаковок, остатка не остаётся, а значит, проще считать и планировать поставку.



Типичные ошибки при проверке делимости

Ошибки чаще всего возникают, когда правило выбирают без проверки: для каждого делителя нужен свой способ, а не универсальный приём наугад.

Больше всего трудностей связано с неверным выбором признака и неполной проверкой. Значит, важно запоминать условие каждого правила отдельно.



Обобщение типичных ученических ошибок по теме делимости; без статистического исследования.

Делимость делает числа понятнее

Делимость помогает быстро проверять вычисления, находить делители и кратные, а также понимать НОД и НОК. Эти знания нужны не только на уроках, но и в задачах, где важны порядок и точность.